القسم العلمي

التعليم الدولي (أولى)

الرياضيات البحتة

الجزء الخاص بالإحصاء

المعاصر

إعداد لجنة من خبراء التعليم

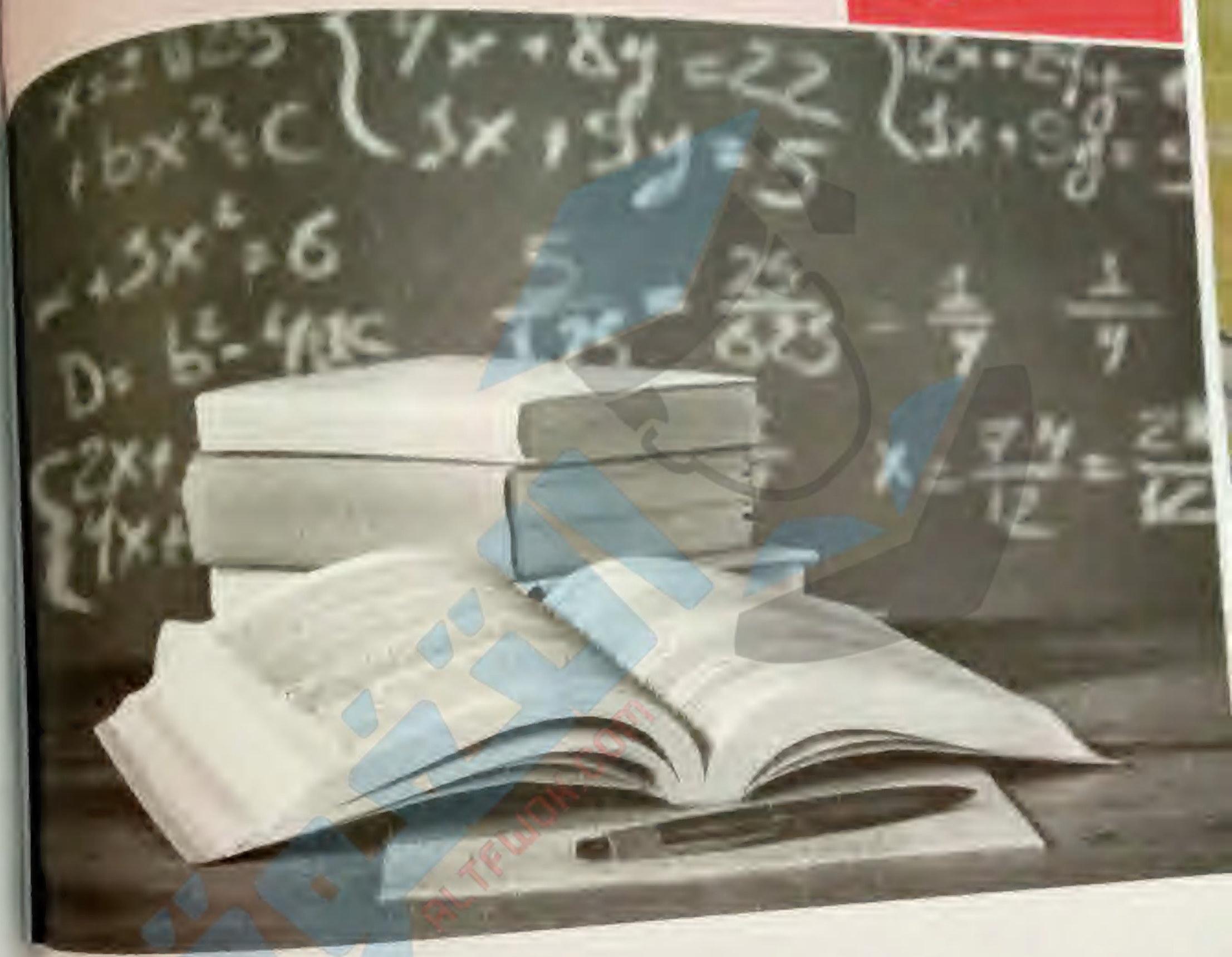
2

ثانوي

2021

إجابات تمارين

الجبر



إجابات الوحدة الأولى

إجابات تمارين المتطلبات القبلية

١

(١) (د) (٢) (جـ) (٣) (د) (٤) (جـ)
(٥) (جـ) (٦) (أ) (٧) (جـ)

٢

∵ د (س) = ٢ س^{٢} + ١٠ أ س + ٢د
، ق (س) = ٩ س^{٢} + ٢٠ س + جـ − ٤
، د (س) = ق (س)
∴ ١٠ أ = ٢٠ ∴ أ = ٢
، جـ − ٤ = ٢د ∴ جـ = ٢٩

٣

(١) ∵ أ + ب = ٥ (١) ، أ + جـ = ٣ (٢)
، ب = −٢ وبالتعويض عن قيمة ب في (١)
∴ أ − ٢ = ٥
∴ أ = ٧ وبالتعويض عن قيمة أ في (٢)
∴ ٧ + جـ = ٣ ∴ جـ = −٤

(٢) ∵ أ + ب = ١ (١) ، أ + جـ = ٠ (٢)
، ب = −٢ ∴ أ − ٢ = ١ ∴ أ = ٣
، ٣ + جـ = ٠ ∴ جـ = −٣

(٣) ∵ أ + ٢ ب = ٧ (١)
، −جـ = ٥ ∴ جـ = −٥ ، أ − ب = ٤ (٢)
من (١) ، (٢)
∴ ب = ١ ، أ = ٥

إجابات تمارين 1

١

(١) دالة (٢) ليست دالة (٣) دالة
(٤) ليست دالة (٥) دالة (٦) ليست دالة
(٧) دالة (٨) ليست دالة (٩) دالة
(١٠) دالة

٢

(١) دالة (٢) ليست دالة (٣) ليست دالة
(٤) دالة (٥) ليست دالة (٦) دالة

٣

(١) ح − {٢} (٢) ح − {−٣ ، ٣}
(٣) ح − {١ ، ٢} (٤) ح − {٠ ، −٤}
(٥) ح − {٠} (٦) ح
(٧) ح − {٠ ، ١ ، −١} (٨) ح − {٣}
(٩) ح − {١ ، $\frac{٢}{٣}$} (١٠) ح − {−١}

٤

(١) [٣ ، ∞[(٢)]−∞ ، ٢] (٣) ح
(٤) ح (٥) ح − {$\frac{٥}{٢}$} (٦)]٣ ، ∞[
(٧)]−∞ ، ١] (٨) ح −]−٤ ، ٤[
(٩) [−٢ ، ٢] (١٠)]−٣ ، ٣[(١١) ح
(١٢) ح − [−١ ، ٦] (١٣) ح − {٢}
(١٤)]٠ ، ∞[− {١}

٥

(١) ح − {٢} (٢) ح (٣) [٠ ، ٢]
(٤)]−∞ ، ٤[(٥) [٠ ، ١]

٦

(١) (جـ) (٢) (د) (٣) (جـ) (٤) (ب) (٥) (جـ)

٧

(١) المجال = ح ، المدى = {٢}
، الدالة ثابتة على مجالها ح
(٢) المجال = ح ، المدى = {−٢ ، ٣}
، الدالة ثابتة في]−∞ ، ٠[،]٠ ، ∞[
(٣) المجال = ح − {٠} ، المدى = ح − {−٢ ، ٢}
، الدالة تناقصية في]−∞ ، ٠[،]٠ ، ∞[
(٤) المجال = ح − {١} ، المدى =]−٢ ، ∞[
، الدالة تناقصية في]−∞ ، ١[
، تزايدية في]١ ، ∞[
(٥) المجال = ح − {٢} ، والمدى = ح − {٣}
، الدالة تزايدية في]−∞ ، ٢[،]٢ ، ∞[
(٦) المجال = [٠ ، ∞[، المدى = [٠ ، ٤]
، الدالة تزايدية في]٠ ، ٢[، ثابتة في]٢ ، ∞[
(٧) المجال = ح − {−١ ، ٢} ، المدى = {٣}
، الدالة ثابتة على مجالها.
(٨) المجال = [−٣ ، ٤] ، المدى = [٠ ، ٤]
، الدالة تزايدية في]−٣ ، −٢[
، وثابتة في]−٢ ، ١[وتناقصية في]١ ، ٤[
(٩) المجال = ح −]٠ ، ١[
، المدى =]٣ ، ∞[∪ {٢} ، الدالة ثابتة في
]−∞ ، ٠[وتزايدية في]١ ، ∞[
(١٠) المجال = ح ، المدى =]−∞ ، ٢]
، الدالة تزايدية في]−∞ ، ٠[، [٠ ، ٢[،]٢ ، ∞[
وتناقصية في]٠ ، ٢[وثابتة في]٢ ، ∞[
(١١) المجال = ح ، المدى = [−∞ ، ٤]
، الدالة تزايدية في]−∞ ، −٢[، [٠ ، ٢[
وتناقصية في]−٢ ، ٠[،]٢ ، ∞[
(١٢) المجال = ح − {٠} ، المدى = ح − {٢}
، الدالة تزايدية في]−∞ ، ٠[،]٠ ، ∞[
وتناقصية في]−٢ ، ٠[،]٢ ، ∞[
(١٣) المجال = ح − {٠} ، المدى = ح
، الدالة تزايدية في]−∞ ، ٠[،]٠ ، ∞[
(١٤) المجال = ح ، المدى =]−∞ ، ٤]
، الدالة تزايدية في]−∞ ، −٢[، [٠ ، ٢[
وتناقصية في]−٢ ، ٠[،]٢ ، ∞[

٨

(١) (د) (٢) (د) (٣) (د)
(٤) (جـ) (٥) (أ) (٦) (د)

إرشادات لحل رقم ٨

(١) ∵ س تدل على عدد أضلاع مضلع
∴ س عدد صحيح أكبر من ٢
∴ المجال = ص$^{+}$ − {١ ، ٢}
(٢) بوضع $\sqrt{س}$ − ٢ = ٠
∴ $\sqrt{س}$ = ٢ ∴ س = ٨
∴ المجال = ح − {٨}
(٣) ∵ ٢ س ≤ ٠ ∴ س ≤ ٠
∴ س ∈]−∞ ، ٠]
بوضع $\sqrt{٣س}$ − س = ٠ ∴ $\sqrt{٣س}$ = س
∴ ٣ س = س^{٢} ∴ س^{٢} − ٣ س = ٠
∴ س (س − ٣) = ٠

∴ س = ٠ أو س = ٣

∴ المجال =]-∞ ، ٠[− {٣}

④ ∵ س − ١ ≥ ٠ ∴ س ≥ ١

∴ س ∈ [١ ، ∞[

وبوضع $\sqrt{س - ١}$ = ٣ ∴ س − ١ = ٩

∴ س = ١٠

∴ المجال = [١ ، ∞[− {١٠}

⑤ ∵ س − ١ ≥ ٠ ∴ س ≥ ١

∴ س ∈ [١ ، ∞[

وبوضع $\sqrt{س - ١}$ + ٣ = ٠ (تعارض)

∴ المجال = [١ ، ∞[

⑥ ∵ د (س) = $\sqrt{-(س^٢ - ٦س + ٩)}$

= $\sqrt{-(س - ٣)^٢}$

∴ −(س − ٣)^٢ ≥ ٠ ∴ (س − ٣)^٢ ≤ ٠

وهذا لا يتحقق إلا في حالة التساوي فقط

أي عندما س = ٣ ∴ المجال = {٣}

إجابات تمارين 2

١

① (د + ر) (س) = س^٢ − ١٦

، المجال = [−٤ ، ٨] ∩ [−٧ ، ٤] = [−٤ ، ٤]

② (د − ر) (س) = س^٢ − ٢س − ٨

، المجال = [−٤ ، ٤]

③ (د . ر) (س) = (س − ٤) (س^٢ − س − ١٢)

، المجال = [−٤ ، ٤]

④ $\left(\frac{د}{ر}\right)$ (س) = $\frac{س^٢ - س - ١٢}{س - ٤}$

= $\frac{(س - ٤)(س + ٣)}{(س - ٤)}$ = س + ٣

، المجال = [−٤ ، ٤]

⑤ $\left(\frac{ر}{د}\right)$ (س) = $\frac{س - ٤}{(س - ٤)(س + ٣)}$ = $\frac{١}{س + ٣}$

، المجال = [−٤ ، ٤[− {−٣}

٢

د (س) = س^٢ − ٤ ومجال د = ح

، ر (س) = $\sqrt{س - ١}$ ومجال ر = [١ ، ∞[

∴ المجال المشترك = [١ ، ∞[

① (د + ر) (س) = س^٢ − ٤ + $\sqrt{س - ١}$

، المجال = [١ ، ∞[

، (د . ر) (س) = (س^٢ − ٤) ($\sqrt{س - ١}$)

، المجال = [١ ، ∞[

، $\left(\frac{د}{ر}\right)$ (س) = $\frac{س^٢ - ٤}{\sqrt{س - ١}}$ ، المجال =]١ ، ∞[

، $\left(\frac{ر}{د}\right)$ (س) = $\frac{\sqrt{س - ١}}{س^٢ - ٤}$

، المجال = [١ ، ∞[− {٢}

② (د + ر) (٥) = ٥^٢ − ٤ + $\sqrt{٥ - ١}$ = ٢٣

، (د . ر) (٢) = (٢^٢ − ٤) ($\sqrt{٢ - ١}$) = صفر

، $\left(\frac{د}{ر}\right)$ (٣) = $\frac{٣^٢ - ٤}{\sqrt{٣ - ١}}$ = $\frac{٥\sqrt{٢}}{٢}$

، $\left(\frac{ر}{د}\right)$ (−٢) غير معرفة

لأن −٢ ∉ المجال

٣

أولاً :

① (د + ر) (س) = س^٢ − ٤س + $\sqrt{س + ٢}$

، المجال = ح ∩ [−٢ ، ∞[= [−٢ ، ∞[

② (ر − ح) (س) = $\sqrt{س + ٢}$ − $\sqrt{٤ − س}$

، المجال = [−٢ ، ∞[∩]−∞ ، ٤] = [−٢ ، ٤]

③ (د . ح) (س) = (س^٢ − ٤س) ($\sqrt{٤ − س}$)

، المجال = ح ∩]−∞ ، ٤] =]−∞ ، ٤]

④ $\left(\frac{ح}{د}\right)$ (س) = $\frac{\sqrt{٤ - س}}{س^٢ - ٤س}$ = $\frac{\sqrt{٤ - س}}{س(س - ٤)}$

، المجال =]−∞ ، ٤[− {٠}

ثانياً :

① (ر − ح) (١) = $\sqrt{١ + ٢}$ − $\sqrt{٤ − ١}$ = صفر

② (د . ح) (٥) غير معرفة لأن ٥ ∉ المجال

③ $\left(\frac{ح}{د}\right)$ (٣) = $\frac{\sqrt{٤ - ٣}}{٣^٢ - ٤ × ٣}$ = −$\frac{١}{٣}$

٤

① ح − {٠ ، −٢} ② ح − {−١ ، ١}

③]−∞ ، ١[④]$\frac{١}{٢}$ ، ∞[

⑤ [١ ، ∞[⑥ [−٢ ، ٢]

⑦ [٢ ، ∞[⑧]٤ ، ∞[− {٦}

⑨ ح − {١} ⑩ [٢ ، ∞[

⑪]٥ ، ∞[⑫ [٢ ، ٥[

٥

① (−) ② (−) ③ (+) ④ (+)

⑤ (−) ⑥ (+) ⑦ (+)

٦

① (د . ر) (س) = $\begin{cases} س^٢ - ٢س & ، س \le ٢ \\ -س^٢ + ٢س & ، س > ٢ \end{cases}$

، والمجال = ح

② $\left(\frac{د}{ر}\right)$ (س) = $\begin{cases} ١ - \frac{٢}{س} & ، س \le ٢ \\ -١ + \frac{٢}{س} & ، س > ٢ ، س \ne ٠ \end{cases}$

، والمجال = ح − {٠}

③ $\left(\frac{ر}{د}\right)$ (س) = $\begin{cases} \frac{س}{س - ٢} & ، س < ٢ \\ \frac{س}{س + ٢} & ، س > ٢ \end{cases}$

، والمجال = ح − {٢}

٧

① ح −]٢ ، ٥[

② [٢ ، ∞[− {٣}

③ [−٢ ، ∞[− {٧ ، −١}

④ ح − {١ ، ٢ ، $\frac{٧}{٢}$}

٨

① (د ∘ ر) (٢) = د (ر (٢)) = د (٢^٢ − ٥)

= د (−١) = ٣ × (−١) + ١ = −٢

② (ر ∘ د) (−٣) = ر (د (−٣)) = ر (٣ (−٣) + ١)

= ر (−٨) = (−٨)^٢ − ٥ = ٥٩

③ (ر ∘ ر) (١) = ر (ر (١)) = ر (١^٢)

= ر (١) = ١^٢ − ٥ = −٤

④ (ر ∘ د) (−٢) = ر (د (−٢)) = ر (٣ (−٢) + ١)

= ر (−٥) = (−٥)^٢ = ١٢٥

٩

① (د ∘ ر) (س) = د (ر (س))

= د (س + ٣) = $\frac{١}{س + ٣}$

∵ م$_ر$ = مجال ر = ح

، قيم س التي تجعل ر (س) في مجال د

هي م$_د$ = ح − {−٣}

∴ مجال (د ∘ ر) = م$_ر$ ∩ م$_د$ = ح − {−٣}

② (ر ∘ د) (س) = ر (د (س)) = ر $\left(\frac{١}{س}\right)$

= $\frac{١}{س}$ + ٣

، ∵ م$_ر$ = مجال د = ح − {٠}

، قيم س التي تجعل د (س) في مجال ر

هي م$_ر$ = ح − {٠}

∴ مجال (ر ∘ د) = م$_د$ ∩ م$_ر$ = ح − {٠}

١٠

① (د ∘ ر)(س) = د (ر(س)) = د (س^{٢}) = $\frac{١}{س^{٢} - ١}$

∵ م$_{١}$ = مجال ر = ح

، قيم س التي تجعل ر (س) في مجال د هي

م$_{٢}$ = ح − {−١ ، ١}

∴ مجال (د ∘ ر) = م$_{١}$ ∩ م$_{٢}$ = ح − {−١ ، ١}

② (ر ∘ د)(س) = ر (د (س))

= ر $\left(\frac{١}{س - ١}\right)$ = $\left(\frac{١}{س - ١}\right)^{٢}$

= $\frac{١}{س^{٢} - ٢س + ١}$

، ∵ م$_{١}$ = مجال د = ح − {١}

، قيم س التي تجعل د (س) في مجال ر هي

م$_{٢}$ = ح − {١}

∴ مجال (ر ∘ د) = م$_{١}$ ∩ م$_{٢}$ = ح − {١}

١١

① ∵ (د ∘ ر)(س) = د (ر (س))

= د (٣س) = (٣س)^{٢} + ٦

= ٩س^{٢} + ٦

∴ (د ∘ ر)(٣) = ٩ × ٣^{٢} + ٦ = ٨٧

② ∵ ٩س^{٢} + ٦ = ٤٢ ∴ ٩س^{٢} = ٣٦

∴ س^{٢} = ٤ ∴ س = ± ٢

١٢

① (جـ) ② (أ) ③ (ب)

④ (د) ⑤ (ب)

١٣

∵ (د ∘ ر)(س)

= د (ر (س)) = د $\left(\sqrt{س - ٢}\right)$

= $\left(\sqrt{س - ٢}\right)^{٢}$ − ٣ = س − ٢ − ٣ = س − ٥

، ∵ م$_{١}$ = مجال ر = [٢ ، ∞[

، قيم س التي تجعل ر (س) في مجال د هي م$_{٢}$ = ح

∴ مجال (د ∘ ر) = م$_{١}$ ∩ م$_{٢}$ = [٢ ، ∞[

، (د ∘ ر)(٢) = ٢ − ٥ = −٣

١٤

∵ (د ∘ ر)(س) = د (ر (س))

= د $\left(\frac{٢}{س - ٣}\right)$ = $\sqrt{\frac{٢}{س - ٣} + ١}$

= $\sqrt{\frac{س - ١}{س - ٣}}$

، ∵ م$_{١}$ = مجال ر = ح − {٣}

، بوضع $\frac{س - ١}{س - ٣}$ ≥ ٠

∴ قيم س التي تجعل ر (س) في مجال د هي م$_{٢}$

= ح −]١ ، ٣[

∴ مجال (د ∘ ر) = م$_{١}$ ∩ م$_{٢}$ = ح −]١ ، ٣[

١٥

① ∵ (د ∘ ر)(س) = د (ر (س))

= د $\left(\sqrt{٤ - س}\right)$

= $\sqrt{\sqrt{٤ - س} - ٢}$

، ∵ م$_{١}$ = مجال ر =]−∞ ، ٤]

، بوضع $\sqrt{٤ - س}$ − ٢ ≥ ٠

أي $\sqrt{٤ - س}$ ≥ ٢

أي ٤ − س ≥ ٤ أي س ≤ ٠

∴ قيم س التي تجعل ر (س) في مجال د هي

م$_{٢}$ =]−∞ ، ٠]

∴ مجال (د ∘ ر) = م$_{١}$ ∩ م$_{٢}$ =]−∞ ، ٠]

② ∵ (ر ∘ د)(س) = ر (د (س))

= ر $\left(\sqrt{س - ٢}\right)$

= $\sqrt{٤ - \sqrt{س - ٢}}$

، ∵ م$_{١}$ = مجال د = [٢ ، ∞[

، بوضع ٤ − $\sqrt{س - ٢}$ ≥ ٠

∴ $\sqrt{س - ٢}$ ≤ ٤

∴ س − ٢ ≤ ١٦ ∴ س ≤ ١٨

∴ قيم س التي تجعل د (س) في مجال ر هي م$_{٢}$

=]−∞ ، ١٨]

∴ مجال (ر ∘ د) = م$_{١}$ ∩ م$_{٢}$ = [٢ ، ١٨]

١٦

① ∵ (د ∘ ر)(س) = د (ر (س))

= د $\left(\sqrt{س^{٢} - ٤}\right)$

= $\sqrt{\sqrt{س^{٢} - ٤} - ١}$

، بوضع س^{٢} − ٤ ≥ ٠

∴ م$_{١}$ = مجال ر = ح −]−٢ ، ٢[

وبوضع $\sqrt{س^{٢} - ٤}$ − ١ ≥ ٠

أي $\sqrt{س^{٢} - ٤}$ ≥ ١ أي س^{٢} − ٤ ≥ ١

أي س^{٢} − ٥ ≥ ٠

، قيم س التي تجعل ر (س) في مجال د هي

م$_{٢}$ = ح −]−$\sqrt{٥}$ ، $\sqrt{٥}$[

∴ مجال (د ∘ ر) = م$_{١}$ ∩ م$_{٢}$

= ح −]−$\sqrt{٥}$ ، $\sqrt{٥}$[

② ∵ (ر ∘ د)(س) = ر (د (س))

= ر $\left(\sqrt{س - ٢}\right)$

= $\sqrt{\left(\sqrt{س - ٢}\right)^{٢} - ٤}$

= $\sqrt{س - ٢ - ٤}$ = $\sqrt{س - ٦}$

، ∵ م$_{١}$ = مجال د = [٢ ، ∞[

، قيم س التي تجعل د (س) في مجال ر هي

م$_{٢}$ = [٦ ، ∞[

∴ مجال (ر ∘ د) = م$_{١}$ ∩ م$_{٢}$ = [٦ ، ∞[

١٧

د (س) = $\sqrt{س - ٤}$ ، ر (س) = س^{٢}

(توجد حلول أخرى)

١٨

بفرض د (س) = أس + ب

، ∵ (د ∘ د)(س) = ١٦ س + ١٥

∴ د (د(س)) = ١٦ س + ١٥

∴ د (أس + ب) = ١٦ س + ١٥

∴ أ (أس + ب) + ب = ١٦ س + ١٥

∴ أ^{٢} س + أب + ب = ١٦ س + ١٥

∴ أ^{٢} = ١٦ ومنها أ = ± ٤

، أب + ب = ١٥ ∴ ب = $\frac{١٥}{أ + ١}$

، عند أ = ٤ ∴ ب = ٣

، عند أ = −٤ ∴ ب = −٥

∴ د (س) = ٤ س + ٣

أو د (س) = −٤ س − ٥

١٩

① (د) ② (د) ③ (د) ④ (جـ) ⑤ (جـ)

⑥ (د) ⑦ (أ) ⑧ (د) ⑨ (جـ)

إرشادات لحل رقم 19

① ∵ مجال د = [١ ، ∞[، مجال ر =]-∞ ، ١]

∴ مجال (د + ر) = [١ ، ∞[∩]-∞ ، ١]

= {١}

② عندما ٠ < س < ١

(د + ر) (س) = د (س) + ر (س)

= (-س + ٢) + (س + ٢) = ٤

③ (ر ∘ د) (-١) = ر (د (-١))

[لاحظ أن د (-١) = (-١)² + ١ = ٢]

= ر (٢)

= (٢)² + ٢ = ٦

④ ∵ د (ر (س)) = د (س)

∴ د (٢ س + ٣) = د (س)

∴ (٢ س + ٣)² = س²

∴ ٤ س² + ١٢ س + ٩ - س² = ٠

∴ ٣ س² + ١٢ س + ٩ = ٠

∴ س² + ٤ س + ٣ = ٠

∴ (س + ١) (س + ٣) = ٠

∴ س = -١ أو س = -٣

∴ مجموعة الحل = {-١ ، -٣}

⑤ ∵ (د ∘ ر) (س) = ٣ س + ٢

∴ د (ر (س)) = ٣ س + ٢

∴ ٢ ر (س) + ١ = ٣ س + ٢

∴ ٢ ر (س) = ٣ س + ١

∴ ر (س) = $\frac{٣}{٢}$ س + $\frac{١}{٢}$

⑥ ∵ (ر ∘ د) (س) = س + ٢

∴ ر (د (س)) = س + ٢

∴ ر (٢ س - ٣) = س + ٢

وبوضع ٢ س - ٣ = ص

∴ س = $\frac{ص + ٣}{٢}$

∴ ر (ص) = $\frac{ص + ٣}{٢}$ + ٢ = $\frac{ص + ٧}{٢}$

∴ ر (س) = $\frac{س + ٧}{٢}$

⑦ ∵ (ر ∘ د) (٠) = (د ∘ ر) (١)

∴ ر [د (٠)] = د [ر (١)]

لاحظ أن : د (٠) = ٢ ، ر (١) = $\frac{١ - ك}{٢}$

∴ ر (٢) = د ($\frac{١ - ك}{٢}$)

∴ $\frac{٢ - ك}{٥}$ = $\frac{١ - ك}{٢}$ + ٢

∴ ٤ - ٢ ك = ٥ - ٥ ك + ٢٠

∴ ٣ ك = ٢١ ∴ ك = ٧

⑧ ∵ (د ∘ د ∘ د) (١)

= د (د [د (١)]) [من الرسم د (١) = ٥]

= د (د (٥)) [من الرسم د (٥) = صفر]

= د (صفر) [من الرسم د (٠) = ٢]

= ٢

⑨ (د ∘ ت) (٣) - (د ∘ ت) (٨)

= د (ت (٣)) - د (ت (٨))

= د (٢) - د (٤)

= ٤ - ٨ = -٤

٢

① (د ∘ د) (س) = د (د (س)) = د ($\frac{١}{س}$)

= ١ + $\frac{١}{س}$ = س

② (د ∘ د ∘ د) (س) = د (د (د (س)))

= د (د ($\frac{١}{س}$))

= د (س) = $\frac{١}{س}$

③ نلاحظ مما سبق أن التركيب مرتين يعطي س

والتركيب ثلاثة مرات يعطي $\frac{١}{س}$ وهكذا نلاحظ أن في

باقي التركيب يعطي س ثم $\frac{١}{س}$

∴ (د ∘ د ∘ د ∘ ..... إلى نه من المرات) (س)

= س إذا كانت نه زوجية

= $\frac{١}{س}$ إذا كانت نه فردية

إجابات تمارين 3

١

شكل (١) : متماثل حول محور السينات ومحور الصادات ونقطة الأصل

شكل (٢) : متماثل حول محور السينات

شكل (٣) : متماثل حول نقطة الأصل

شكل (٤) : متماثل حول نقطة الأصل

شكل (٥) : متماثل حول محور الصادات

شكل (٦) : متماثل حول نقطة الأصل

٢

① (د)	② (أ)	③ (د)	④ (أ)
⑤ (ب)	⑥ (جـ)	⑦ (ب)	⑧ (ب)
⑨ (جـ)	⑩ (جـ)	⑪ (جـ)	⑫ (أ)

٣

① فردية ② ليست زوجية وليست فردية

③ زوجية ④ ليست زوجية وليست فردية

⑤ فردية ⑥ فردية

٤

شكل (١) :

المدى = {-٢ ، ٢} ، ليست زوجية وليست فردية

شكل (٢) : المدى = ح - [-٢ ، ٢] ، فردية

شكل (٣) : المدى =]-∞ ، ٢] ، زوجية

شكل (٤) : المدى = [-١ ، ١] ، زوجية

شكل (٥) : المدى = ح - {٠} ، فردية

شكل (٦) : المدى = ح ، فردية

٥

شكل (١) : د (س) = س³ + س

∵ مجال د = ح والمنحنى متماثل حول نقطة الأصل

∴ الدالة د فردية

التحقيق الجبري : لكل س ، -س ∈ ح

∵ د (-س) = (-س)³ + (-س)

= -س³ - س = -(س³ + س)

= -د (س)

∴ الدالة فردية

شكل (٢) : د (س) = س² - ٢

∵ مجال د = ح

، المنحنى ليس متماثلاً حول محور الصادات وليس متماثلاً بالنسبة لنقطة الأصل

∴ الدالة د ليست زوجية وليست فردية.

التحقيق الجبري : لكل س ، -س ∈ ح

∵ د (-س) = (-س)² - ٢ = س² - ٢

= (س² + ٢)

∴ د (-س) ≠ د (س) ≠ -د (س)

∴ الدالة د ليست زوجية وليست فردية.

شكل (٣) : د (س) = ٢ - س²

∵ مجال د = [-٢ ، ٢]

، المنحنى متماثل حول محور الصادات

∴ الدالة د زوجية

التحقيق الجبري : لكل س ، -س ∈ [-٢ ، ٢]

∵ د (-س) = ٢ - (-س)² = ٢ - س² = د (س)

∴ الدالة زوجية

٦

قوة :

شكل (٣) : المجال = ح ، المدى = [-٢ ، ٦]

، ليست أحادية

شكل (٤) : المجال = ح - [-٢ ، ٢]

⑧ د (-س) = $\frac{٢ (-س)^٣ - (-س)^٥}{-س}$

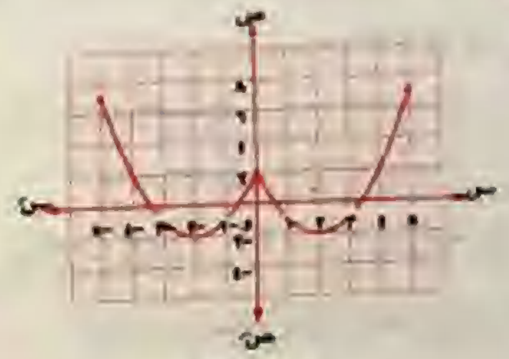
= $\frac{-٢ س^٣ + س^٥}{س}$

⑮ د (-س) = (-س - $\frac{٢}{-س}$)²

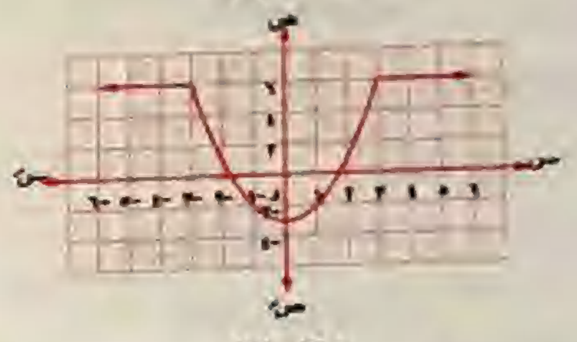
= (-س - $\frac{٢}{س}$)²

٦

أولاً :

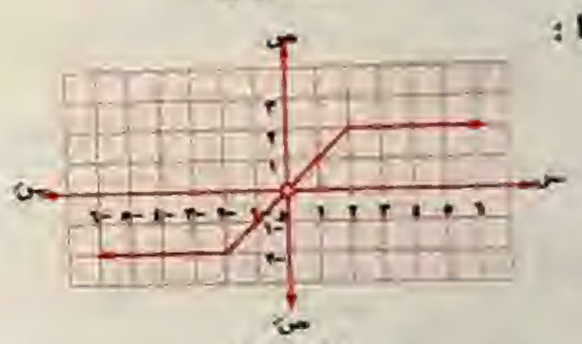


شكل (١)



شكل (٣)

ثانيًا :



شكل (٢)

شكل (٤)

ثالثًا :

شكل (١) : المجال = [-٥ ، ٥] ، المدى = [-٢ ، ٧] ، ليست أحادية

شكل (٢) : المجال = ح - {٠} ، المدى = [-٢ ، ٢] - {٠} ، ليست أحادية

شكل (٣) : المجال = ح ، المدى = [-٣ ، ٦] ، ليست أحادية

شكل (٤) : المجال = ح - [-٢ ، ٢] ، المدى = ح - {٠} ، أحادية.

٧

① د (-س) = ٥ = د (س) ∴ الدالة زوجية.

② د (-س) = (-س)^{٤} + (-س)^{٢} - ١

= س^{٤} + س^{٢} - ١ = د (س)

∴ الدالة زوجية.

③ د (-س) = ٣ (-س) - ٤ (-س)^{٣}

= -٣س + ٤ س^{٣}

= -(٣س - ٤ س^{٣}) = -د (س)

∴ الدالة فردية.

④ د (-س) = (-س)^{٢} - ٣ (-س) + ٤

= س^{٢} + ٣ س + ٤

≠ د (س) ≠ -د (س)

∴ الدالة ليست زوجية وليست فردية.

⑤ د (-س) = (-س)^{٣} ((-س)^{٢} - ١)

= -س^{٣} (س^{٢} - ١) = -د (س)

∴ الدالة فردية.

⑥ د (-س) = (-س - ٣)^{٢} - ٧

= (س + ٣)^{٢} - ٧

≠ د (س) ≠ -د (س)

∴ الدالة ليست زوجية وليست فردية.

⑦ د (-س) = $\frac{(-س)^{٢} + ٢}{-س - ٣}$

= $\frac{س^{٢} + ٢}{-س - ٣}$ = $\frac{س^{٢} + ٢}{-(س + ٣)}$

≠ د (س) ≠ -د (س)

∴ الدالة ليست زوجية وليست فردية.

حل آخر :

∵ مجال الدالة = ح - {-٣}

∴ ٣ ∈ مجال الدالة ، -٣ ∉ مجالها

∴ الدالة ليست فردية وليست زوجية.

⑧ د (-س) = $\frac{٢ (-س)^{٢} - (-س)^{٥}}{-س}$

= $\frac{-٢ س^{٢} + س^{٥}}{-س}$

= $\frac{-(٢ س^{٢} - س^{٥})}{-س}$

= $\frac{٢ س^{٢} - س^{٥}}{س}$ = د (س)

∴ الدالة زوجية.

⑨ د (-س) = $\frac{(-س)^{٢}}{١ - س}$ = $\frac{س^{٢}}{١ - س}$

≠ د (س) ≠ -د (س)

∴ الدالة ليست زوجية وليست فردية.

⑩ ∵ مجال د = [-٣ ، ∞[

∴ لكل س ∈ [-٣ ، ∞[

ليس بالضرورة أن يوجد -س ∈ [-٣ ، ∞[

∴ الدالة د ليست زوجية وليست فردية.

⑪ د (-س) = ((-س)^{٢} + ١)^{٢} = (س^{٢} + ١)^{٢}

= د (س)

∴ الدالة زوجية.

⑫ د (-س) = $\sqrt{(-س)^{٢} + ٦}$ = $\sqrt{س^{٢} + ٦}$ = د (س)

∴ الدالة زوجية.

⑬ د (-س) = $\sqrt[٣]{(-س)^{٣} + (-س)}$

= $\sqrt[٣]{-(س^{٣} + س)}$ = -$\sqrt[٣]{س^{٣} + س}$

= -د (س)

∴ الدالة فردية.

⑭ د (-س) = (-س)^{٣} - $\frac{١}{-س}$

= -س^{٣} + $\frac{١}{س}$

= -(س^{٣} - $\frac{١}{س}$) = -د (س)

∴ الدالة فردية.

⑮ د (-س) = (-س - $\frac{٢}{-س}$)^{٣}

= ((-س - $\frac{٢}{س}$))^{٣}

= -(س - $\frac{٢}{س}$)^{٣} = -د (س)

∴ الدالة فردية.

⑯ د (-س) = ($\frac{(-س)^{٢}}{٣}$ - $\frac{٥}{(-س)^{٤}}$)^{٥}

= ($\frac{س^{٢}}{٣}$ - $\frac{٥}{س^{٤}}$)^{٥} = د (س)

∴ الدالة زوجية.

⑰ د (-س) = ($\frac{٢ + س}{٢ - س}$)^{٢} + ($\frac{٢ - س}{٢ + س}$)^{٢}

= د (س)

∴ الدالة زوجية.

⑱ د (-س) = ($\frac{١ + س}{١ - س}$)^{٢} - ($\frac{١ - س}{١ + س}$)^{٢}

= -د (س)

∴ الدالة فردية.

⑲ د (-س) = ($\frac{-س - ١}{-س + ١}$)^{٥} + ($\frac{-س + ١}{-س - ١}$)^{٥}

= [$\frac{-(س - ١)}{-(س - ١)}$]^{٥} + [$\frac{-(س + ١)}{-(س + ١)}$]^{٥}

= ($\frac{س - ١}{س + ١}$)^{٥} + ($\frac{س + ١}{س - ١}$)^{٥}

= د (س)

∴ الدالة زوجية.

⑳ د (-س) = ((-س)^{٢} + ١)^{٤} - ((-س)^{٢} - ١)^{٤}

= ((-س)^{٢} - ١))^{٤} - ((-(-س)^{٢} + ١))^{٤}

= (س^{٢} - ١)^{٤} - (س^{٢} + ١)^{٤}

= -د (س)

∴ الدالة فردية.

㉑ د (-س) = -س جتا (-س) = -س جتا س

= -د (س)

∴ الدالة فردية.

(٢٢) د (−س) = $\frac{-٣س}{ظا(-س)} = \frac{-٣س}{-ظاس} = \frac{٣س}{ظاس}$

= د (س)

∴ الدالة زوجية.

(٢٣) د (−س) = $\frac{(-س)^٢ \times جا(-٣س)}{١ + (-س)^٤}$

= $\frac{س^٢ جا ٣س}{١ + س^٤}$ = د (س)

∴ الدالة زوجية.

(٢٤) د (−س) = $\frac{٣(-س)^٢ - جتا(-س)}{(-س)^٢ + ٦س}$

= $\frac{٣س^٢ - جتاس}{-س^٢ + ٦س} = \frac{٣س^٢ - جتاس}{-(س^٢ - ٦س)}$

= − د (س)

∴ الدالة فردية.

(٢٥) د (−س) = $(-س)^٢ (جا(-س))^٣$

= $س^٢ (-جاس)^٣ = -س^٢ جا^٣ س$

= − د (س)

∴ الدالة فردية.

(٢٦) د (−س) = $-س جا(-س)^٣$

= $-س جا(-س^٣)$

= $س جاس^٣$ = د (س)

∴ الدالة زوجية.

(٢٧) د (−س) = $\frac{(-س)^٢ + ظا(-س)}{(-س)^٤ + جا(-س)}$

= $\frac{س^٢ - ظاس}{س^٤ - جاس}$ ≠ د (س) ≠ − د (س)

∴ الدالة ليست زوجية وليست فردية.

(٢٨) د (−س) = $جا(-س)^٢ - (جا(-س))^٢$

= $جاس^٢ - (-جاس)^٢$

= $جاس^٢ - جا^٢ س$ = د (س)

∴ الدالة زوجية.

(٢٩) د (−س) = $(-س)^٤ + جا^٤(-س)$

= $س^٤ + (-جاس)^٤$

= $س^٤ + جا^٤ س$ = د (س)

∴ الدالة زوجية.

(٣٠) د (−س) = $(-س)^٧ + ظا^٥(-س)$

= $-س^٧ + (-ظاس)^٥$

= $-س^٧ - ظا^٥ س$ = − د (س)

∴ الدالة فردية.

(٣١) د (−س) = $\frac{جا(-٢س) جتا(-٢س)}{قا(-س)}$

= $\frac{-جا٢س جتا٢س}{قاس}$ = − د (س)

∴ الدالة فردية.

(٣٢) ∵ د (س) = $٢^{٢س} + جتاس + ٢^{-٢س}$

∴ د (−س) = $٢^{-٢س} + جتا(-س) + ٢^{٢س}$

= $٢^{-٢س} + جتاس + ٢^{٢س}$

= د (س)

∴ الدالة زوجية.

(٣٣) ∵ د (س)

= $((جتاس + جاس) - ١)((جتاس + جاس) + ١)$

= $(جتاس + جاس)^٢ - ١$

= $جتا^٢ س + جا^٢ س + ٢ جاس جتاس - ١$

= $١ + ٢ جاس جتاس - ١ = ٢ جاس جتاس$

∴ د (−س) = $٢ جا(-س) جتا(-س)$

= $-٢ جاس جتاس$ = − د (س)

∴ الدالة فردية.

(٣٤) د (−س) = $\begin{cases} -٢س ، & -س \le ٠ \\ ٢س ، & -س > ٠ \end{cases}$

= $\begin{cases} -٢س ، & س \ge ٠ \\ ٢س ، & س < ٠ \end{cases}$

= $\begin{cases} ٢س ، & س \le ٠ \\ -٢س ، & س > ٠ \end{cases}$

= د (س)

∴ الدالة زوجية.

(٣٥) د (−س)

= $\begin{cases} -٢س + (-س)^٢ ، & -س \le ٠ \\ -٢س - (-س)^٢ ، & -س > ٠ \end{cases}$

= $\begin{cases} -(٢س - س^٢) ، & س \le ٠ \\ -(٢س + س^٢) ، & س > ٠ \end{cases}$

= $\begin{cases} -(٢س + س^٢) ، & س \le ٠ \\ -(٢س - س^٢) ، & س > ٠ \end{cases}$

= $\begin{cases} ٢س + س^٢ ، & س \le ٠ \\ ٢س - س^٢ ، & س > ٠ \end{cases}$

= − د (س)

∴ الدالة فردية.

٨

شكل (١) : نلاحظ أن كل مستقيم أفقي يقطع المنحنى في نقطة واحدة ولذلك فإن الدالة د أحادية

التحقيق الجبري :

بفرض أن أ ، ب ∈ مجال الدالة د

∴ د (أ) = ٢ − ٢أ ، د (ب) = ٢ − ٢ب

ويوضع د (أ) = د (ب) ∴ ٢ − ٢أ = ٢ − ٢ب

∴ −٢أ = −٢ب ∴ أ = ب

∴ الدالة د أحادية

شكل (٢) : نلاحظ أن كل مستقيم أفقي يقطع المنحنى في نقطة واحدة ولذلك فإن الدالة د أحادية

التحقيق الجبري :

بفرض أن أ ، ب ∈ مجال الدالة د

∴ د (أ) = ٤ − $أ^٢$ ، د (ب) = ٤ − $ب^٢$

ويوضع د (أ) = د (ب) ∴ ٤ − $أ^٢$ = ٤ − $ب^٢$

∴ −$أ^٢$ = −$ب^٢$ ∴ أ = ب

∴ الدالة د أحادية.

شكل (٣) : نلاحظ أن كل مستقيم أفقي يقطع المنحنى في نقطة واحدة ولذلك فإن الدالة د أحادية

التحقيق الجبري :

بفرض أن أ ، ب ∈ مجال الدالة د

∴ د (أ) = $\frac{١ - أ}{٢ - أ}$ ، د (ب) = $\frac{١ - ب}{٢ - ب}$

ويوضع د (أ) = د (ب) ∴ $\frac{١ - أ}{٢ - أ} = \frac{١ - ب}{٢ - ب}$

∴ (١ − أ)(٢ − ب) = (١ − ب)(٢ − أ)

∴ ٢ − ٢ب − أ + أب = ٢ − ٢أ − ب + أب

∴ ٢ − أ − ٢ب = ٢ − ٢أ − ب

∴ ٢أ − ب = ٢أ − ٢ب

∴ أ = ب ∴ أ = ب

∴ الدالة د أحادية.

٩

(١) بفرض أن أ ، ب ∈ مجال الدالة د

∵ د (أ) = ٢أ − ٣ ، د (ب) = ٢ب − ٣

ويوضع د (أ) = د (ب)

∴ ٢أ − ٣ = ٢ب − ٣ ∴ ٢أ = ٢ب

∴ أ = ب ∴ د دالة أحادية

(٢) بفرض أن : أ ، ب ∈ مجال الدالة د

∵ د (أ) = ٤ − $أ^٢$ ، د (ب) = ٤ − $ب^٢$

ويوضع د (أ) = د (ب)

∴ ٤ − $أ^٢$ = ٤ − $ب^٢$ ∴ −$أ^٢$ = −$ب^٢$

∴ أ = ب ∴ د دالة أحادية

(٣) بفرض أن : أ ، ب ∈ مجال الدالة د

∵ د (أ) = $\frac{٣}{٥ + ٢أ}$ ، د (ب) = $\frac{٣}{٥ + ٢ب}$

ويوضع د (أ) = د (ب)

∴ $\frac{٣}{٥ + ٢أ} = \frac{٣}{٥ + ٢ب}$ ∴ ٥ + ٢أ = ٥ + ٢ب

∴ أ = ب ∴ د دالة أحادية.

(٤) بفرض أن : أ ، ب ∈ مجال الدالة د

∵ د (أ) = $\frac{٥ - ٢أ}{٢ + ٢أ}$ ، د (ب) = $\frac{٥ - ٢ب}{٢ + ٢ب}$

ويوضع د (أ) = د (ب)

∴ $\frac{٥ - ٢أ}{٢ + ٢أ} = \frac{٥ - ٢ب}{٢ + ٢ب}$

∴ (٢أ − ٥)(٤ب + ٣) = (٤أ + ٣)(٢ب − ٥)

∴ ٨أب + ١٢ب − ٢٠ب − ١٥

∴ أ لها قيمتان هما : ب ، −ب + ٥

∴ د دالة ليست أحادية.

، وبفرض أن د (أ) = د (ب) ∴ $\frac{٢ - أ}{٢ + أ} = \frac{٢ - ب}{٢ + ب}$

∴ (٢ − أ)(ب + ٢) = (أ + ٢)(٢ − ب)

∴ (٢٣ − ٥)(٤ب + ٣) = (٢٤ + ٣)(٣ب − ٥)

∴ ١٢٢ب + ٦٩ − ٢٠٠ب − ١٥

= ١٢٢ب − ٢٠٠ + ٩ب − ١٥

∴ ٦٩ − ٢٠٠ب = −٢٠٠ + ٩ب

∴ ٢٦٩ = ٢٩ب ∴ ب = ٩ ∴ د دالة أحادية.

١١

① بفرض أن : أ ، ب ∈ مجال الدالة د ، أ ≠ ب

، ∵ د (أ) = ٣ ، د (ب) = ٣

∴ د (أ) = د (ب) ∴ د دالة ليست أحادية.

② بفرض أن : أ ، ب ∈ مجال الدالة د

، ∵ د (أ) = (أ + ٣)^{٢} ، د (ب) = (ب + ٣)^{٢}

ويوضع د (أ) = د (ب)

∴ (أ + ٣)^{٢} = (ب + ٣)^{٢} ∴ أ + ٣ = ± (ب + ٣)

∴ أ + ٣ = ب + ٣ ∴ أ = ب

أو أ + ٣ = −ب − ٣ ∴ أ = −ب − ٦

∴ أ لها قيمتان هما : ب ، −ب − ٦

∴ د دالة ليست أحادية.

③ بفرض أن : أ ، ب ∈ مجال الدالة د

، ∵ د (أ) = أ^{٢} − ٥أ + ٦

، د (ب) = ب^{٢} − ٥ب + ٦

ويوضع د (أ) = د (ب)

∴ أ^{٢} − ٥أ + ٦ = ب^{٢} − ٥ب + ٦

∴ أ^{٢} − ٥أ = ب^{٢} − ٥ب

∴ أ^{٢} − ب^{٢} − ٥أ + ٥ب = ٠

∴ (أ − ب)(أ + ب) − ٥(أ − ب) = ٠

∴ (أ − ب)(أ + ب − ٥) = ٠

∴ أ − ب = ٠ ∴ أ = ب

أو أ + ب − ٥ = ٠ ∴ أ = −ب + ٥

∴ أ لها قيمتان هما : ب ، −ب + ٥

∴ د دالة ليست أحادية.

④ بفرض أن : أ ، ب ∈ مجال الدالة د

، ∵ د (أ) = $\frac{١}{أ^{٢} − ٤}$ ، د (ب) = $\frac{١}{ب^{٢} − ٤}$

ويوضع د (أ) = د (ب)

∴ $\frac{١}{أ^{٢} − ٤}$ = $\frac{١}{ب^{٢} − ٤}$ ∴ أ^{٢} − ٤ = ب^{٢} − ٤

∴ أ^{٢} = ب^{٢} ∴ أ = ± ب

∴ أ لها قيمتان هما : ب ، −ب

∴ د دالة ليست أحادية.

١٢

① بفرض أن : أ ، ب ∈ مجال الدالة د

، ∵ د (أ) = أ^{٢} + ١ ، د (ب) = ب^{٢} + ١

ويوضع د (أ) = د (ب) ∴ أ^{٢} + ١ = ب^{٢} + ١

∴ أ^{٢} = ب^{٢} ∴ أ = ب ∴ د دالة أحادية.

② بفرض أن : أ ، ب ∈ مجال الدالة د

، ∵ د (أ) = أ^{٢} − ١ ، د (ب) = ب^{٢} − ١

ويوضع د (أ) = د (ب) ∴ أ^{٢} − ١ = ب^{٢} − ١

∴ أ^{٢} = ب^{٢} ∴ أ = ± ب

∴ أ لها قيمتان هما : ب ، −ب

∴ د دالة ليست أحادية.

③ بفرض أن : أ ، ب ∈ مجال الدالة د

، ∵ د (أ) = ٢أ^{٢} − أ − ٢

، د (ب) = ٢ب^{٢} − ب − ٢

ويوضع د (أ) = د (ب)

∴ ٢أ^{٢} − أ − ٢ = ٢ب^{٢} − ب − ٢

∴ ٢أ^{٢} − ٢ب^{٢} − أ + ب = ٠

∴ ٢(أ^{٢} − ب^{٢}) − (أ − ب) = ٠

∴ ٢(أ − ب)(أ + ب) − (أ − ب) = ٠

∴ (أ − ب)(٢(أ + ب) − ١) = ٠

∴ أ − ب = ٠ ∴ أ = ب

أو ٢(أ + ب) − ١ = ٠

∴ أ + ب = $\frac{١}{٢}$ ∴ أ = $\frac{١}{٢}$ − ب

∴ أ لها قيمتان هما : ب ، $\frac{١}{٢}$ − ب

∴ د دالة ليست أحادية.

④ بفرض أن : أ ، ب ∈ مجال الدالة د

، ∵ د (أ) = أ^{٤} + ٢أ^{٢} + ١

، د (ب) = ب^{٤} + ٢ب^{٢} + ١

، ويفرض د (أ) = د (ب)

∴ أ^{٤} + ٢أ^{٢} + ١ = ب^{٤} + ٢ب^{٢} + ١

∴ (أ^{٢} + ١)^{٢} = (ب^{٢} + ١)^{٢}

∴ أ^{٢} + ١ = ب^{٢} + ١ ∴ أ^{٢} = ب^{٢} ∴ أ = ± ب

∴ أ لها قيمتان هما : ب ، −ب

∴ د دالة ليست أحادية.

⑤ بفرض أن : أ ، ب ∈ مجال الدالة د

، ∵ د (أ) = $\frac{٢أ + ١}{أ − ٢}$ ، د (ب) = $\frac{٢ب + ١}{ب − ٢}$

، ويفرض أن د (أ) = د (ب)

∴ $\frac{٢أ + ١}{أ − ٢}$ = $\frac{٢ب + ١}{ب − ٢}$

∴ (٢أ + ١)(ب − ٢) = (أ − ٢)(٢ب + ١)

∴ ٢أب − ٤أ + ب − ٢

= ٢أب + أ − ٤ب − ٢

∴ −٤أ + ب = أ − ٤ب

∴ ٥ب = ٥أ ∴ أ = ب ∴ د دالة أحادية.

⑥ بفرض أن : أ ، ب ∈ مجال الدالة د

، ∵ د (أ) = $\frac{٢ − أ}{٢ + أ}$ ، د (ب) = $\frac{٢ − ب}{ب + ٢}$

، ويفرض أن د (أ) = د (ب) ∴ $\frac{٢ − أ}{٢ + أ}$ = $\frac{٢ − ب}{ب + ٢}$

∴ (٢ − أ)(ب + ٢) = (أ + ٢)(٢ − ب)

∴ ٢ب + ٦ − أب − ٢أ = ٢أ − أب + ٦ − ٢ب

∴ ٢ب − ٢أ = ٢أ − ٢ب

∴ ٤ب = ٤أ ∴ أ = ب ∴ د دالة أحادية.

١٣

من ① : ④ ليست زوجية وليست فردية.

١٤

① ∵ الدالة فردية. ∴ د (−س) = − د (س)

∴ المقدار = $\frac{-٧د(س) + ٢د(س)}{-٢د(س)}$ = $\frac{-٥د(س)}{-٢د(س)}$ = ٢

② ∵ الدالة زوجية. ∴ د (−س) = د (س)

∴ المقدار = $\frac{٢د(س) + ٣د(س)}{٢د(س)}$ = $\frac{٥د(س)}{٢د(س)}$ = ٥

١٥

① (د + ر)(س) = (١ − س)^{٢} + (١ + س)^{٢}

∴ (د + ر)(−س) = (١ + س)^{٢} + (١ − س)^{٢}

= (د + ر)(س)

∴ (د + ر) زوجية.

② (د − ر)(س) = (١ − س)^{٢} − (١ + س)^{٢}

∴ (د − ر)(−س) = (١ + س)^{٢} − (١ − س)^{٢}

= −(د − ر)(س)

∴ (د − ر) فردية.

③ (د . ر)(س) = (١ − س)^{٢} (١ + س)^{٢}

∴ (د . ر)(−س) = (١ + س)^{٢} (١ − س)^{٢}

= (د . ر)(س)

∴ (د . ر) زوجية.

④ $\left(\frac{د}{ر}\right)(س) = \frac{(١ - س)^٢}{(١ + س)^٢}$

$\therefore \left(\frac{د}{ر}\right)(-س) = \frac{(١ + س)^٢}{(١ - س)^٢}$

$\neq \left(\frac{د}{ر}\right)(س) \neq -\left(\frac{د}{ر}\right)(س)$

$\therefore \left(\frac{د}{ر}\right)$ ليست زوجية وليست فردية.

١٥

$\because$ $د_١$ ، $د_٢$ زوجيتان ، $ر_١$ ، $ر_٢$ فرديتان

① $د_١ + ر_٢$ ليست زوجية وليست فردية

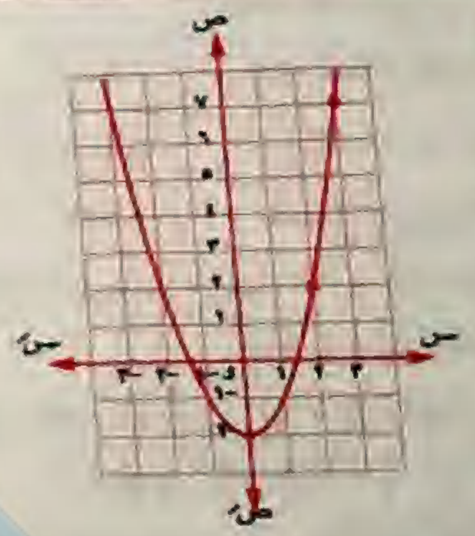
② $د_١ - د_٢$ زوجية ③ $ر_١ + ر_٢$ فردية

④ $د_١ \cdot ر_٢$ فردية ⑤ $ر_١ \cdot ر_٢$ زوجية

⑥ $\frac{د_٢}{د_١}$ زوجية

١٦

①



②

١٧

① (جـ) ② (جـ) ③ (جـ) ④ (ب)

⑤ (أ) ⑥ (ب) ⑦ (أ) ⑧ (أ)

إرشادات لحل رقم ١٧

① $\because$ د دالة ينتمي إليها النقطة (٢ ، ٣)

$\therefore$ النقطة (٢ ، −١) $\notin$ بيان الدالة

، $\because$ د أحادية ينتمي إليها النقطة (٢ ، ٣)

$\therefore$ النقطة (٥ ، ٣) $\notin$ بيان الدالة

$\therefore$ النقطة التي يمكن أن تنتمي للدالة هي (٣ ، ٢)

② $\because$ الدالة احادية تمر بالنقطتين (٢ ، أ) ، (٣ ، ب)

$\therefore$ لابد وأن يكون أ $\neq$ ب دائمًا

③ $\because$ د زوجية $\therefore$ د (س) = د (−س)

$\therefore$ د (س) + س^٢ د (س) = ٣

$\therefore$ د (س) [١ + س^٢] = ٣

$\therefore$ د (س) = $\frac{٣}{١ + س^٢}$

$\therefore$ د (١) = $١\frac{١}{٢}$

④ $\because$ د فردية ، د (١) = ك $\therefore$ د (−١) = −ك

، $\because$ د (س + ٢) = د (س) + د (٢)

بوضع س = −١

$\therefore$ د (١) = د (−١) + د (٢)

$\therefore$ ك = −ك + د (٢) $\therefore$ د (٢) = ٢ ك

، بوضع س = ١

$\therefore$ د (٣) = د (١) + د (٢) = ك + ٢ ك = ٣ ك

⑤ $\because$ (د + ر) (−س)

$= \frac{١ + (-س)}{١ - (-س)} + \frac{١ - (-س)}{١ + (-س)}$

$= \frac{١ - س}{١ + س} + \frac{١ + س}{١ - س} = (د + ر)(س)$

$\therefore$ (د + ر) دالة زوجية

، $\because$ (د . ر) (س) = $\frac{١ + س}{١ - س} \times \frac{١ - س}{١ + س} = ١$

$\therefore$ (د . ر) دالة زوجية أيضًا.

⑥ $\because$ ر (−س) = د (−س) + د (س) = ر (س)

$\therefore$ ر دالة زوجية دائمًا

⑦ $\because$ ٣ د (س) + ٢ د (−س) = س^٣ − ما س (١)

وبوضع −س بدلًا من س

$\therefore$ ٣ د (−س) + ٢ د (س) = (−س)^٣ − ما (−س)

$\therefore$ ٣ د (−س) + ٢ د (س) = −س^٣ + ما س (٢)

بجمع (١) ، (٢) :

$\therefore$ ٥ د (س) + ٥ د (−س) = صفر

$\therefore$ د (س) = − د (−س)

$\therefore$ الدالة فردية.

⑧ د (س) = س^٣ ، ر (س) = س^٢ + ١

(١) (د × ر) (س) = س^٣ (س^٢ + ١)

$\therefore$ (د × ر) (−س) = (−س)^٣ ((−س)^٢ + ١)

= −س^٣ (س^٢ + ١)

$\therefore$ (د × ر) (−س) = − (د × ر) (س)

أي أن : (د × ر) فردية.

(٢) (د ∘ ر) (س) = د (ر (س))

= د (س^٢ + ١)

= (س^٢ + ١)^٣

$\therefore$ (د ∘ ر) (−س) = ((−س)^٢ + ١)^٣

= (س^٢ + ١)^٣

= (د ∘ ر) (س)

$\therefore$ (د ∘ ر) زوجية

(٣) (ر ∘ د) (س) = ر (د (س))

= ر (س^٣) = س^٦ + ١

$\therefore$ (ر ∘ د) (−س) = ((−س)^٣ + ١)

= س^٦ + ١ = (ر ∘ د) (س)

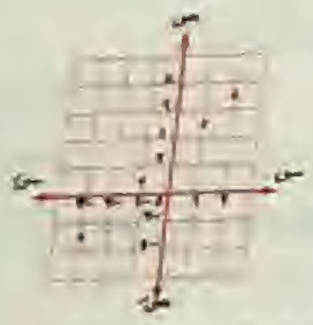
$\therefore$ (ر ∘ د) زوجية.

$\therefore$ الاجابة (أ) هي الصحيحة.

اجابات تمارين ٤

١

①

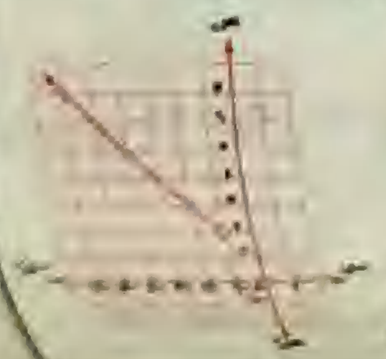


المدى = {−٣ ، ١ ، ٥ ، ٧}

②

المدى = [٢ ، ٦]

③



المدى =]−∞ ، ٢٦]

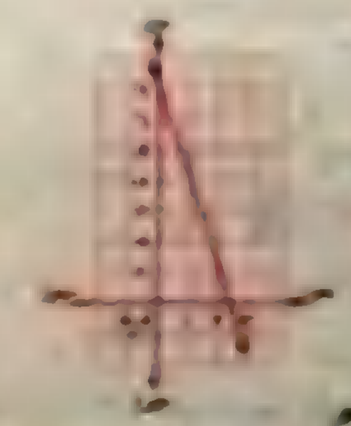
①

٢

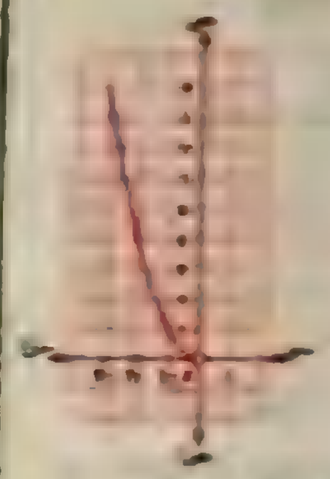
①

② المجال = ح

③ د (س) = $\frac{س(س^٢ - ١)}{س - ١}$ = س ، س $\neq$ ١



المدى = ح

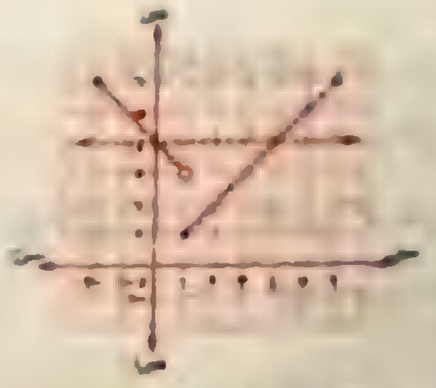


المدى =]-∞ ، ٠]

• المدى = [-∞ ، ٠]

نقطة الرأس هي النقطة (٠ ، -١/٤)

• المدى = [-١/٤ ، +∞[

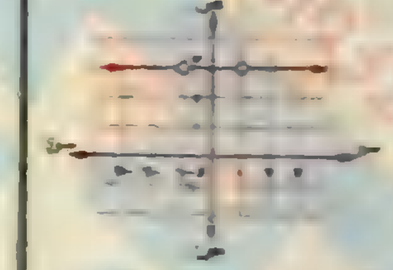


• المدى = [١ ، ٦]

• الدالة تناقصية في]-٢ ، ١[

، وتزايدية في]١ ، ٦[

② الدالة ليست أحادية لأنه يوجد خط أفقي يقطع الدالة في أكثر من نقطة.



① د(س) = ٢(س² - ١) / (س² - ١)

∴ د(س) = ٢

، س ≠ ±١

• المجال = ح - {١ ، -١} • المدى = {٢}

• الدالة ثابتة على مجالها. • الدالة زوجية.

• الدالة متماثلة حول محور الصادات.

② د(س) = (٢ - س)(٢ + س) / (س + ٢) = ٢ - س

، س ≠ -٢

• المجال = ح - {-٢}

• المدى = ح - {٤}

• الدالة تناقصية على مجالها

• الدالة ليست فردية

وليست زوجية.

② د(س) = (س(س² - ١)) / (س² - ١) = س ، س ≠ ±١

• المجال = ح - {١ ، -١}

• المدى = ح - {-١ ، ١}

• الدالة تناقصية على]-∞ ، ٠[- {-١}

، وتزايدية في]٠ ، ∞[- {١} • الدالة زوجية

• الدالة متماثلة حول محور الصادات.

---

① (١) ② (-١) ③ (-١) ④ (-١) ⑤ (-١)

① • المجال = [٠ ، ∞[

• المدى = {٢}

• الدالة ثابتة في الفترة [٠ ، ∞[

• الدالة ليست زوجية وليست فردية

• الدالة ليست لها نقطة تماثل وليس لها محور تماثل

---

② • د(س) = (س(س² - ١)) / (س² - ١) = س ، س ≠ ±١

• المجال = ح - {١ ، -١}

• المدى = ح - {-١ ، ١}

• الدالة تزايدية

على ح - {-١ ، ١}

• الدالة فردية

• الدالة متماثلة حول نقطة الأصل.

③ • المجال = ح

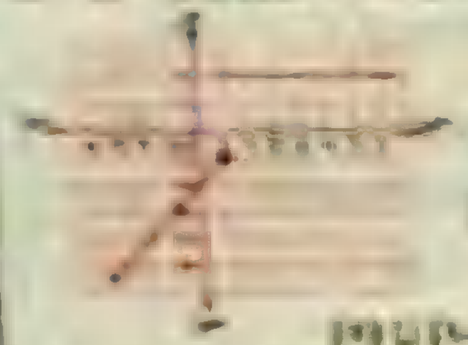
• المدى = {٢}

• الدالة ثابتة في كل من

]-∞ ، ٠[،]٠ ، ∞[

• الدالة ليست زوجية وليست فردية

• الدالة ليست لها نقطة تماثل وليس لها محور تماثل



④ • المجال = ح

• المدى

=]-∞ ، -٢] ∪ [٢ ، ∞[

• الدالة ثابتة في]-∞ ، -٢[، وتزايدية في]٢ ، ∞[

• الدالة ليست زوجية وليست فردية

• الدالة ليست لها نقطة تماثل وليس لها محور تماثل

⑤ • المجال =]-∞ ، ∞[

• المدى =]-∞ ، ٠]

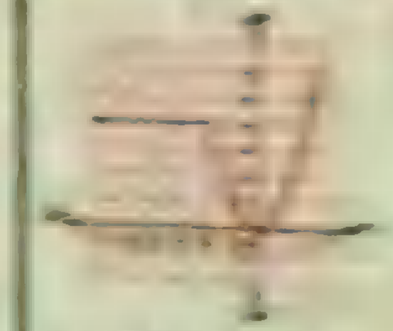
• الدالة تزايدية

في]-∞ ، ٠[

، وتناقصية في]٠ ، ∞[

• الدالة ليست زوجية وليست فردية

• محور التماثل هو المستقيم س = ٠



⑥ • المجال = ح

• المدى = [-١ ، ∞[

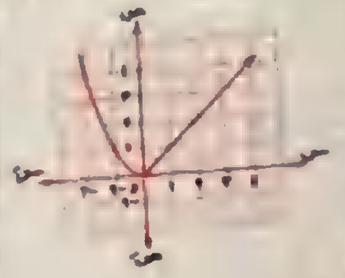
• الدالة تناقصية

في]-∞ ، ٠[

، وتزايدية في]٠ ، ∞[

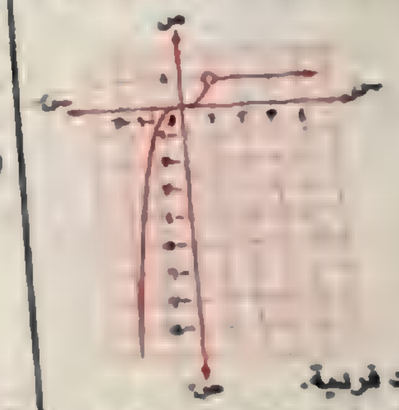
• الدالة ليست زوجية وليست فردية.
• الدالة ليست لها نقطة تماثل وليس لها محور تماثل.

⑥



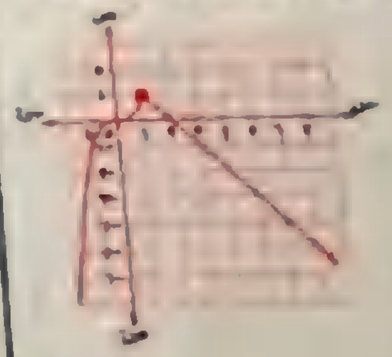
• المجال = ح
• المدى = [٠ ، ∞[
• الدالة تناقصية
في]-∞ ، ٠[
، وتزايدية في]٠ ، ∞[
• الدالة ليست زوجية وليست فردية.
• الدالة ليست لها نقطة تماثل وليس لها محور تماثل.

⑦



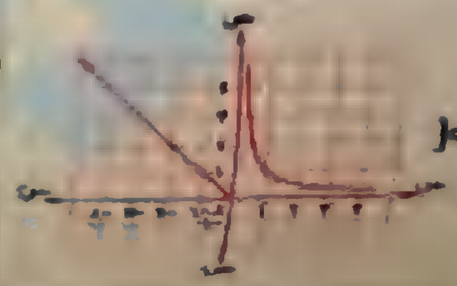
• المجال = ح - {١}
• المدى =]-∞ ، ١]
• الدالة تزايدية
في]-∞ ، ١[
، وثابتة في]١ ، ∞[
• الدالة ليست زوجية وليست فردية.
• الدالة ليست لها نقطة تماثل وليس لها محور تماثل.

⑧



• المجال = ح
• المدى =]-∞ ، ١]
• الدالة تزايدية
في]-∞ ، ١[
، وتناقصية
في]١ ، ∞[
• الدالة ليست زوجية وليست فردية.
• الدالة ليست لها نقطة تماثل وليس لها محور تماثل.

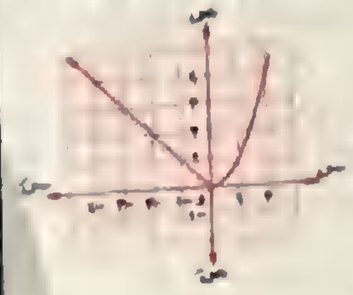
⑨



• المجال = ح
• المدى = [صفر ، ∞[
• الدالة تناقصية
في]-∞ ، ٠[
، وثابتة في [٠ ، ∞[

• الدالة ليست زوجية وليست فردية.
• الدالة ليست لها نقطة تماثل وليس لها محور تماثل.

⑩



• المجال = ح
• المدى = [صفر ، ∞[
• الدالة تناقصية
في]-∞ ، ٠[
، وتزايدية في]٠ ، ∞[
• الدالة ليست زوجية وليست فردية.
• الدالة ليست لها نقطة تماثل وليس لها محور تماثل.

⑪

• المجال = ح
• المدى = [٠ ، ٢]
• الدالة ثابتة في كل من]-∞ ، -٣[،]٣ ، ∞[
، وتناقصية في]-٣ ، ٠[، وتزايدية في]٠ ، ٣[
• الدالة زوجية. • محور التماثل هو المستقيم س = ٠

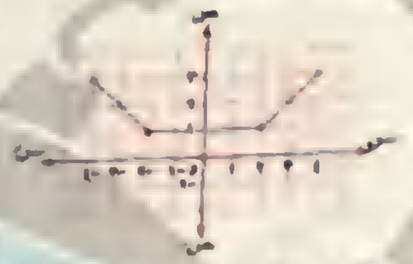
⑫

د (س) = { -٣ ، س < ٢ ؛ ٣ ، س ≥ ٢ }
• المجال = ح - {٢}
• المدى = {٣ ، -٣}
• الدالة ثابتة في كل من:]-∞ ، ٢[،]٢ ، ∞[
• الدالة ليست زوجية وليست فردية.
• الدالة ليست لها نقطة تماثل وليس لها محور تماثل.

⑬

• المجال = [-٣ ، ٣]
• المدى = {٠ ، ٣}
• الدالة ثابتة في كل من:
]-٣ ، -١[،]-١ ، ٠[،]١ ، ٣[
• الدالة زوجية
• محور التماثل هو المستقيم س = ٠

⑭

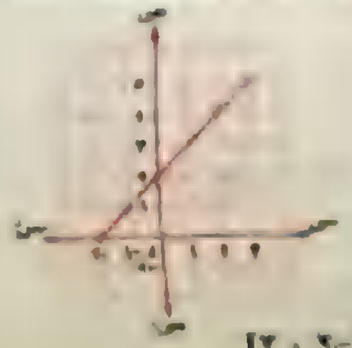


• المجال = [-٤ ، ٤]
• المدى = [١ ، ٣]
• الدالة تناقصية في]-٤ ، -٢[
، وثابتة في]-٢ ، ٢[
وتزايدية في]٢ ، ٤[
• الدالة زوجية.
• محور التماثل هو المستقيم س = ٠

٢

د١ (س) = ٣ س - ١ ، مجالها = ح
، د٢ (س) = ٣ - ٢ س ، مجالها = [-٣ ، ٣]
، (د١ + د٢) (س) = س + ٢ ، ومجالها = [-٣ ، ٣]

س	-٣	-٢	-١	٠	١	٢	٣
(د١ + د٢) (س)	٠	١	٢	٣	٤	٥	

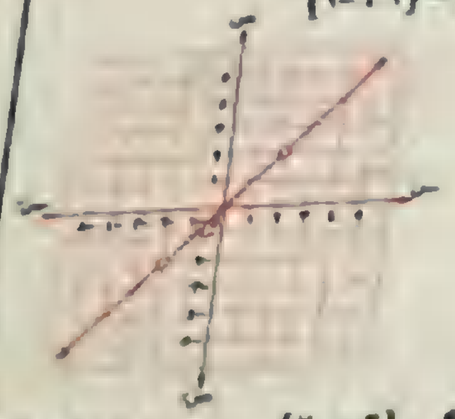


• المجال = [-٣ ، ٣]
• الدالة تزايدية في]-٣ ، ٣[

٣

∵ د (س) = س² - ٤ س ومجالها = ح
، ر (س) = س² - ٤ ومجالها = ح

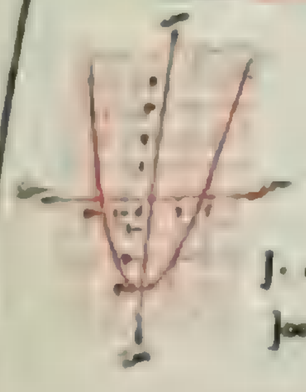
∴ $\frac{د}{ر}$ (س) = $\frac{س^2 - 4س}{س^2 - 4}$ = $\frac{س(س^2 - 4)}{س^2 - 4}$ = س
حيث س ≠ ± ٢
ومجال $\frac{د}{ر}$ = ح - {٢ ، -٢}



• المدى = ح - {٢ ، -٢}
• الدالة فردية.
• الدالة تزايدية على ح - {٢ ، -٢}
• الدالة أحادية.

إجابات تمارين 5

١



① • المجال = ح
• المدى = [-٣ ، ∞[
• الدالة تناقصية في]-∞ ، ٠[
، الدالة تزايدية في [٠ ، ∞[
• الدالة زوجية.
• معادلة محور التماثل هي: س = صفر

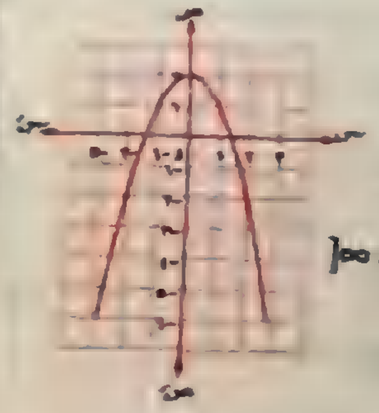
② • المجال = ح
• المدى = [١ ، ∞[
• الدالة تناقصية في]-∞ ، ٠[
، الدالة تزايدية في [٠ ، ∞[
• الدالة زوجية.
• معادلة محور التماثل هي: س = صفر

③ • المجال = ح
• المدى =]-∞ ، ٣]

⑥ • المجال = ح
• المدى = [-٤ ، ∞[

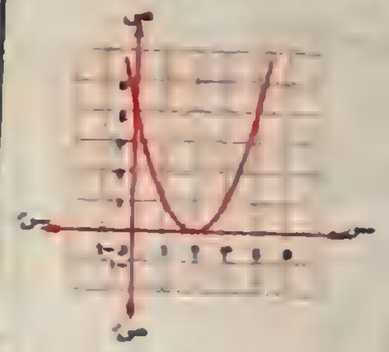
⑨ • المجال = ح
• المدى = [-١/٢ ، ∞[
• الدالة تناقصية في]-∞ ، -٢[
، الدالة تزايدية في [-٢ ، ∞[

③



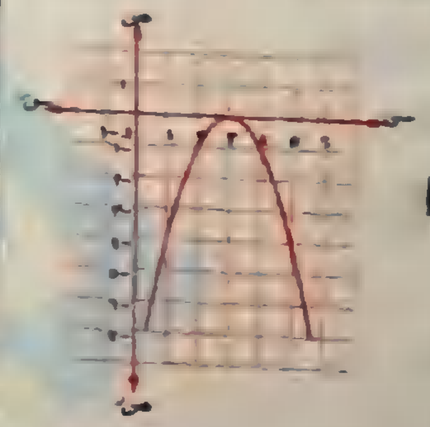
- المجال = ح
- المدى =]-∞ ، ٢]
- الدالة تناقصية فى]٠ ، ∞[، الدالة تزايدية فى]-∞ ، ٠[
- الدالة زوجية.
- معادلة محور التماثل هى : س = صفر

④



- المجال = ح
- المدى = [٠ ، ∞[
- الدالة تناقصية فى]-∞ ، ٢[، الدالة تزايدية فى]٢ ، ∞[
- الدالة ليست زوجية وليست فردية.
- معادلة محور التماثل هى : س = ٢

⑤

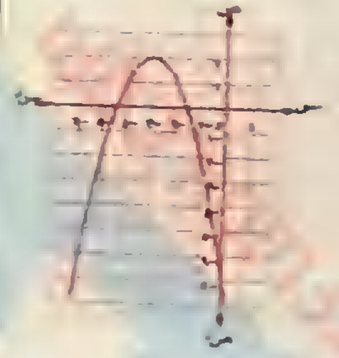


- المجال = ح
- المدى =]-∞ ، ٠]
- الدالة تناقصية فى]٣ ، ∞[، الدالة تزايدية فى]-∞ ، ٣[
- الدالة ليست زوجية وليست فردية.
- معادلة محور التماثل هى : س = ٣

⑥

- المجال = ح
- المدى = [-٤ ، ∞[
- الدالة تناقصية فى]-∞ ، -٢[، الدالة تزايدية فى]-٢ ، ∞[
- الدالة ليست زوجية وليست فردية.
- معادلة محور التماثل هى : س = -٢

⑦



- المجال = ح
- المدى =]-∞ ، ٢]
- الدالة تناقصية فى]-٣ ، ∞[، الدالة تزايدية فى]-∞ ، -٣[
- الدالة ليست زوجية وليست فردية.
- معادلة محور التماثل هى : س = -٣

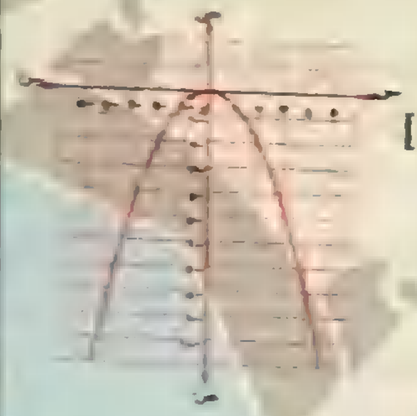
⑧

- المجال = ح
- المدى = [-١ ، ∞[
- الدالة تناقصية فى]-∞ ، ٢[، الدالة تزايدية فى]٢ ، ∞[
- الدالة ليست زوجية وليست فردية.
- معادلة محور التماثل هى : س = ٢

⑨

- المجال = ح
- المدى = [-$\frac{١}{٢}$ ، ∞[
- الدالة تناقصية فى]-∞ ، $\frac{-٣}{٢}$[، الدالة تزايدية فى]$\frac{-٣}{٢}$ ، ∞[
- الدالة ليست زوجية وليست فردية.
- معادلة محور التماثل هى : س = $\frac{-٣}{٢}$

⑩



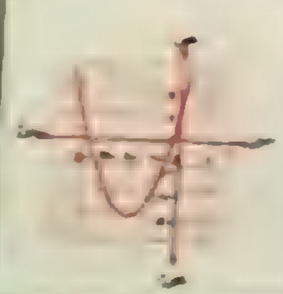
- المجال = ح
- المدى =]-∞ ، ٠]
- الدالة تناقصية فى]٠ ، ∞[، الدالة تزايدية فى]-∞ ، ٠[
- الدالة زوجية.
- معادلة محور التماثل هى : س = صفر

⑪

ق(س) = (س + ٢)^{٢}

- المجال = ح
- المدى = [٠ ، ∞[
- الدالة تناقصية فى]-∞ ، -٢[، الدالة تزايدية فى]-٢ ، ∞[
- الدالة ليست زوجية وليست فردية.
- معادلة محور التماثل هى : س = -٢

⑫

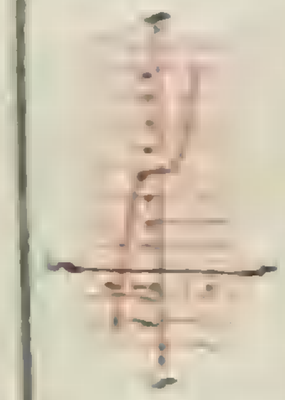


ق(س) = (س + ٢)^{٢} - ٣

- المجال = ح
- المدى = [-٣ ، ∞[
- الدالة تناقصية فى]-∞ ، -٢[، الدالة تزايدية فى]-٢ ، ∞[
- الدالة ليست زوجية وليست فردية.
- معادلة محور التماثل هى : س = -٢

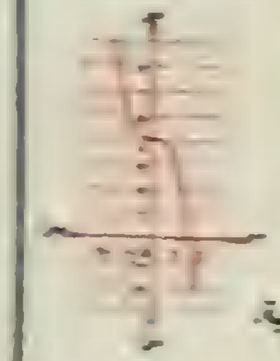
٢

①



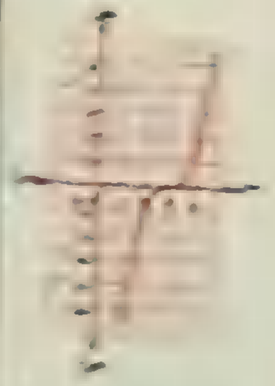
- المجال = ح
- المدى = ح
- الدالة تزايدية على ح
- الدالة ليست زوجية وليست فردية.
- نقطة التماثل هى (٠ ، ٤)

②



- المجال = ح
- المدى = ح
- الدالة تناقصية على ح
- الدالة ليست زوجية وليست فردية.
- نقطة التماثل هى : (٠ ، ٤)

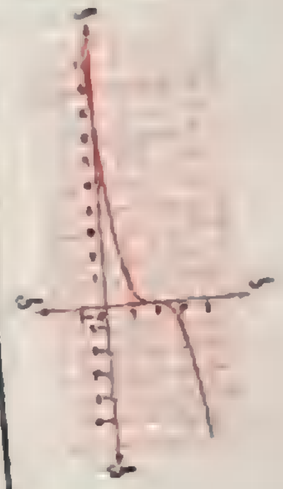
③



- المجال = ح
- المدى = ح
- الدالة تزايدية على ح
- الدالة ليست زوجية وليست فردية.
- نقطة التماثل هى : (٣ ، ٠)

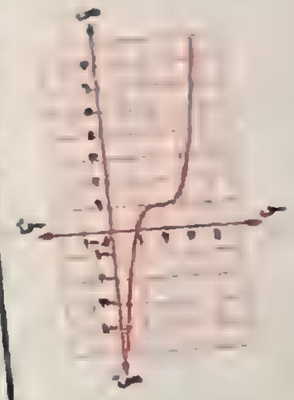
④

ق (س) = − (س − ٢)²



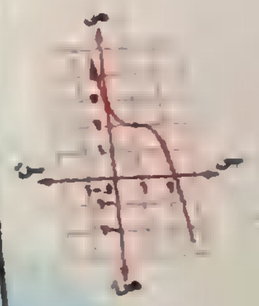
* المجال = ح
* المدى = ح
* الدالة تناقصية على ح
* الدالة ليست زوجية وليست فردية.
* نقطة التماثل هى : (٢ ، ٠)

⑤



* المجال = ح
* المدى = ح
* الدالة تزايدية على ح
* الدالة ليست زوجية وليست فردية.
* نقطة التماثل هى : (٢ ، ١)

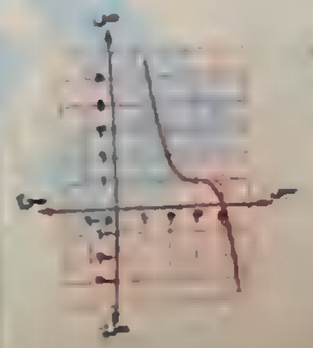
⑥



* المجال = ح * المدى = ح
* الدالة تناقصية على ح
* الدالة ليست زوجية وليست فردية.
* نقطة التماثل هى : (١ ، ٢)

⑦

ق (س) = − (س − ٣)³ + ١



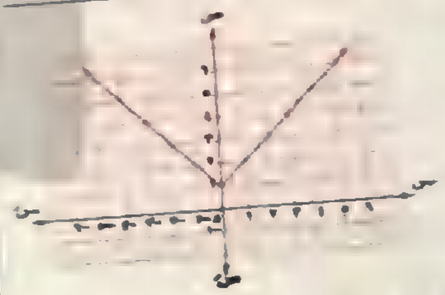
* المجال = ح * المدى = ح
* الدالة تناقصية على ح
* الدالة ليست زوجية وليست فردية.
* نقطة التماثل هى : (٣ ، ١)

⑧

* المجال = ح * المدى = ح
* الدالة تزايدية على ح
* الدالة ليست زوجية وليست فردية.
* نقطة التماثل هى : (٠ ، −١)

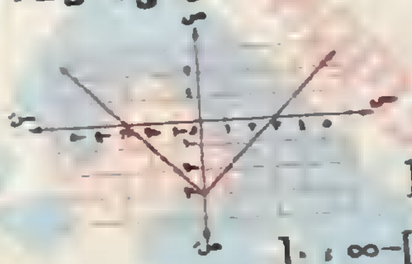
٣

①



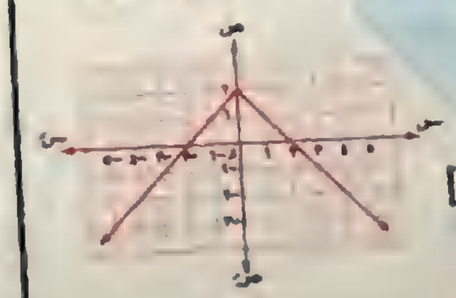
* المجال = ح
* المدى = [١ ، ∞[
* الدالة تناقصية فى]−∞ ، ٠[، الدالة تزايدية فى]٠ ، ∞[
* الدالة زوجية * معادلة محور التماثل هى : س = ٠

②



* المجال = ح
* المدى = [−٣ ، ∞[
* الدالة تناقصية فى]−∞ ، ٠[، الدالة تزايدية فى]٠ ، ∞[
* الدالة زوجية * معادلة محور التماثل هى : س = ٠

③



* المجال = ح
* المدى =]−∞ ، ٢]
* الدالة تناقصية فى]٠ ، ∞[، الدالة تزايدية فى]−∞ ، ٠[
* الدالة زوجية.
* معادلة محور التماثل هى : س = ٠

④

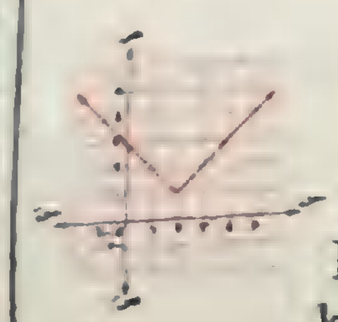
* المجال = ح
* المدى = [٠ ، ∞[
* الدالة تناقصية فى]−∞ ، −١[، الدالة تزايدية فى]−١ ، ∞[
* الدالة ليست زوجية وليست فردية.
* معادلة محور التماثل هى : س = −١

⑤

* المجال = ح
* المدى =]−∞ ، ٠]
* الدالة تناقصية فى]−∞ ، ٥[، الدالة تزايدية فى]٥ ، ∞[
* الدالة ليست زوجية وليست فردية.
* معادلة محور التماثل هى : س = ٥

⑥

ق (س) = |س − ٢| + ١

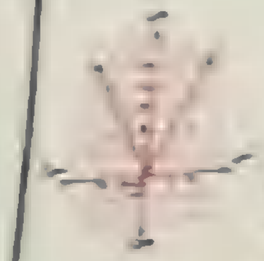


* المجال = ح
* المدى = [١ ، ∞[
* الدالة تناقصية فى]−∞ ، ٢[، الدالة تزايدية فى]٢ ، ∞[
* الدالة ليست زوجية وليست فردية.
* معادلة محور التماثل هى : س = ٢

⑦

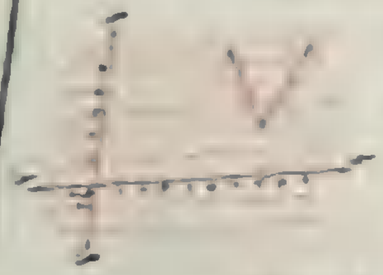
* المجال = ح
* المدى =]−∞ ، ٤]
* الدالة تناقصية فى]٢ ، ∞[، الدالة تزايدية فى]−∞ ، ٢[
* الدالة ليست زوجية وليست فردية.
* معادلة محور التماثل هى : س = ٢

⑧



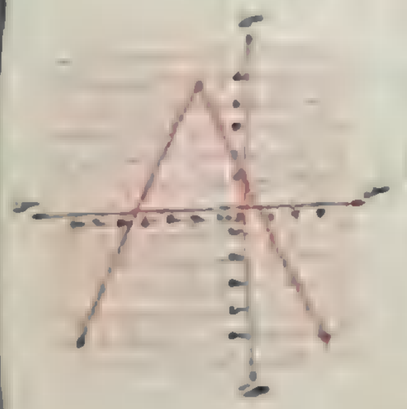
* المجال = ح
* المدى = [٠ ، ∞[
* الدالة تناقصية فى]−∞ ، ٠[، الدالة تزايدية فى [٠ ، ∞[
* الدالة زوجية.
* معادلة محور التماثل هى : س = ٠

⑨



* المجال = ح
* المدى = [٧ ، ∞[
* الدالة تناقصية فى]−∞ ، ٧[، الدالة تزايدية فى]٧ ، ∞[
* الدالة ليست زوجية وليست فردية.
* معادلة محور التماثل هى : س = ٧

⑩



* المجال = ح
* المدى =]−∞ ، ٥]
* الدالة تناقصية فى]−٢ ، ∞[، الدالة تزايدية فى]−∞ ، −٢[
* الدالة ليست زوجية وليست فردية
* معادلة محور التماثل هى : س = −٢

⑪ ق (س) = ١ − ½ |س − ٢|

* الدالة ليست زوجية وليست فردية.
* نقطة التماثل هى : (٠ ، ٢)

⑤ ق (س) = ٥ / (س − ٤) − ٢

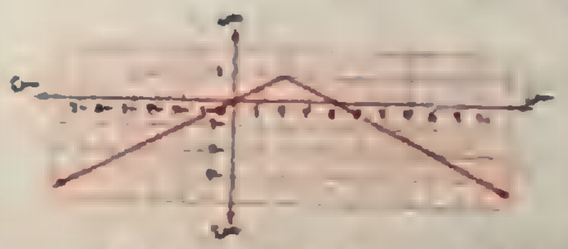
* المجال = ح − {٤} * المدى = ح − {−٢}

• نقطة التماثل هي : (٣ ، ١)

• معادلة محور التماثل هي : س = ٠

في]٢ ، ∞[

(١١) ر (س) = ١ − $\frac{١}{٢}$ |س − ٢|



• المجال = ح • المدى =]−∞ ، ١]

• الدالة تناقصية في]٢ ، ∞[

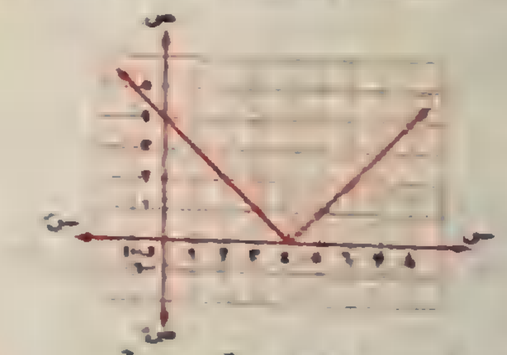
، الدالة تزايدية في]−∞ ، ٢[

• الدالة ليست زوجية وليست فردية.

• معادلة محور التماثل هي : س = ٢

(١٢) ∵ ر (س) = $\sqrt{س^٢ − ٨س + ١٦}$

= $\sqrt{(س − ٤)^٢}$ = |س − ٤|



• المجال = ح • المدى = [٠ ، ∞[

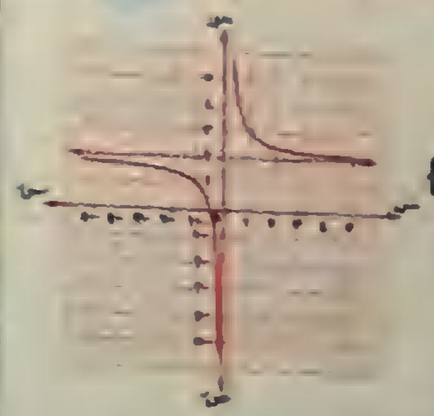
• الدالة تناقصية في]−∞ ، ٤]

، الدالة تزايدية في [٤ ، ∞[

• الدالة ليست زوجية وليست فردية.

• معادلة محور التماثل هي : س = ٤

(١)



• المجال = ح − {٠}

• المدى = ح − {٢}

• الدالة تناقصية

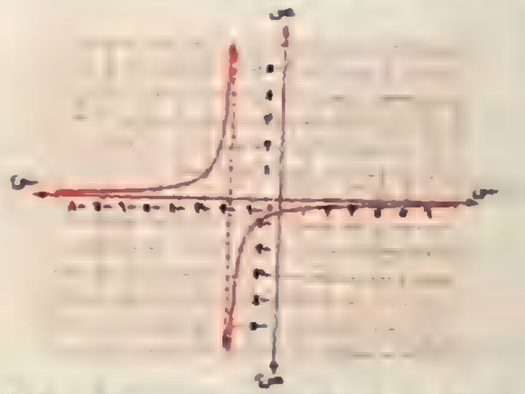
في]٠ ، ∞[

،]−∞ ، ٠[

• الدالة ليست زوجية وليست فردية.

• نقطة التماثل هي : (−٢ ، ٠)

(٢)



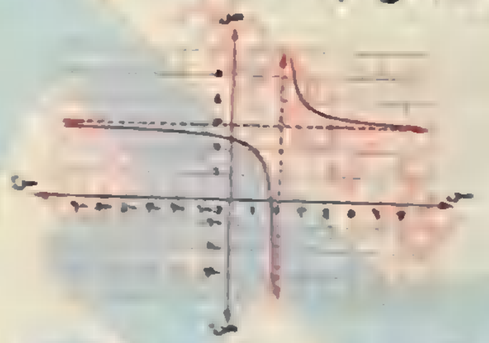
• المجال = ح − {−٢} • المدى = ح − {٠}

• الدالة تزايدية في]−∞ ، −٢[،]−٢ ، ∞[

• الدالة ليست زوجية وليست فردية.

• نقطة التماثل هي : (−٢ ، ٠)

(٣)



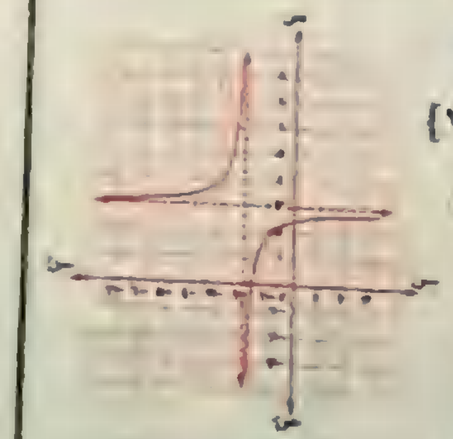
• المجال = ح − {٢} • المدى = ح − {٣}

• الدالة تناقصية في]−∞ ، ٢[،]٢ ، ∞[

• الدالة ليست زوجية وليست فردية.

• نقطة التماثل هي : (٢ ، ٣)

(٤)



• المجال = ح − {−٢}

• المدى = ح − {٣}

• الدالة تزايدية

في]−∞ ، −٢[

،]−٢ ، ∞[

• الدالة ليست زوجية وليست فردية.

• نقطة التماثل هي : (−٢ ، ٣)

(٥) ر (س) = $\frac{−١}{س − ٤}$ − ٣

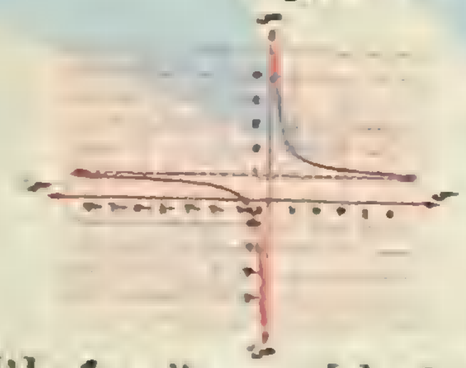
• المجال = ح − {٤} • المدى = ح − {−٣}

• الدالة تزايدية في]−∞ ، ٤[،]٤ ، ∞[

• الدالة ليست زوجية وليست فردية.

• نقطة التماثل هي : (٤ ، −٣)

(٦) ر (س) = ١ + $\frac{١}{س}$



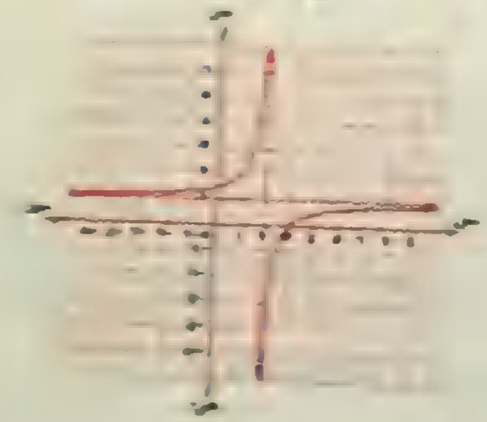
• المجال = ح − {٠} • المدى = ح − {١}

• الدالة تناقصية في]−∞ ، ٠[،]٠ ، ∞[

• الدالة ليست زوجية وليست فردية.

• نقطة التماثل هي : (٠ ، ١)

(٧) ر (س) = ١ − $\frac{١}{س − ٢}$



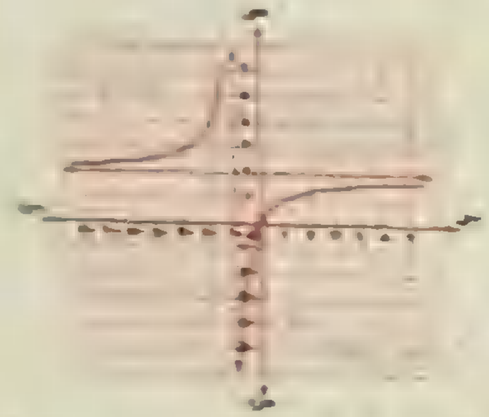
• المجال = ح − {٢} • المدى = ح − {١}

• الدالة تزايدية في]−∞ ، ٢[،]٢ ، ∞[

• الدالة ليست زوجية وليست فردية.

• نقطة التماثل هي : (٢ ، ١)

(٨) ر (س) = ٢ − $\frac{٢}{س + ١}$



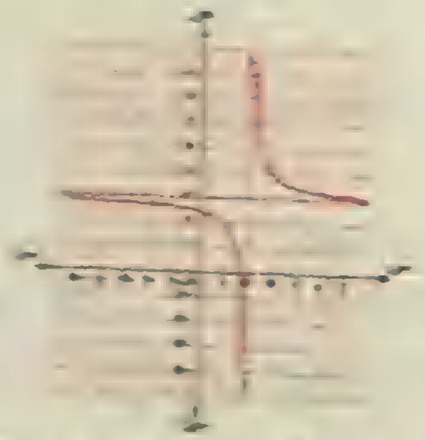
• المجال = ح − {−١} • المدى = ح − {٢}

• الدالة تزايدية في]−∞ ، −١[،]−١ ، ∞[

• الدالة ليست زوجية وليست فردية.

• نقطة التماثل هي : (−١ ، ٢)

(٩) ر (س) = ٢ + $\frac{١}{س − ٢}$



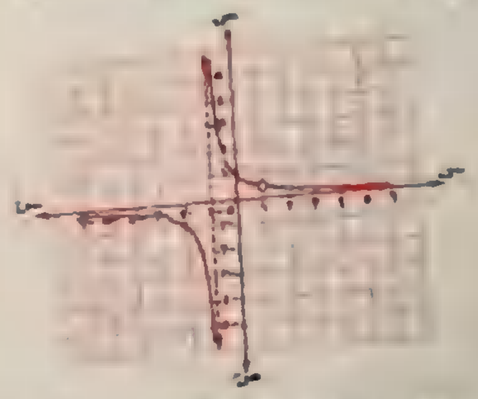
• المجال = ح − {٢} • المدى = ح − {٢}

• الدالة تناقصية في]−∞ ، ٢[،]٢ ، ∞[

• الدالة ليست زوجية وليست فردية.

• نقطة التماثل هي : (٢ ، ٢)

(١٠) ر (س) = $\frac{\text{س} - ١}{(\text{س} - ١)(\text{س} + ١)} = \frac{١}{\text{س} + ١}$ ، س ≠ ١



* المجال = ح − {−١ ، ١} * المدى = ح − {٠ ، $\frac{١}{٢}$}
* الدالة تناقصية فى]−∞ ، −١[،]−١ ، ١[،]١ ، ∞[
* الدالة ليست زوجية وليست فردية.
* لا توجد نقطة تماثل.

٥

* ر (س) = |س − ٣| * ق (س) = |س| − ٢
* ع (س) = |س + ٣| + ٢

٦

(١) د (س) = −١
(٢) د (س) = س − ٢
(٣) د (س) = (س + ٢)^{٢} − ٣
(٤) د (س) = −(س − ١)^{٢} + ٢
(٥) د (س) = س^{٢}
(٦) د (س) = (س − ٢)^{٢}
(٧) د (س) = (س + ١)^{٢} − ٣
(٨) د (س) = |س − ٢| − ٣
(٩) د (س) = −|س − ١| + ٣
(١٠) د (س) = $\frac{-١}{\text{س}}$
(١١) د (س) = $\frac{١}{\text{س}}$ + ٢
(١٢) د (س) = $\frac{-١}{\text{س} + ٢}$ − ٣

٧

(١) (أ) (٢) (ب) (٣) (جـ) (٤) (جـ)
(٥) (ب) (٦) (أ) (٧) (جـ) (٨) (جـ)
(٩) (جـ) (١٠) (جـ) (١١) (جـ) (١٢) (أ)
(١٣) (جـ) (١٤) (د) (١٥) (د) (١٦) (د)
(١٧) (أ)

٨

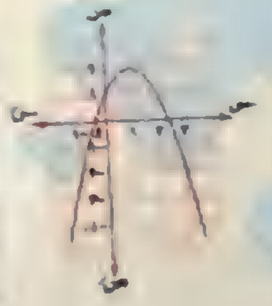
(١)

د$_{١}$ (س) = د (س + ١)
= (س + ١)^{٢}
* المجال = ح
* المدى = [٠ ، ∞[

(٢)

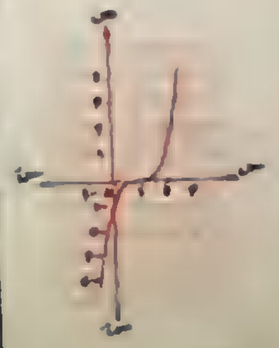
د$_{٢}$ (س) = د (س) − ١
= س^{٢} − ١
* المجال = ح
* المدى = [−١ ، ∞[

(٣)



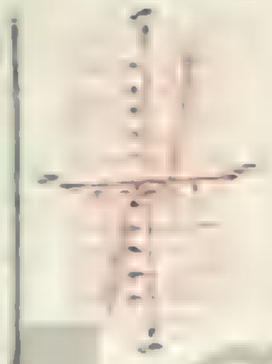
د$_{٣}$ (س) = ٢ − د (س − ١)
= ٢ − (س − ١)^{٢}
* المجال = ح
* المدى =]−∞ ، ٢]

(٤)



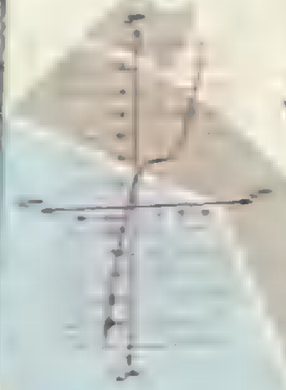
ر$_{١}$ (س) = ر (س − ١)
= (س − ١)^{٢}
* المجال = ح
* المدى = ح

(٥)



ر$_{٢}$ (س) = ر (س) − $\frac{١}{٢}$
= س^{٢} − $\frac{١}{٢}$
* المجال = ح
* المدى = ح

(٦)

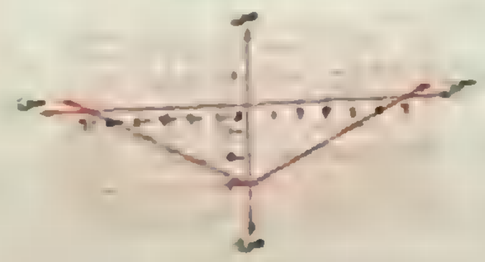


ر$_{٣}$ (س) = ر (س − ١) + ٢
= (س − ١)^{٢} + ٢
* المجال = ح
* المدى = ح

(٧)

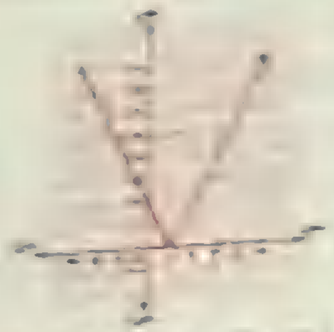
ق$_{١}$ (س) = ٢ ق (س)
= ٢ |س|
* المجال = ح
* المدى = [٠ ، ∞[

(٨)



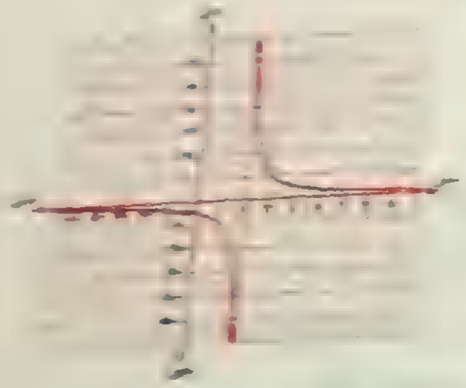
ق$_{٢}$ (س) = $\frac{١}{٢}$ ق (س) − ٣ = $\frac{١}{٢}$ |س| − ٣
* المجال = ح
* المدى = [−٣ ، ∞[

(٩)



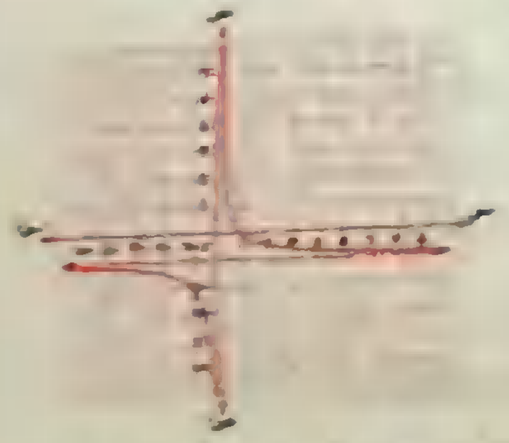
ق$_{٣}$ (س) = ٢ ق (س − ١) = ٢ |س − ١|
* المجال = ح
* المدى = [٠ ، ∞[

(١٠)



ك$_{١}$ (س) = ك (س − ٢) = $\frac{١}{\text{س} - ٢}$
* المجال = ح − {٢}
* المدى = ح − {٠}

(١١)



ك$_{٢}$ (س) = ك (س) − ١ = $\frac{١}{\text{س}}$ − ١
* المجال = ح − {٠}
* المدى = ح − {−١}

(٣)

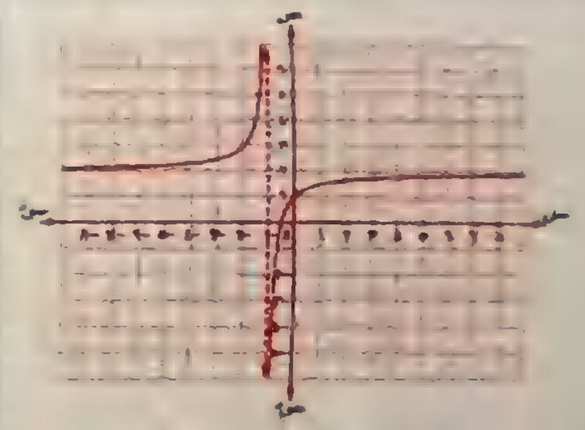
* المدى = ح

(٤)

(٣) د (س) = [س^{٢} ، س < ٢

(٤)

⑫



$\text{ق}_{\text{م}}(\text{س}) = ٢ - \text{لو}(\text{س} + ١) = ٢ - \frac{١}{\text{س} + ١}$

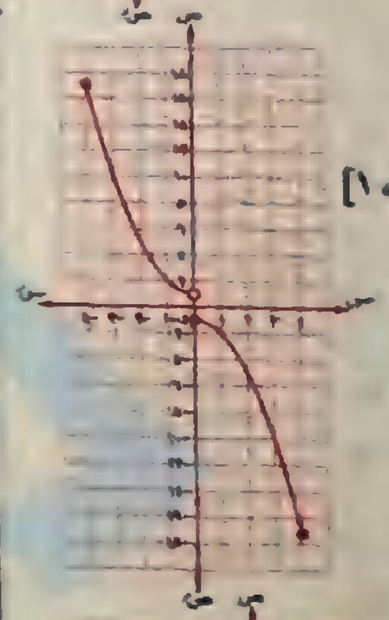
* المجال = ح − {−١}
* المدى = ح − {٢}

٩

①

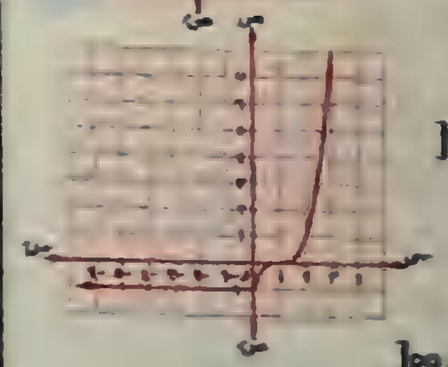
* المدى = ح − [−١ ، ١]
* الدالة تزايدية فى ح − {٠}

②



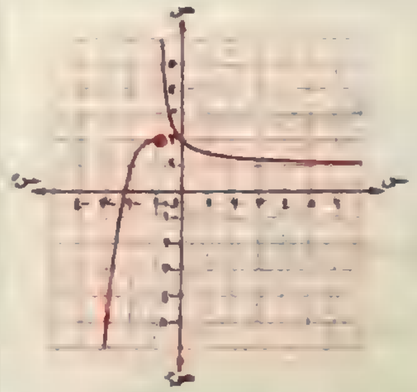
* المدى = [−١٧ ، ١٧] −]−١ ، ١[
* الدالة تناقصية فى]−٤ ، ٠[،]٠ ، ٤[

③



* المدى = [−١ ، ∞[
* الدالة ثابتة فى]−∞ ، ٠[، وتزايدية فى]٠ ، ∞[

④



* المدى = ح
* الدالة تناقصية فى]−١ ، ∞[، وتزايدية فى]−∞ ، −١[

١٠

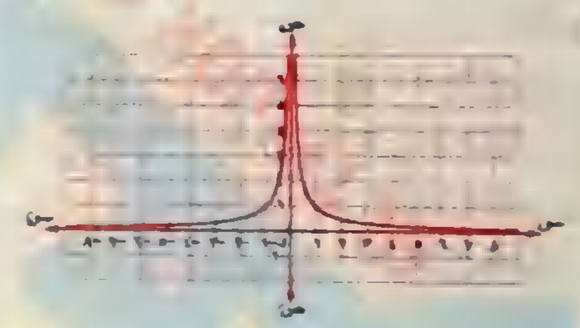
شكل (١) : د (س) = |(س − ٣)^{٢} − ١|

شكل (٢) : ق (س) = |س^{٣}|

شكل (٣) : ر (س) = $\frac{١}{|\text{س} - ٢|}$

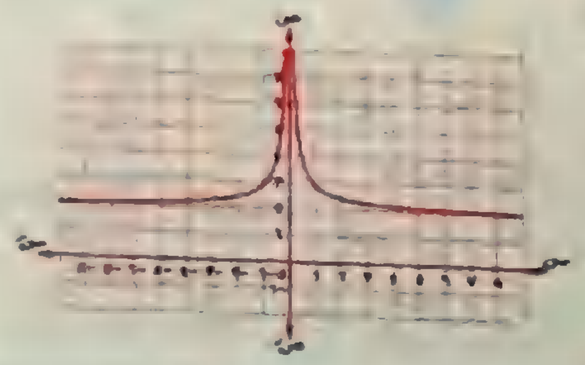
١١

①

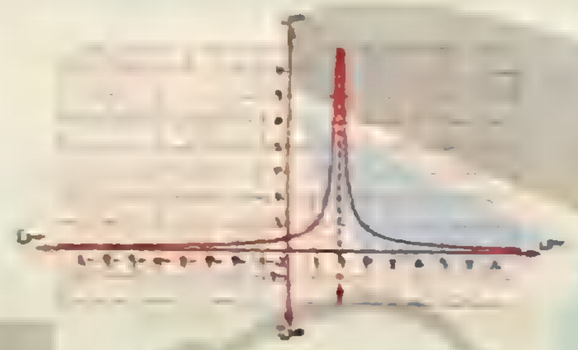


②

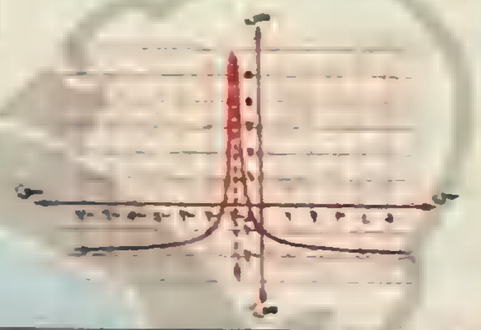
③



④

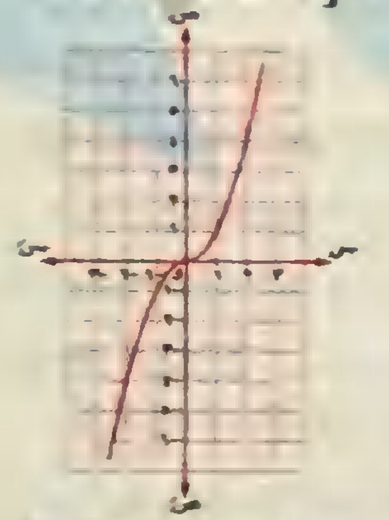


⑤

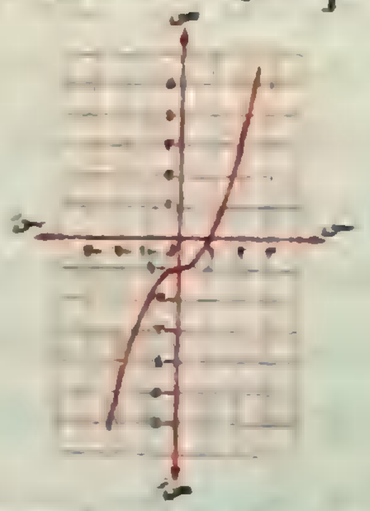


١٢

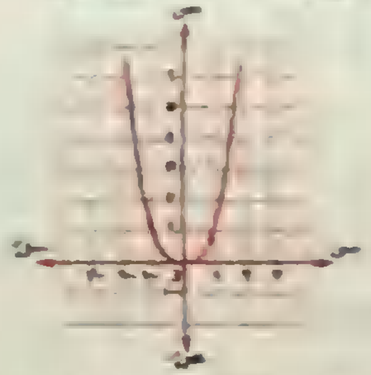
① د (س) = { س^{٢} ، س ≥ ٠ ؛ −س^{٢} ، س < ٠ }



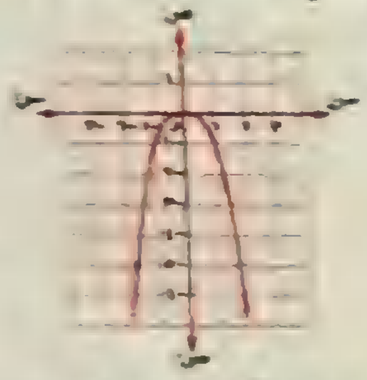
② د (س) = { س^{٢} − ١ ، س ≥ ٠ ؛ −س^{٢} − ١ ، س < ٠ }



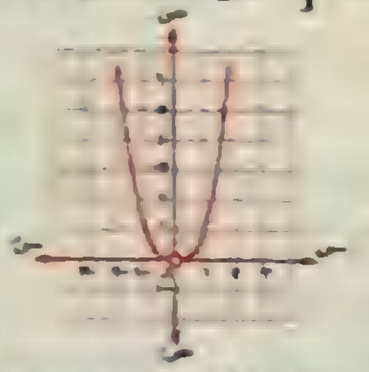
③ د (س) = { س^{٢} ، س ≥ ٠ ؛ −س^{٢} ، س < ٠ }



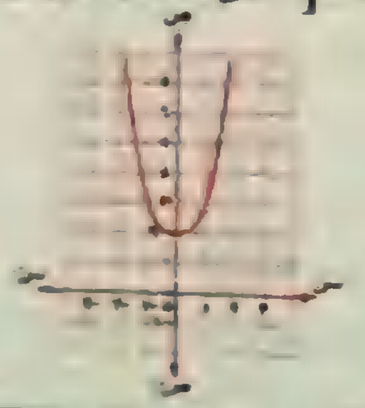
④ د (س) = { −س^{٢} ، س ≥ ٠ ؛ س^{٢} ، س < ٠ }

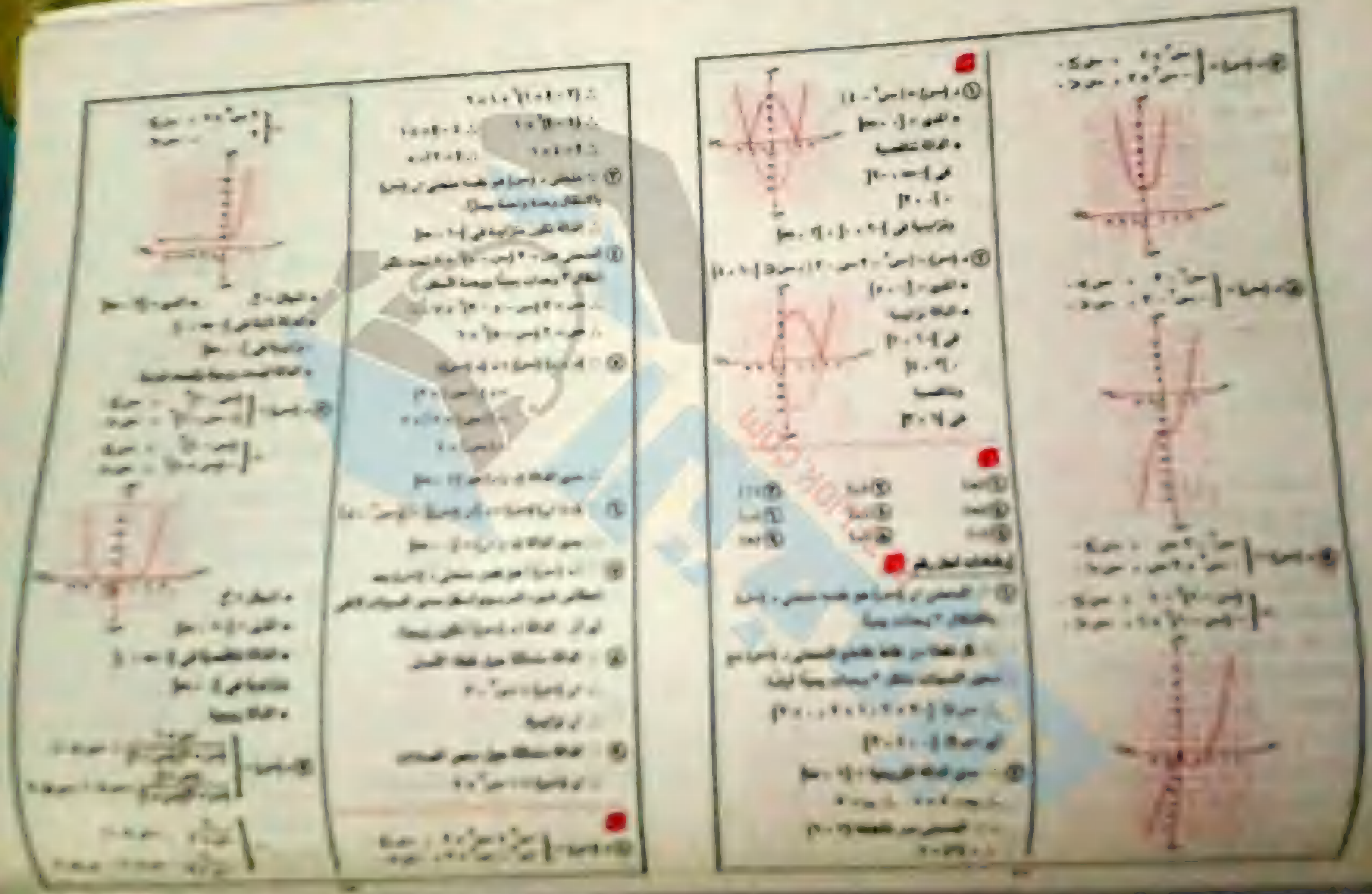


⑤ د (س) = { س^{٢} ، س ≥ ٠ ؛ −س^{٢} ، س < ٠ }



⑥ د (س) = { س^{٢} + ٢ ، س ≥ ٠ ؛ −س^{٢} + ٢ ، س < ٠ }





* المجال = ح − {−١ ، −٢}
* المدى = ح − [−١ ، ٠]
* الدالة تزايدية فى كل من :
]−∞ ، −٢[،]−٢ ، −١[
، وتناقصية فى]−١ ، ∞[
* الدالة ليست زوجية وليست فردية.

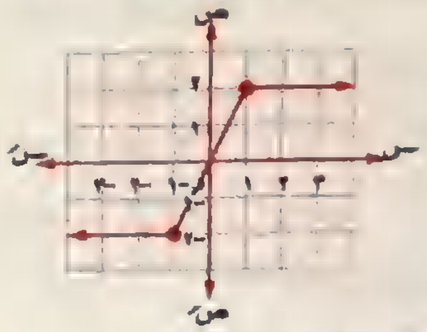
④ د (س) = { −س − ٢ ، س < −٢ ؛ س + ٢ ، −٢ ≤ س ≤ −١ ؛ ١ ، −١ < س < ١ ؛ −س + ٢ ، ١ ≤ س < ٢ ؛ س − ٢ ، س ≥ ٢ }

* المجال = ح
* المدى = [٠ ، ∞[
* الدالة تناقصية فى كل من
]−∞ ، −٢] ، [١ ، ٢[
، وتزايدية فى كل من]−٢ ، −١[،]٢ ، ∞[
، وثابتة فى]−١ ، ١[
* الدالة زوجية.

⑤ د (س) = |س + ١| − |س − ١|

= { ٢ ، س > ١ ؛ ٢س ، −١ ≤ س ≤ ١ ؛ −٢ ، س < −١ }

①	−①
س + ١	س + ١	−س − ١
س − ١	−س + ١	−س + ١
٢	٢س	−٢



* المجال = ح
* المدى = [−٢ ، ٢]
* الدالة ثابتة فى كل من]−∞ ، −١[،]١ ، ∞[
وتزايدية فى]−١ ، ١[
* الدالة فردية.

إجابات تمارين 6

أولا تمارين على حل معادلات القيمة المطلقة

١

① ٤|س| = ٢٠ ∴ |س| = ٥
∴ س = ± ٥ ∴ مجموعة الحل = {٥ ، −٥}

② |٢س − ٣| = ٧ ∴ ٢س − ٣ = ± ٧
∴ ٢س − ٣ = ٧ ومنها ٢س = ١٠
∴ س = ٥
أ، ٢س − ٣ = −٧ ومنها ٢س = −٤
∴ س = −٢
∴ مجموعة الحل = {٥ ، −٢}

③ |س + ٢| = ١ ∴ س + ٢ = ± ١
∴ س = −١ أ، س = −٣
∴ مجموعة الحل = {−١ ، −٣}

④ ٣|س| = ٣ ∴ |س| = ١
∴ س = ± ١
∴ مجموعة الحل = {١ ، −١}

⑤ عندما س ≥ ٢ : ∴ س − ٢ = ٣س − ٤
∴ ٢س = ٢ ∴ س = ١ ∉]٢ ، ∞[
عندما س < ٢ : ∴ −س + ٢ = ٣س − ٤
∴ ٤س = ٦ ∴ س = $\frac{٣}{٢}$ ∈]−∞ ، ٢[
∴ مجموعة الحل = {$\frac{٣}{٢}$}

⑥ عندما س ≥ −٢ : ∴ س + ٢ = س − ١ (مرفوض)
عندما س < −٢ : ∴ −س − ٢ = س − ١
∴ ٢س = −١ ∴ س = −$\frac{١}{٢}$ ∉]−∞ ، −٢[
∴ مجموعة الحل = ∅

⑦ عندما س ≥ −٢ : ∴ س + ٢ = −س + ٢
∴ ٢س = ٠ ∴ س = ٠ ∈]−٢ ، ∞[
عندما س < −٢ :
∴ −س − ٢ = −س + ٢ (مرفوض)
∴ مجموعة الحل = {٠}

⑧ ∵ ٢|س| = ٥س − ٢١
عندما س ≥ ٠ : ∴ ٢س = ٥س − ٢١
∴ ٣س = ٢١ ∴ س = ٧ ∈ [٠ ، ∞[
عندما س < ٠ : ∴ −٢س = ٥س − ٢١
∴ ٧س = ٢١ ∴ س = ٣ ∉]−∞ ، ٠[
∴ مجموعة الحل = {٧}

⑨ |س + ٥| = |س − ٣|
∴ س + ٥ = ± (س − ٣)
∴ س + ٥ = س − ٣ (مرفوض)
أ، س + ٥ = −س + ٣ ∴ ٢س = −٢
∴ س = −١ (تحقق) ∴ مجموعة الحل = {−١}

⑩ ∵ |٢(س − ٢)| = |س − ٣|
∴ ٢|س − ٢| = |س − ٣|
∴ |س − ٣| = ٠ ∴ س − ٣ = ٠
∴ س = ٣ ∴ مجموعة الحل = {٣}

⑪ |س − ١| = ٢|س − ٢|
∴ س − ١ = ± ٢(س − ٢)
∴ س − ١ = ٢س − ٤ ∴ س = ٣ (تحقق)
أ، س − ١ = −٢س + ٤ ∴ ٣س = ٥
∴ س = $\frac{٥}{٣}$ (تحقق)
∴ مجموعة الحل = {٣ ، $\frac{٥}{٣}$}

⑫ عندما س ≤ ٠ : ∴ س^{٢} − ٥س + ٦ = ٠
∴ (س − ٢)(س − ٣) = ٠
∴ س = ٢ ∈ [٠ ، ∞[أ، س = ٣ ∈ [٠ ، ∞[
عندما س > ٠ : ∴ س^{٢} + ٥س + ٦ = ٠
∴ (س + ٢)(س + ٣) = ٠
∴ س = −٢ ∈]−∞ ، ٠[
أ، س = −٣ ∈]−∞ ، ٠[
∴ مجموعة الحل = {٢ ، ٣ ، −٢ ، −٣}

⑬ ∵ $\sqrt{س^{٢}}$ − ٢س = ٦
∴ |س| − ٢س = ٦
عندما س ≤ ٠ : ∴ س − ٢س = ٦
∴ س = −٦ ∉ [٠ ، ∞[
عندما س > ٠ : ∴ −س − ٢س = ٦

∴ ٢س = -٦ ∴ س = -٣ ∈]-∞ ، ٠[

∴ مجموعة الحل = {-٣}

(١٤) ∵ $\sqrt{\text{س}^2 - ٤\text{س} + ٤}$ = ٤

∴ $\sqrt{(\text{س} - ٢)^2}$ = ٤ ∴ |س - ٢| = ٤

∴ س - ٢ = ± ٤

∴ س - ٢ = ٤ ∴ س = ٦

أو س - ٢ = -٤ ∴ س = -٢

∴ مجموعة الحل = {-٢ ، ٦}

(١٥) |س| + س = ٠

عندما س ≥ ٠ : ∴ س + س = ٠

∴ ٢س = ٠ ∴ س = ٠ ∈ [٠ ، ∞[

عندما س < ٠ : ∴ -س + س = صفر

∴ صفر = صفر وذلك متحقق لجميع قيم س < ٠

∴ مجموعة الحل =]-∞ ، ٠[

(١٦) عندما س ≥ -٣ : س + ٣ + ٢س = ٠

∴ ٣س = -٣ ∴ س = -١ ∈ [-٣ ، ∞[

عندما س < -٣ : ∴ -س - ٣ + ٢س = ٠

∴ س = ٣ ∉]-∞ ، -٣[

∴ مجموعة الحل = {-١}

(١٧) ∴ $\sqrt{\text{س}^2 - ٦\text{س} + ٩}$ + ٢س = ٩

∴ $\sqrt{(\text{س} - ٣)^2}$ + ٢س = ٩

∴ |س - ٣| + ٢س = ٩

عندما س ≥ ٣ : ∴ س - ٣ + ٢س = ٩

∴ ٣س = ١٢ ∴ س = ٤ ∈ [٣ ، ∞[

عندما س < ٣ : ∴ -س + ٣ + ٢س = ٩

∴ س = ٦ ∉]-∞ ، ٣[

∴ مجموعة الحل = {٤}

(١٨) |س - ٣| (|س - ٣| - ١) = ٠

∴ |س - ٣| = ٠ ومنها س = ٣

أو |س - ٣| - ١ = ٠ ∴ |س - ٣| = ١

∴ س - ٣ = ± ١ ومنها س = ٢ أو س = ٤

∴ مجموعة الحل = {٢ ، ٣ ، ٤}

(١٩) ∵ ٥|س - ٣| - ٢$\sqrt{(\text{س} - ٣)^2}$ = ١٢

∴ ٥|س - ٣| - ٢|س - ٣| = ١٢

∴ ٣|س - ٣| = ١٢ ∴ |س - ٣| = ٤

∴ س - ٣ = ± ٤ ومنها س = ٧ أو س = -١

∴ مجموعة الحل = {٧ ، -١}

(٢٠) |س - ١| |س + ١| = |س - ١|

∴ |س - ١| (|س + ١| - ١) = ٠

∴ |س - ١| = ٠ ومنها س = ١

أو |س + ١| - ١ = ٠ ∴ |س + ١| = ١

∴ س + ١ = ± ١

ومنها س = ٠ أو س = -٢

∴ مجموعة الحل = {١ ، ٠ ، -٢}

(٢١) |س^2 - ١| = ٢٦ ∴ س^2 - ١ = ± ٢٦

∴ س^2 = -٢٥ (مرفوض) أو س^2 = ٢٧

ومنها س = ± ٣$\sqrt{٣}$

∴ مجموعة الحل = {٣$\sqrt{٣}$ ، -٣$\sqrt{٣}$}

(٢٢) (|س + ١| + ٢) (|س + ١| - ٥) = ٠

∴ |س + ١| + ٢ = ٠

∴ |س + ١| = -٢ (مرفوض)

أو |س + ١| - ٥ = ٠ ∴ |س + ١| = ٥

∴ س + ١ = ± ٥ ومنها س = ٤ أو س = -٦

∴ مجموعة الحل = {٤ ، -٦}

(٢٣) |س - ٥|^2 = ٢|س - ٥|

∴ |س - ٥| (|س - ٥| - ٢) = ٠

∴ |س - ٥| = ٠ ومنها س = ٥

أو |س - ٥| - ٢ = ٠ ∴ |س - ٥| = ٢

ومنها س - ٥ = ± ٢

∴ س = ٧ أو س = ٣

∴ مجموعة الحل = {٥ ، ٧ ، ٣}

(٢٤) ∵ س |س| - س = ٠

∴ س (|س| - ١) = ٠

∴ س = ٠ أو |س| - ١ = ٠

∴ |س| = ١ ∴ س = ± ١

∴ مجموعة الحل = {٠ ، ١ ، -١}

(٢٥) س |س - ٥| - ٦ = ٠

عندما س ≥ ٥ : ∴ س^2 - ٥س - ٦ = ٠

∴ (س - ٦) (س + ١) = ٠

∴ س = ٦ ∈ [٥ ، ∞[أو س = -١ ∉ [٥ ، ∞[

عندما س < ٥ : -س^2 + ٥س - ٦ = ٠

∴ س^2 - ٥س + ٦ = ٠

∴ (س - ٢) (س - ٣) = ٠

∴ س = ٢ ∈]-∞ ، ٥[

أو س = ٣ ∈]-∞ ، ٥[

∴ مجموعة الحل = {٦ ، ٢ ، ٣}

(٢٦) س^2 + س - ١٠ = ± ١٠

∴ س^2 + س - ١٠ = -١٠

∴ س^2 + س = ٠ ∴ س (س + ١) = ٠

∴ س = ٠ أو س = -١

أو س^2 + س - ١٠ = ١٠

∴ س^2 + س - ٢٠ = ٠

∴ (س + ٥) (س - ٤) = ٠

∴ س = -٥ أو س = ٤

∴ مجموعة الحل = {٠ ، -١ ، -٥ ، ٤}

(٢٧) س |س - ٢| = ٤س - ٨

عندما س > ٢ ∴ س (س - ٢) = ٤س - ٨

∴ س^2 - ٢س - ٤س + ٨ = ٠

∴ س^2 - ٦س + ٨ = ٠

∴ (س - ٢) (س - ٤) = ٠

∴ س = ٢ ∉]٢ ، ∞[

أو س = ٤ ∈]٢ ، ∞[

عندما س < ٢ : ∴ س (-س + ٢) = ٤س - ٨

∴ -س^2 + ٢س = ٤س - ٨

∴ س^2 + ٢س - ٨ = ٠

∴ (س + ٤) (س - ٢) = ٠

∴ س = -٤ ∈]-∞ ، ٢[

أو س = ٢ ∉]-∞ ، ٢[

∴ مجموعة الحل = {٤ ، -٤}

(٢٨) س^2 |س| = ٨س

عندما س ≥ ٠ : ∴ س^2 × س = ٨س

∴ س^3 - ٨س = ٠ ∴ س (س^2 - ٨) = ٠

∴ س = ٠ ∈ [٠ ، ∞[

أو س^2 - ٨ = ٠ ∴ س^2 = ٨

∴ س = ٢ ∈ [٠ ، ∞[

عندما س < ٠ : ∴ س^2 × -س = ٨س

∴ س^3 + ٨س = ٠ ∴ س (س^2 + ٨) = ٠

∴ س = ٠ ∉]-∞ ، ٠[

أو س^2 + ٨ = ٠ ∴ س^2 = -٨

∴ س = -٢ ∈]-∞ ، ٠[

∴ مجموعة الحل = {-٢ ، ٠ ، ٢}

(٤) ∵ $\sqrt{(\text{س} - ٢)^2}$ = ٣ ∴ |س - ٢| = ٣

∴ مجموعة الحل = {٤ ، -٦}

∴ س² + س - ٢٠ = ٠

أ س² + ٨ = ٠ ∴ س² = -٨

∴ س = -٢ ∈]-∞ ، ٠[

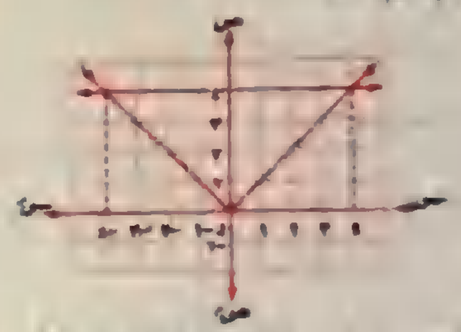
∴ مجموعة الحل = {-٢ ، ٠ ، ٢}

٢

• تم الحل بيانيًا وعليك التحقق جبريًا بنفسك.

• نرسم منحنيي الدالتين د (س) ، ر (س) فتكون الإحداثيات السينية لنقط تقاطع المنحنيين هي مجموعة حل المعادلة.

① ∵ |س| = ٤ ∴ د (س) = |س| ، ر (س) = ٤

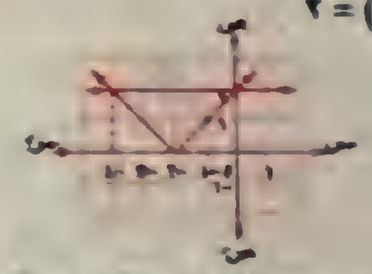


من الرسم : مجموعة الحل = {٤ ، -٤}

② ∵ |س| = -٢ ∴ د (س) = |س| ، ر (س) = -٢

من الرسم : مجموعة الحل = ∅

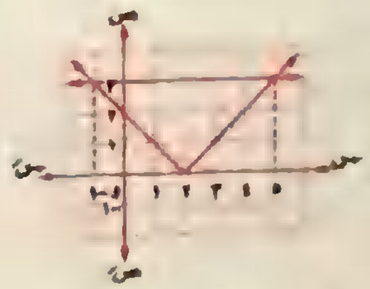
③ ∵ |س + ٢| = ٢ ∴ د (س) = |س + ٢| ، ر (س) = ٢



من الرسم : مجموعة الحل = {٠ ، -٤}

④ ∵ √(س - ٢)² = ٣ ∴ |س - ٢| = ٣

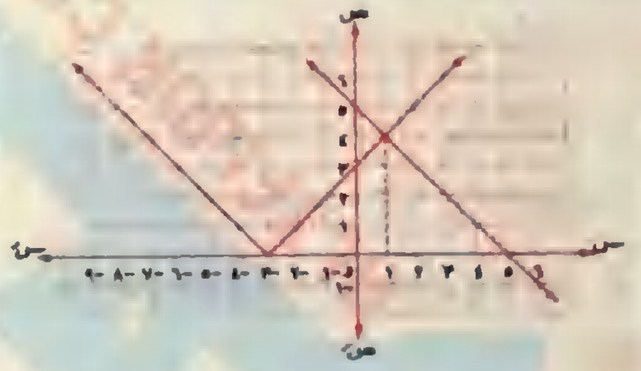
∴ د (س) = |س - ٢| ، ر (س) = ٣



من الرسم : مجموعة الحل = {٥ ، -١}

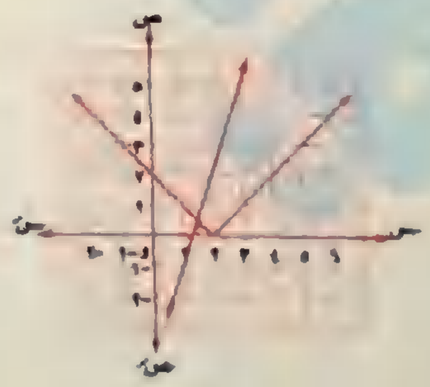
⑤ ∵ |س + ٣| = ٥ - س

∴ د (س) = |س + ٣| ، ر (س) = ٥ - س



من الرسم : مجموعة الحل = {١}

⑥ د (س) = |س - ٢| ، ر (س) = ٣ س - ٤



من الرسم : مجموعة الحل = {١ ١/٢}

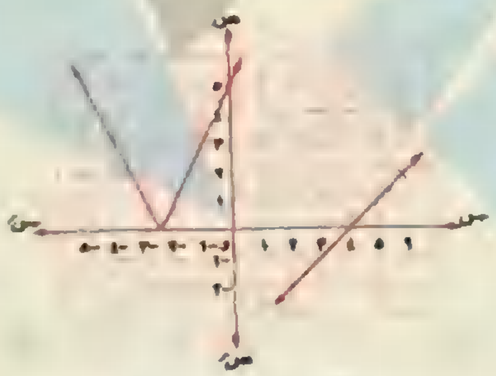
⑦ د (س) = ٢ |س + ٢|

، ر (س) = ١ - س

من الرسم : مجموعة الحل = {-١ ، -٥}

⑧ د (س) = ٢ |س + ٥/٢|

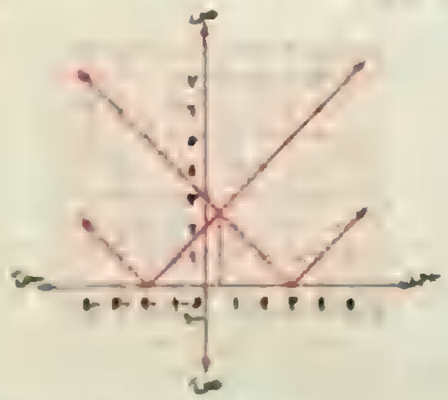
، ر (س) = س - ٤



من الرسم : مجموعة الحل = ∅

⑨ د (س) = |س + ٢|

، ر (س) = |س - ٣|

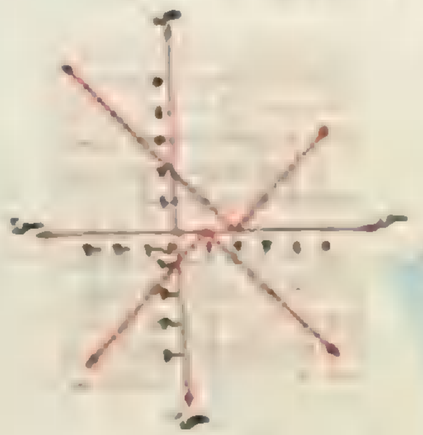


من الرسم : مجموعة الحل = {١/٢}

⑩ ∵ |س - ٢| = -|س - ١|

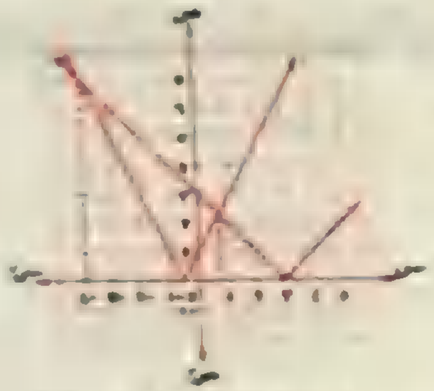
∴ د (س) = |س - ٢|

، ر (س) = -|س - ١|



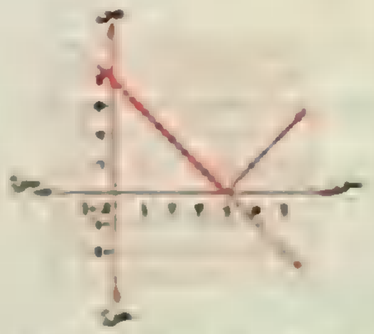
من الرسم : مجموعة الحل = ∅

⑪ د (س) = |س - ٣| ، ر (س) = |٢ س + ١|



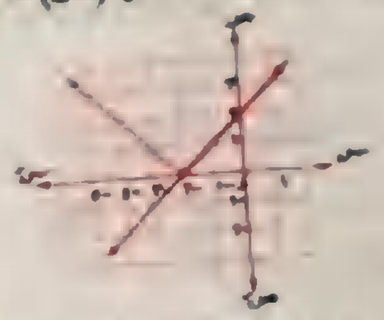
من الرسم : مجموعة الحل = {-٤ ، ٥/٢}

⑫ د (س) = |س - ٤| ، ر (س) = ٤ - س



من الرسم : مجموعة الحل =]-∞ ، ٤[

(١٣) د (س) = |س + ٢| ، ر (س) = س + ٢

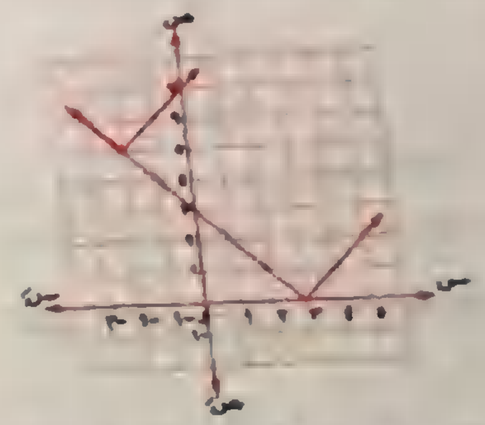


من الرسم : مجموعة الحل = [-٢ ، ∞[

(١٤) ∵ |س - ٣| = |س + ٢| + ٥

∴ د (س) = |س - ٣|

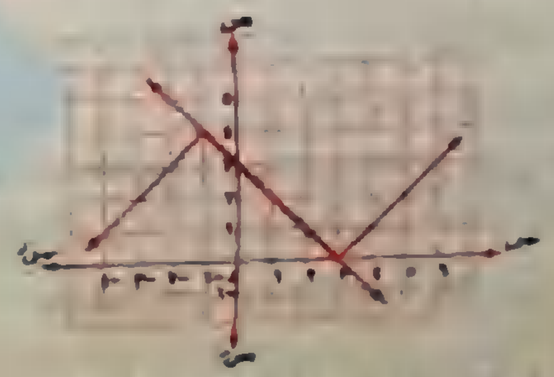
، ر (س) = |س + ٢| + ٥



من الرسم : مجموعة الحل =]-∞ ، -٢]

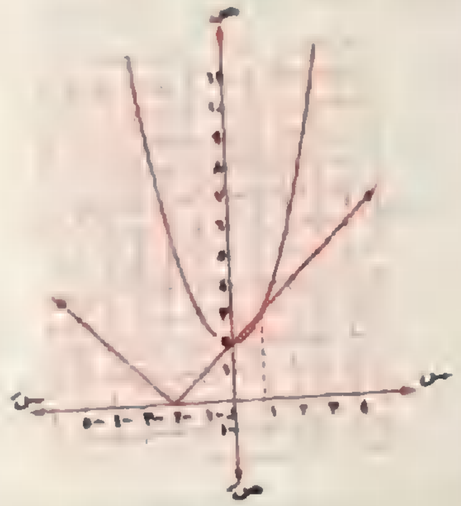
(١٥) د (س) = |س - ٣|

، ر (س) = ٤ - |س + ١|



من الرسم : مجموعة الحل = [-١ ، ٣]

(١٦) د (س) = |س + ٢| ، ر (س) = س^{٢} + ٢



من الرسم : مجموعة الحل = {٠ ، ١}

٣

د (-س) = $\frac{١٢}{|-س| + ٢}$ = $\frac{١٢}{|س| + ٢}$ = د (س)

∴ الدالة زوجية.

∵ د (س) = ٢ ∴ $\frac{١٢}{|س| + ٢}$ = ٢

∴ |س| + ٢ = ٦ ∴ |س| = ٤

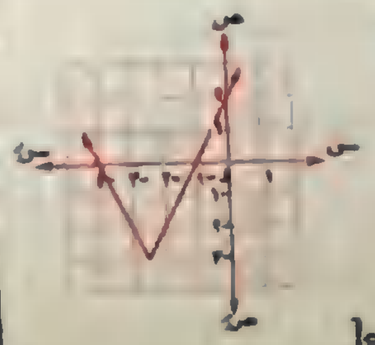
∴ س = ± ٤

∴ مجموعة الحل = {-٤ ، ٤}

٤

د (س) = ٢ |س + $\frac{٥}{٢}$| - ٣

من الرسم :



* المدى = [-٣ ، ∞[
* الدالة تناقصية فى]-∞ ، -$\frac{٥}{٢}$]
، وتزايدية فى [-$\frac{٥}{٢}$ ، ∞[
* مجموعة الحل = {-١ ، -٤}

الحل الجبرى : ∵ |٢ س + ٥| = ٣

∴ ٢ س + ٥ = ± ٣

∴ ٢ س + ٥ = ٣ ومنها س = -١

أ، ٢ س + ٥ = -٣ ومنها س = -٤

٥

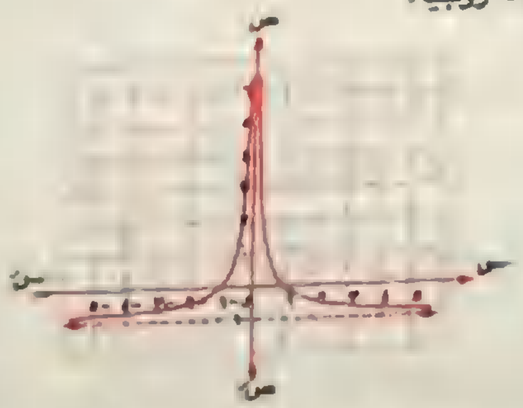
من الرسم :

* المدى =]-∞ ، ١]
* الدالة تزايدية فى]-∞ ، ٠]
، وتناقصية فى [٠ ، ∞[
* الدالة زوجية لأنها متماثلة حول محور الصادات.
* مجموعة الحل = {-٢ ، ٢} ويمكنك التحقق منها جبريًا.

٦

د (-س) = $\frac{١ - |-س|}{|-س|}$ = $\frac{١ - |س|}{|س|}$ = د (س)

∴ الدالة زوجية.



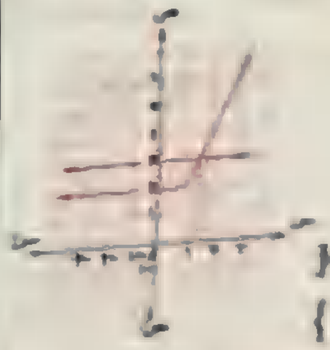
∴ د (س) = $\frac{١ - |س|}{|س|}$ = $\frac{١}{|س|}$ - ١

من الرسم : مجموعة الحل = {-١ ، ١}

٧

د (س) = { ٢ س ، س ≤ ١
$\frac{٢}{س}$ ، س > ١

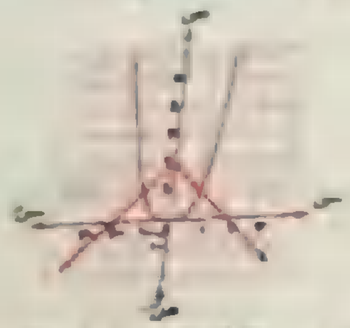
من الرسم



* المدى = [٢ ، ∞[
* الدالة ثابتة فى]-∞ ، ١]
، وتزايدية فى [١ ، ∞[
* مجموعة الحل = {$\frac{٢}{٣}$}

٨

د (س) = { س^{٢} ، س ≤ ٠
-س^{٢} ، س > ٠



من الرسم : مجموعة الحل = {-١ ، ١}

ثانيًا تمارين على حل متباينات الدرجة الخطية

٩

(١) -٥ ≤ س - ٣ ≤ ٥ ∴ -٢ ≤ س ≤ ٨

∴ مجموعة الحل = [-٢ ، ٨]

(٢) س - ٣ ≤ ٥ ومنها س ≤ ٨

أ، س - ٣ ≥ -٥ ومنها س ≥ -٢

∴ مجموعة الحل = ح -]-٢ ، ٨[

(٣) ٢ س + ٥ > ٣ ومنها س > -١

أ، ٢ س + ٥ < -٣ ومنها س < -٤

مجموعة الحل = ح - [-٤ ، -١]

(٤) ∴ |س - ٣| > ٧ ∴ -٧ < س - ٣ < ٧

∴ -٤ < س < ١٠

∴ مجموعة الحل =]-٤ ، ١٠[

(٥) -١ ≤ $\frac{س - ٣}{١}$ ≤ ١

أ، س - ١ ≥ -١ ومنها س ≥ ٣

∴ مجموعة الحل =]-٤ ، ١٠[

⑧ $-١ \le \frac{س-٣}{١} \le ١$

∴ $-٤ \le س - ٣ \le ١$ ∴ $-١ \le س \le ٧$

∴ مجموعة الحل = [-١ ، ٧]

⑦ $|٢س + ٣| < -١$ ∴ مجموعة الحل = ∅

⑦ ∵ $\frac{١}{\sqrt{|٢س - ٥|}} \ge ٢$ ∴ $|٢س - ٥| \le \frac{١}{٤}$

∴ $-\frac{١}{٤} \le ٢س - ٥ \le \frac{١}{٤}$

∴ $\frac{٩}{٤} \le ٢س \le \frac{٢١}{٤}$ ∴ $\frac{٩}{٨} \le س \le \frac{٢١}{٨}$

، ∵ $|٢س - ٥| = ٠$ عندما س = $\frac{٥}{٢}$

∴ مجموعة الحل = $\left[\frac{٩}{٨} ، \frac{٢١}{٨}\right] - \left\{\frac{٥}{٢}\right\}$

⑧ ∵ $\frac{١}{\sqrt{|٣س|}} \ge ٥$ ∴ $|٣س| \le \frac{١}{٥}$

∴ $\frac{١}{٥} \le ٣س \le \frac{١}{٥}$ ∴ $\frac{١}{١٥} \le س \le \frac{١}{١٥}$

، ∵ $|٣س| = ٠$ عندما س = ٠

∴ مجموعة الحل = $\left[\frac{١}{١٥} ، \frac{١}{١٥}\right] - \{٠\}$

⑨ ∵ $\frac{١}{\sqrt{|٢س - ٣|}} > ٢$ ∴ $|٢س - ٣| < \frac{١}{٤}$

∴ $-\frac{١}{٤} < ٢س - ٣ < \frac{١}{٤}$

∴ $\frac{١١}{٤} < ٢س < \frac{١٣}{٤}$ ∴ $\frac{١١}{٨} < س < \frac{١٣}{٨}$

، ∵ $|٢س - ٣| = ٠$ عندما س = $\frac{٣}{٢}$

∴ مجموعة الحل = $\left]\frac{١١}{٨} ، \frac{١٣}{٨}\right[- \left\{\frac{٣}{٢}\right\}$

⑩ $|٢س - ٣| > ٤$

∴ $٢س - ٣ > ٤$ ومنها س > $\frac{٧}{٢}$

أو $٢س - ٣ < -٤$ ومنها س < $\frac{-١}{٢}$

∴ مجموعة الحل = ح - $\left[\frac{-١}{٢} ، \frac{٧}{٢}\right]$

⑪ ∵ $\sqrt{(س - ١)^٢} \le ٤$ ∴ $|س - ١| \le ٤$

∴ $س - ١ \le ٤$ ومنها س ≤ ٥

أو $س - ١ \ge -٤$ ومنها س ≥ -٣

∴ مجموعة الحل = ح - [-٣ ، ٥]

⑫ ∵ $\sqrt{(٢س - ٣)^٢} \le ٩$ ∴ $|٢س - ٣| \le ٩$

∴ $-٩ \le ٢س - ٣ \le ٩$

∴ $-٦ \le ٢س \le ١٢$ ∴ $-٣ \le س \le ٦$

∴ مجموعة الحل = [-٣ ، ٦]

⑬ $٢|س - ٢| < ٦$ ∴ $|س - ٢| < ٣$

∴ $-٣ < س - ٢ < ٣$ ∴ $-١ < س < ٥$

∴ مجموعة الحل =]-١ ، ٥[

⑭ $|٣س - ٢| + ٢ \times ٢|٣س - ٢| \le ٢٠$

∴ $٥|٣س - ٢| \le ٢٠$

∴ $|٣س - ٢| \le ٤$

∴ $٣س - ٢ \le ٤$ ومنها س ≤ ٢

أو $٣س - ٢ \ge -٤$ ومنها س ≥ $\frac{-٢}{٣}$

∴ مجموعة الحل = ح - $\left]\frac{-٢}{٣} ، ٢\right[$

⑮ $|س + ٢| + ٢|س + ٢| \le ٦$

∴ $٣|س + ٢| \le ٦$ ∴ $|س + ٢| \le ٢$

∴ $س + ٢ \le ٢$ ومنها س ≤ ٠

أو $س + ٢ \ge -٢$ ومنها س ≥ -٤

∴ مجموعة الحل = ح -]-٤ ، ٠[

١٠

①]-٤ ، ١٠[② ح - [-١ ، ٥]

③ [-٥ ، -١]

١١

ثم الحل بيانيًا وعليك التحقق جبريًا بنفسك

① د (س) = |س - ١| ، ر (س) = ٢

من الرسم : مجموعة الحل =]-١ ، ٣[

② د (س) = ٢|س - $\frac{٥}{٢}$| ، ر (س) = ٢

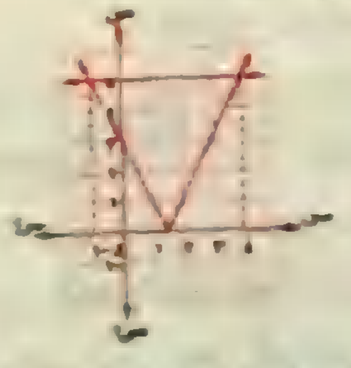
من الرسم : مجموعة الحل = ح - [$\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٧}{٣}$[

③ ∵ $\sqrt{٤س^٢ - ١٢س + ٩} = \sqrt{(٢س - ٣)^٢}$

= |٢س - ٣|

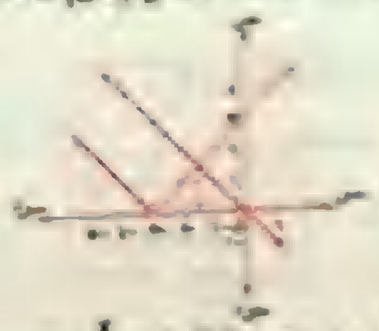
∴ د (س) = |٢س - ٣| = ٢|س - $\frac{٣}{٢}$|

، ر (س) = ٥



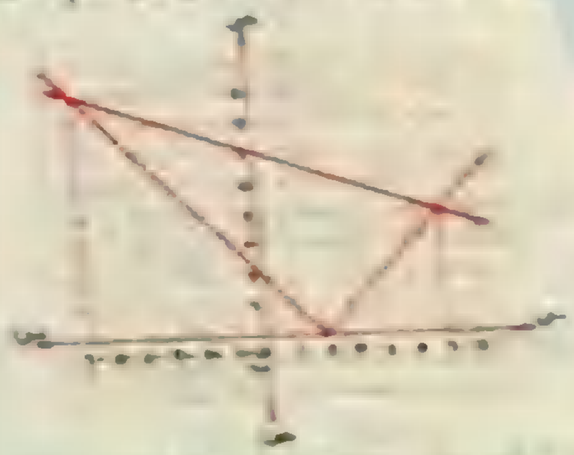
من الرسم : مجموعة الحل = ح - [-١ ، ٤]

④ د (س) = |س + ٣| ، ر (س) = -س



من الرسم : مجموعة الحل =]-∞ ، -$\frac{٣}{٢}$[

⑤ د (س) = |س - ٢| ، ر (س) = $\frac{-١}{٢}$ س + ٦

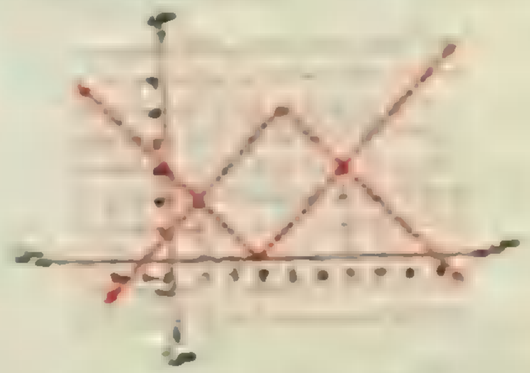


من الرسم : مجموعة الحل =]-٦ ، ٢[

⑥ ∵ |س - ٣| > ٥ - |س - ٤|

∴ د (س) = |س - ٣|

، ر (س) = ٥ - |س - ٤|



من الرسم : مجموعة الحل = ح - [١ ، ٢]

١٢

① ∵ -٤ ≤ س ≤ ٤ ∴ |س| ≤ ٤

② ∵ ٠ < س < ٦ بإضافة (−٣) إلى أطراف المتباينة.

∴ −٣ < س − ٣ < ٣ ∴ |س − ٣| < ٣

③ ∵ س ≥ −٢ ، س ≤ ٢ ∴ |س| ≤ ٢

④ ∵ س ∈ ح − [−٢ ، ٦]

∴ س > ٦ ، س < −٢

وبإضافة (−٢) إلى أطراف المتباينة

∴ س − ٢ > ٤ ، س − ٢ < −٤

∴ |س − ٢| > ٤

١٣

① نفرض أن درجة الطالب = س درجة

∴ ٦٠ < س < ١٠٠

وبإضافة (−٨٠) إلى أطراف المتباينة

∴ −٢٠ < س − ٨٠ < ٢٠

∴ |س − ٨٠| < ٢٠

② نفرض أن درجة الحرارة = س درجة

∴ ٣٥ < س < ٤٢

وبإضافة (−٣٨,٥) إلى أطراف المتباينة

∴ −٣,٥ < س − ٣٨,٥ < ٣,٥

∴ |س − ٣٨,٥| < ٣,٥

③ نفرض أن العمق الذى تعيش فيه الطحالب الخضراء = س مترًا

∴ ٠ ≤ س ≤ ٢٠

وبإضافة (−١٥) إلى أطراف المتباينة

∴ −١٥ ≤ س − ١٥ ≤ ١٥

∴ |س − ١٥| ≤ ١٥

∴ س = ±١

∴ المجال = ح − {١ ، −١}

② بوضع |س| + ١ = ٠ ∴ |س| = −١ (تعارض)

∴ المجال = ح

③ بوضع |س − ٢| − ٥ = ٠ ∴ |س − ٢| = ٥

∴ س − ٢ = ٥ ومنها س = ٧

أ، س − ٢ = −٥ ومنها س = −٣

∴ المجال = ح − {٧ ، −٣}

④ بوضع ٥ − |س| ≤ ٠ ∴ |س| ≥ ٥

∴ −٥ ≥ س ≥ ٥ ∴ المجال = [−٥ ، ٥]

⑤ بوضع |س| − ٥ ≤ ٠ ∴ |س| ≤ ٥

∴ س ≤ ٥ أ، س ≥ −٥

∴ المجال = ح −]−٥ ، ٥[

⑥ بوضع ٥ − |س| > ٠ ∴ |س| < ٥

∴ −٥ < س < ٥ ∴ المجال =]−٥ ، ٥[

١٥

① د (−س) = −|−س| = −|س| = −د (س) ∴ الدالة فردية.

② د (−س) = (−س)^{٢} |−س| − ١

= س^{٢} |س| − ١ = د (س) ∴ الدالة زوجية.

③ د (−س) = $\frac{|١ - س| + |١ + س|}{|١ - س| - |١ + س|}$ = −د (س)

∴ الدالة فردية.

④ د (−س) = $\frac{(-س)^{٢} \text{ جا } (-٢س)}{|-٢س| + ٥}$

= $\frac{س^{٢} \text{ جا } ٢س}{|٢س| + ٥}$ = د (س)

∴ الدالة زوجية.

⑤ د (−س)

= ٢|−س| |−س| + ٢ (−س) |−س|

= ٢|س| (−|س|) − ٢س |−|س||

= −٢|س| |س| − ٢س |س|

= −د (س) ∴ الدالة فردية.

⑥ د (−س) = $\sqrt{|-س| + (-س)}$ = $\sqrt{|س| - س}$

≠ د (س) ≠ −د (س)

∴ الدالة ليست زوجية وليست فردية.

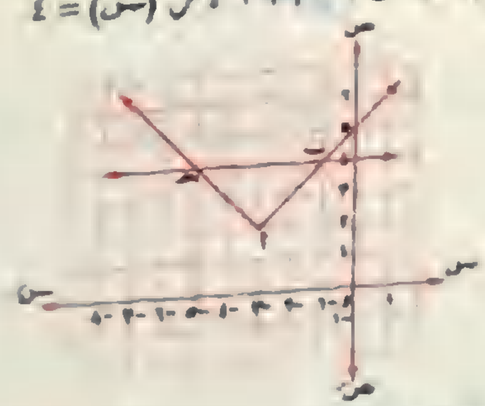
١٦

① (ب) ② (ب) ③ (جـ) ④ (جـ) ⑤ (جـ)

⑥ (أ) ⑦ (د) ⑧ (ب) ⑨ (د) ⑩ (جـ)

١٧

① د (س) = |س + ٣| + ٢ ، ر (س) = ٤

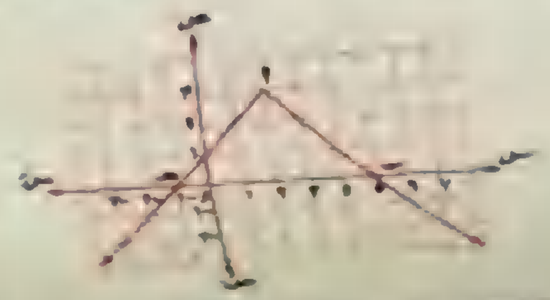


∴ مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيين د ، ر

= مساحة سطح المثلث أ ب حـ

= $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ٢ = ٤ وحدة مربعة.

② د (س) = −|س − ٢| + ٣ ، ر (س) = صفر

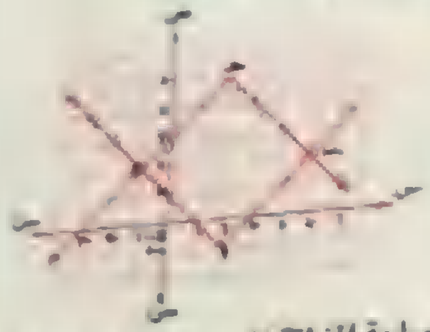


∴ مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيين د ، ر

= مساحة سطح المثلث أ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ٣ = ٦ وحدة مربعة.

③ د (س) = |س − ٢| − ١

، ر (س) = ٥ − |س − ٢|



∴ مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيين د ، ر

= مساحة سطح المربع أ ب حـ د = $\frac{١}{٢}$ (ب حـ)^{٢}

= $\frac{١}{٢}$ × ٦^{٢} = ١٨ وحدة مربعة.

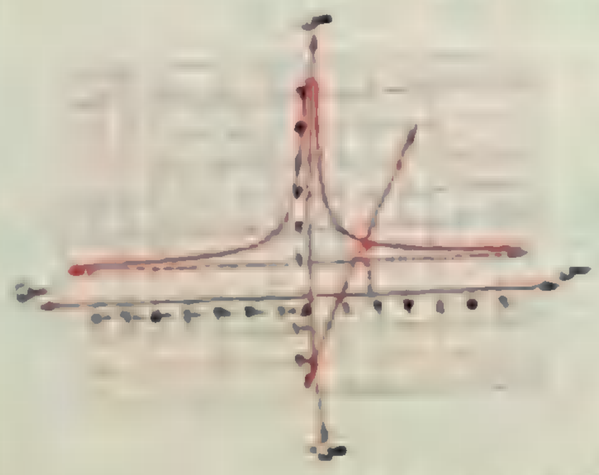
١٨

د (−س) = $\frac{|-س| + ١}{|-س|}$ = $\frac{|س| + ١}{|س|}$ = د (س)

∴ الدالة زوجية. ∵ د (س) = $\frac{|س| + ١}{|س|}$ = ١ + $\frac{١}{|س|}$

بيانيًا :

وبوضع ر (س) = ٢س − ٢



من الرسم : س = ١,٨

∴ مجموعة الحل = {١,٨}

جـ) ∵ د (س) = $\frac{١}{س}$ + ١ ، س > ٠

② ∵ |(س − ١) (س − ٢)| = |س − ٣|

جبريًا : ∵ د (س) = $\begin{cases} \frac{1}{س} + 1 & ، س > 0 \\ \frac{-1}{س} + 1 & ، س < 0 \end{cases}$

عندما س > ٠ : ∴ $\frac{1}{س}$ + ١ = ٢ س − ٢

∴ $\frac{1}{س}$ = ٢ س − ٣ (بالضرب في س)

∴ ١ = ٢ س^2 − ٣ س

∴ ٢ س^2 − ٣ س − ١ = ٠

∴ س = $\frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \times 2 \times -1}}{2 \times 2}$ = $\frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$

∴ س ≈ ١.٨ ∈]٠ ، ∞[

، س ≈ −٠.٣ ∉]٠ ، ∞[

عندما س < ٠ : ∴ $\frac{-1}{س}$ + ١ = ٢ س − ٢

∴ $\frac{-1}{س}$ = ٢ س − ٣ (بالضرب في س)

∴ −١ = ٢ س^2 − ٣ س

∴ ٢ س^2 − ٣ س + ١ = ٠

∴ (٢ س − ١) (س − ١) = ٠

∴ س = $\frac{1}{2}$ ∉]−∞ ، ٠[

، س = ١ ∉]−∞ ، ٠[

∴ مجموعة الحل = {١.٨}

١٩

① (د) ② (د) ③ (جـ) ④ (جـ) ⑤ (د)

⑥ (أ) ⑦ (أ) ⑧ (جـ) ⑨ (ب)

إرشادات لحل رقم ١٩

① ∵ |س + ١|^2 + |٢ س + ٣| = ٠

∴ س + ١ = ٠ ومنها س = −١

وفي نفس الوقت يكون ٢ س + ٣ = ٠ ومنها س = $\frac{-3}{2}$

وهذا تعارض.

∴ مجموعة الحل = ∅

② ∵ |(س − ١) (س − ٣)| = |س − ٣|

∴ |س − ٣| |س − ١| − |س − ٣| = ٠

∴ |س − ٣| (|س − ١| − ١) = ٠

∴ |س − ٣| = ٠ ومنها س = ٣

، |س − ١| = ١

∴ س − ١ = ± ١ ومنها س = ٠ ، ٢

∴ مجموعة الحل = {٠ ، ٢ ، ٣}

③ ∵ |س| + |ص| ≤ |س + ص|

∴ $\frac{|س| + |ص|}{|س + ص|}$ ≤ ١

∴ أصغر قيمة للمقدار $\frac{|س| + |ص|}{|س + ص|}$ هي ١

④ ∵ ٣٢ < ٦١ < ٦٤

∴ ٢^5 < ٢^{س} < ٢^6 ∴ ٥ < س < ٦

∴ |س − ٦| = −س + ٦

، |س − ٥| = س − ٥

∴ |س − ٦| + |س − ٥|

= −س + ٦ + س − ٥ = ١

⑤ ∵ أ^{2}ب > ٠ ∴ ب موجبة.

، ∵ $\frac{أ}{ب}$ < ٠ ∴ أ سالبة.

∴ $\sqrt{أ^2}$ = |أ| = −أ ، $\sqrt{ب^2}$ = |ب| = ب

∴ $\sqrt{أ^2}$ + $\sqrt{ب^2}$ − (ب − أ)

= −أ + ب − ب + أ = صفر

⑥ ∵ −٤ ≤ س ≤ ٦

∴ −١٦ ≤ ٤ س ≤ ٢٤

∴ −٢٤ ≤ ٤ س − ٨ ≤ ١٦

∴ ٠ ≤ |٤ س − ٨| ≤ ٢٤

∴ أ = صفر ، ب = ٢٤

∴ أ + ب = ٢٤

⑦ ∵ س^2 − ٣ |س| − ١٠ = ٠

∴ |س|^2 − ٣ |س| − ١٠ = ٠

(|س| − ٥) (|س| + ٢) = ٠

∴ |س| = ٥ ومنها س = ± ٥

، |س| = −٢ (مرفوض)

∴ جذرا المعادلة هما ± ٥

∴ حاصل ضرب جذري المعادلة يساوي − ٢٥

⑧ ∵ ٣ < |س| < ٨ ∴ ٣ < س < ٨

∴ س = ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧

، −٨ < س < −٣

∴ س = −٤ ، −٥ ، −٦ ، −٧

∴ عدد قيم س الصحيحة هو ٨

⑨ ∵ (ر ∘ د) (س) = ٣

∴ ر (د (س)) = ٣

∴ |٢ س − ٥ + ١| = ٣

∴ |٢ س − ٥ + ١| = ± ٣

∴ |٢ س − ٥| = ± ٣ − ١

∴ |٢ س − ٥| = −٤ (مرفوض)

، |٢ س − ٥| = ٢ ∴ ٢ س − ٥ = ± ٢

∴ ٢ س = ٥ ± ٢

∴ ٢ س = ٧ ومنها س = $\frac{7}{2}$

، ٢ س = ٣ ومنها س = $\frac{3}{2}$

∴ مجموعة الحل = {$\frac{7}{2}$ ، $\frac{3}{2}$}

٢٠

① (س + ١) (|س| − ١) + $\frac{1}{2}$ = صفر

عندما س ≤ ٠ :

∴ (س + ١) (س − ١) + $\frac{1}{2}$ = ٠

∴ س^2 − ١ + $\frac{1}{2}$ = ٠

∴ س^2 − $\frac{1}{2}$ = ٠

∴ س = $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ∈]٠ ، ∞[

، س = −$\frac{1}{\sqrt{2}}$ ∉]٠ ، ∞[

، عندما س < ٠ :

∴ (س + ١) (−س − ١) + $\frac{1}{2}$ = ٠

∴ −(س + ١)^2 + $\frac{1}{2}$ = ٠

∴ (س + ١)^2 = $\frac{1}{2}$ ∴ س + ١ = ± $\frac{1}{\sqrt{2}}$

∴ س = (−١ + $\frac{1}{\sqrt{2}}$) ∈]−∞ ، ٠[

∴ س = (−١ − $\frac{1}{\sqrt{2}}$) ∈]−∞ ، ٠[

∴ مجموعة الحل

= {$\frac{1}{\sqrt{2}}$ ، −١ − $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ، −١ + $\frac{1}{\sqrt{2}}$}

② ∵ |٢ س + ٣| − ٨| = ٥

∴ |٢ س + ٣| − ٨ = ± ٥

∴ |٢ س + ٣| = ٨ ± ٥

∴ |٢ س + ٣| = ١٣ ، |٢ س + ٣| = ٣

∴ ٢ س + ٣ = ± ١٣ | ٢ س + ٣ = ± ٣

∴ ٢ س = −٣ ± ١٣ | ∴ ٢ س = −٣ ± ٣

∴ س = −٨ ، ٥ | ∴ س = صفر ، −٣

∴ مجموعة الحل = {−٨ ، ٥ ، صفر ، −٣}

③ |س|^2 − ٣ |س| + ٢ = ٠

∴ (|س| − ٢) (|س| − ١) = ٠

∴ |س| = ٢ ومنها س = ± ٢

، |س| = ١ ومنها س = ± ١

∴ مجموعة الحل = {٢ ، −٢ ، ١ ، −١}

④ $\sqrt{(س - \frac{1}{س})^2}$ + ٤ = ٢

∴ $\sqrt{س^2 - 2 + \frac{1}{س^2}}$ + ٤ = ٢

① بوضع |س| − ١ = ٠ ∴ |س| = ١

∴ الدالة زوجية.

من الرسم : س ≈ ١.٨

∴ مجموعة الحل = {١.٨}

∴ $\sqrt{\text{س}^2 + 2 + \frac{1}{\text{س}^2}} = 2$

∴ $\sqrt{\left(\text{س} + \frac{1}{\text{س}}\right)^2} = 2$ ∴ $\left|\text{س} + \frac{1}{\text{س}}\right| = 2$

∴ $\text{س} + \frac{1}{\text{س}} = 2$ ∴ $\text{س} + \frac{1}{\text{س}} = 2$

ومنها $\text{س}^2 - 2\text{س} + 1 = 0$

∴ $(\text{س} - 1)^2 = 0$ ∴ $\text{س} = 1$

أو $\text{س} + \frac{1}{\text{س}} = -2$

ومنها $\text{س}^2 + 2\text{س} + 1 = 0$

∴ $(\text{س} + 1)^2 = 0$ ∴ $\text{س} = -1$

∴ مجموعة الحل = $\{1 ، -1\}$

⑤ ∵ $|\text{س}^2 - 3| + \frac{2}{|\text{س}^2 - 3|} = 3$

∴ $|\text{س}^2 - 3|^2 - 3|\text{س}^2 - 3| + 2 = 0$

∴ $(|\text{س}^2 - 3| - 1)(|\text{س}^2 - 3| - 2) = 0$

∴ $|\text{س}^2 - 3| - 1 = 0$ أو $|\text{س}^2 - 3| - 2 = 0$

∴ $|\text{س}^2 - 3| = 1$ ∴ $|\text{س}^2 - 3| = 2$

∴ $\text{س}^2 - 3 = \pm 1$ ∴ $\text{س}^2 - 3 = \pm 2$

∴ $\text{س}^2 = 3 \pm 1$ ∴ $\text{س}^2 = 3 \pm 2$

∴ $\text{س}^2 = 4$ ∴ $\text{س}^2 = 5$

ومنها $\text{س} = \pm 2$ ومنها $\text{س} = \pm\sqrt{5}$

أو $\text{س}^2 = 2$ أو $\text{س}^2 = 1$

ومنها $\text{س} = \pm\sqrt{2}$ ومنها $\text{س} = \pm 1$

∴ مجموعة الحل = $\{\pm 2 ، \pm\sqrt{2} ، \pm\sqrt{5} ، \pm 1\}$

⑥ $|\text{س} - 4| + |\text{س} - 2| = 10$

	٤	٢
	س − ٤	٤ − س
	س − ٢	س − ٢
	٢س − ٦	٦ − ٢س

∴ مجموعة الحل = ح − $[2 ، 4]$

∴ س = ٨ (يحقق)

• عندما س < ٢ ∴ ٦ − ٢س = ١٠

∴ س = −٢ (يحقق)

عندما ٢ < س < ٤ ∴ ٢ = ١٠ تعارض

∴ مجموعة الحل = $\{8 ، -2\}$

⑦ ∵ $(|2\text{س} - 3| - 5)(|2\text{س} - 3| + 5) > 11$

∴ $|2\text{س} - 3|^2 - 25 > 11$

∴ $|2\text{س} - 3|^2 > 36$

∴ $|2\text{س} - 3| > 6$

∴ $2\text{س} - 3 > 6$ ومنها $\text{س} > \frac{9}{2}$

أو $2\text{س} - 3 < -6$ ومنها $\text{س} < \frac{-3}{2}$

∴ مجموعة الحل = ح − $\left[\frac{-3}{2} ، \frac{9}{2}\right]$

إرشادات التطبيقات الحياتية على الوحدة الأولى

١

① ع (١٠) = ٨ × ١٠ = ٨٠ سم/ث

② ع (١٥٠) = ٨٠ سم/ث

③ ع (٢١٠) = −٤ × ٢١٠ + ٨٨٠ = ٤٠ سم/ث

٢

ح (ل) = ٤ ل

① ح (٣) = ٤ × ٣ = ١٢ وحدة طول.

② ح $\left(\frac{15}{4}\right)$ = ٤ × $\frac{15}{4}$ = ١٥ وحدة طول.

٣

م (نق) = π نق^2

① م $\left(\frac{1}{2}\right)$ = $\frac{1}{4}$ π وحدة مربعة.

② م (٥) = ٢٥ π وحدة مربعة.

٤

① د (س) = ٣ . س + ٨ × ٧

② نعم دالة أحادية لأنه يفرض أ ، ب ∈ مجال الدالة ،

• ∵ د (أ) = ٣ . أ + ٨ × ٧

• د (ب) = ٣ . ب + ٨ × ٧

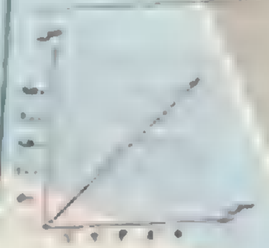
ويفرض أن د (أ) = د (ب)

∴ ٣ . أ + ٨ × ٧ = ٣ . ب + ٨ × ٧

∴ ٣ . أ = ٣ . ب ∴ أ = ب

٥

د (س) = ٥٠ س



٦

• ∵ ف = ع × ن

• ∵ ن = ٣ دقائق ، ع = ٣٠ مترًا/دقيقة

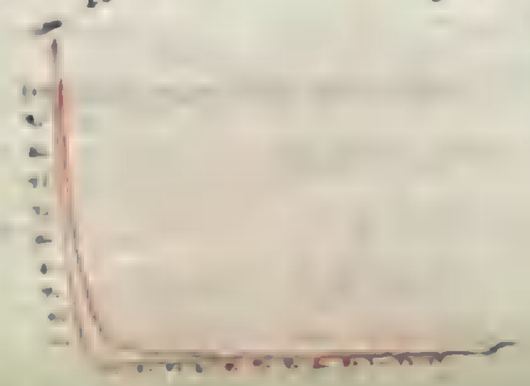
∴ ف = ٣ × ٣٠ = ٩٠ ∴ ع = $\frac{90}{\text{ن}}$

∴ ع ∝ $\frac{1}{\text{ن}}$

∴ ع تتغير عكسيًا بتغير الزمن.

• ع = $\frac{90}{\text{ن}}$ • عندما ع = ٤٥ مترًا/دقيقة.

∴ ٤٥ = $\frac{90}{\text{ن}}$ ∴ ن = $\frac{90}{45}$ = ٢ دقيقة.



٧

① ∵ النقطة (٠ ، ٣) تنتمي لمنحنى الدالة

∴ (٠ ، ٣) تحقق معادلة الدالة

• أ (س − ٢)^2 + ٥

∴ ٣ = أ (٠ − ٢)^2 + ٥

∴ ٣ = ٤ أ + ٥ ∴ ٤ أ = −٢

∴ أ = $-\frac{1}{2}$

② ∵ نقطة رأس المنحنى هي (٢ ، ٥)

∴ أقصى ارتفاع للبوابة = ٥ أمتار.

③ عرض البوابة = ٢ × ٢ = ٤ أمتار.

٨

①

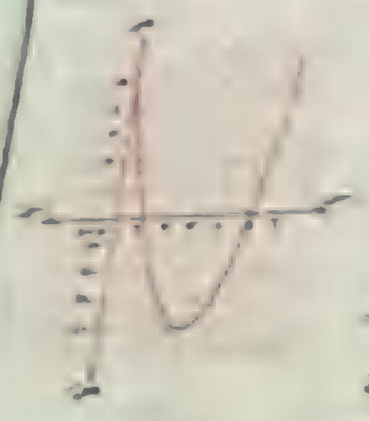
من الرسم:

ل = ٤ وحدة طول.

ع = ٤ وحدة طول.

∴ المساحة المطلوبة

= $\frac{2}{3}$ ل ع = $\frac{2}{3}$ × ٤ × ٤ = $\frac{32}{3}$ وحدة مربعة.



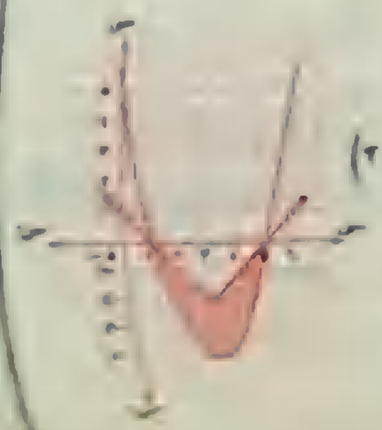
②

المساحة المطلوبة

= $\frac{32}{3}$ − $\left(\frac{1}{2} \times 4 \times 2\right)$

= $\frac{32}{3}$ − ٤

= $\frac{20}{3}$ وحدة مربعة.



٩

د (س) = ٣ . س − ١٢ − ٢ ، ر (س) = ٣

١١

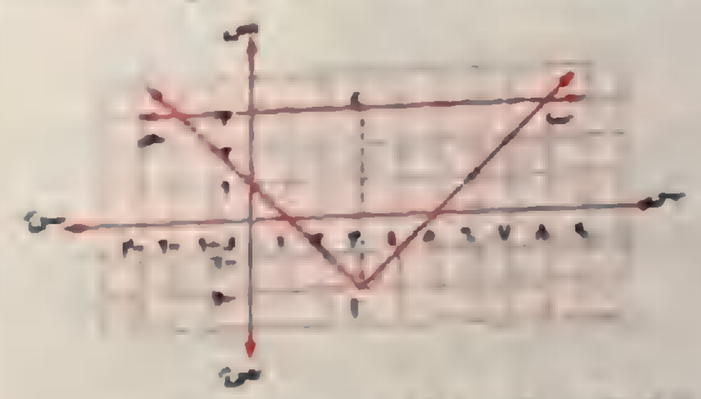
بفرض أن طول المتقدم لشغل الوظيفة = س سم

إجابات الوحدة الثانية

⑤ $(18)^{\frac{1}{2}} \times (12)^{\frac{2}{3}} \div \frac{1}{(24)^{\frac{2}{3}}}$

٩

د (س) = |س − ٣| − ٢ ، ص (س) = ٣



∵ طول الوحدة = ٨ أمتار.

، ∵ س حـ = ١٠ وحدات.

∴ طول القاعدة = ١٠ × ٨ = ٨٠ متر.

، ∵ أ ء = ٥ وحدات.

∴ الارتفاع = ٥ × ٨ = ٤٠ متر.

∴ مساحة الأرض = مساحة Δ أ س حـ

= $\frac{١}{٢}$ × ٨٠ × ٤٠ = ١٦٠٠ متر مربع.

١٠

يتقاطع الطريقان عندما د (س) = ص (س)

∴ |س − ٥| = ٥ − $\frac{٢}{٣}$ س

عندما س ≤ ٥ : س − ٥ = ٥ − $\frac{٢}{٣}$ س

∴ $\frac{٢}{٣}$ س = ١٠ ∴ س = ٦ ∈]٥ ، ∞[

، عندما س > ٥ : ∴ −س + ٥ = ٥ − $\frac{٢}{٣}$ س

∴ $\frac{١}{٣}$ س = ٠ ∴ س = ٠ ∈]−∞ ، ٥[

، ∵ د (٦) = |٦ − ٥| = ١

∴ أ (٦ ، ١) نقطة تقاطع المنحنيين.

، د (٠) = |٠ − ٥| = ٥

∴ ب (٠ ، ٥) نقطة تقاطع المنحنيين.

∴ أ ب = $\sqrt{(٦ - ٠)^٢ + (١ - ٥)^٢}$ = ٢ $\sqrt{١٣}$

، ∵ وحدة الأطوال تمثل ٥ كيلو مترات

∴ أ ب = ٥ × ٢ $\sqrt{١٣}$ = ١٠ $\sqrt{١٣}$ ≈ ٣٦ كم

١١

بفرض أن طول المتقدم لشغل الوظيفة = س سم

∴ ١٧٨ ≤ س ≤ ١٩٢ وبإضافة (− ١٨٥)

إلى أطراف المتباينة. ∴ −٧ ≤ س − ١٨٥ ≤ ٧

∴ |س − ١٨٥| ≤ ٧

١٢

① بعد ثانيتين : ف = ٨ |٥ − ٢| = ٢٤ سم.

[فى اتجاه الحركة من أ إلى ب]

، بعد ٨ ثوان : ف = ٨ |٥ − ٨| = ٢٤ سم.

[فى اتجاه الحركة من ب إلى حـ]

② ∵ ٨ |٥ − ن| = ١٦

∴ |ن − ٥| = ٢

∴ ن − ٥ = −٢ ومنها ن = ٣

[فى اتجاه الحركة من أ إلى ب]

أ، ن − ٥ = ٢ ومنها ن = ٧

[فى اتجاه الحركة من ب إلى حـ]

③ ∵ ٨ |ن − ٥| < ٨ ∴ |ن − ٥| < ١

∴ −١ < ن − ٥ < ١ ∴ ٤ < ن < ٦

∴ ن ∈]٤ ، ٦[

١٣

∵ ب = (٨ ، ٤)

، ∵ د (٨) = $\frac{٤}{٣}$ |٨ − ٥| = ٤

∴ ب تقع على منحنى الدالة د

∴ الكرة السوداء سوف تسقط فى الجيب ب

إجابات الوحدة الثانية

إجابات تمارين 7

١

① (ب) ② (ب) ③ (ب) ④ (جـ)

⑤ (أ) ⑥ (جـ) ⑦ (د) ⑧ (ب)

⑨ (جـ) ⑩ (جـ) ⑪ (جـ) ⑫ (جـ)

⑬ (أ) ⑭ (د) ⑮ (ب)

٢

① $\frac{(٢٧)^{-٢} \times (١٢)^{٢}}{(٨١)^{-٢} \times ١٦} = \frac{(٣^٣)^{-٢} \times (٣)^{٢} \times (٢^٢)^{٢}}{(٣^٤)^{-٢} \times ٢^٤}$

= $\frac{٣^{-٦} \times ٣^{٢} \times ٢^{٤}}{٣^{-٨} \times ٢^{٤}}$ = $٣^{-٦+٢+٨}$ = $٣^{٤}$ = ٨١

② $\frac{٤^{ن-١} \times ١٠^{ن+٢}}{٨^{ن+٢}} = \frac{(٢^٢)^{ن-١} \times ١٠^{ن+٢}}{(٢^٣)^{ن+٢}}$

= $\frac{٢^{٢ن-٢} \times ١٠^{ن+٢}}{٢^{٣ن+٦}}$

= $٢^{٢ن-٢-٣ن-٦}$ × $١٠^{ن+٢}$

= $٢^{-ن-٨}$ = $\frac{١}{٢^{ن+٨}}$

③ $\frac{٤^{ن+١} \times ١٠^{ن+٢}}{٤٨^{ن-١}}$

= $\frac{(٢^٢)^{ن+١} \times (٢^٢)^{ن+٢}}{(٢^٤)^{ن-١} \times ٣^{ن-١}}$

= $\frac{٢^{٢ن+٢} \times ٢^{٢ن+٤}}{٢^{٤ن-٤} \times ٣^{ن-١}}$

= $٢^{٢ن+٢+٢ن+٤-٤ن+٤} \times ٣^{-ن+١}$

= $٢^{٠} \times ٣^{٠}$ = ١ × ١ = ١

④ $\frac{١٢٥ \times (١٥)^{ن-٢} \times (٢٥)^{ن+٢}}{(٧٥)^{ن} \times (٥)^{ن+٢}}$

= $\frac{٥^٣ \times ٣^{ن-٢} \times ٣^{ن-٢} \times (٥^٢)^{ن+٢}}{٣^{ن} \times (٥^٢)^{ن+٢} \times ٥^{ن+٢}}$

= $\frac{٥^٣ \times ٣^{ن-٢} \times ٣^{ن-٢} \times ٥^{٢ن+٤}}{٣^{ن} \times ٥^{٢ن+٤} \times ٥^{ن+٢}}$

= $٥^{٣+٢ن+٤-٢ن-٤-ن-٢}$ × $٣^{ن-٢-ن-٢}$

= $٥^{٠} \times ٣^{-٤}$ = $\frac{١}{٨١}$

⑤ $\frac{١}{(٢٢)^{-٢}}$ = $\frac{١}{٢^{-٢}(٢^٢)}$

= $\frac{١}{٢^{-٢} \times ٢^{٢}}$

= $٢^{-٢} \times ٢^{٢} \times ٢^{٢} \times ٢^{٢}$

= $٢^{-٢+٢+٢+٢}$

= $٢^{٦}$ = ٦٤

⑥ المقدار = $\frac{٢^{٧} \times ٢^{٣} \times ٢^{٢}}{٢^{٧} \times ٢^{٢}(٢^٣)}$ = $\frac{٢^{٧+٣+٢}}{٢^{٧+٢+٣}}$

= $٢^{١٢-١٢}$ = $٢^{٠}$

= ١ × ١ × ١ × ٧ × ٣

= ١٠٥

٣

① الطرف الأيمن

= $\frac{(٢^٣)^{-س} \times ٧ \times ٥^{-س} \times \frac{س+٢}{س}}{(٢^٢)^{-س} \times ٣^{-س} \times ٥^{-س} \times ٧^{-س}}$

= $\frac{٢^{-٣س} \times ٧ \times ٥^{-س} \times \frac{س+٢}{س}}{٢^{-٢س} \times ٣^{-س} \times ٥^{-س} \times ٧^{-س}}$

= $٢^{-٣س+٢س} \times ٣^{س} \times ٧^{س-١} \times ٥^{-س+س} \times \frac{س+٢}{س}$

= $٢^{-س} \times ٣^{س} \times ٧^{س-١} \times ٥^{٠} \times \frac{س+٢}{س}$

= $\frac{٣^{س} \times ٧^{س-١} \times (س+٢)}{٢^{س} \times س}$

= $\frac{٣}{٢}$ $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{س} \times \frac{٧^{س-١}(س+٢)}{س}$ = الطرف الأيسر

② الطرف الأيمن = $\frac{(٣^٢)^{س} \times (٢^٣)^{س-١} \times ٢^{س+٢}}{٦^{س} \times ٢^{س-١}(٢^٣)}$

= $\frac{٣^{٢س} \times ٢^{٣س-٣} \times ٢^{س+٢}}{٦^{س} \times ٢^{س-١} \times ٢^{٣}}$

= $\frac{٣^{٢س} \times ٢^{٤س-١}}{٦^{س} \times ٢^{س-١}}$

= $٣^{٢س} \times ٢^{٣س-٠} \times ٦^{-س}$

= $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{س} \times ٦^{-س}$ = الطرف الأيسر

③ الطرف الأيمن

= $\frac{\frac{١}{٢} \times ٢^{-٢} \times \frac{٥}{٢}(٣^٢) \times ٢^{س}}{٢^{-٢} \times ٣^{-٢} \times ٢^{-٢} \times ٣^{-٢} \times ٢^{-٢} \times ٣^{-٢}(٢^٣)}$

= $\frac{\frac{١}{٢} \times ٢^{-٢} \times \frac{٥}{٢} \times ٣^{٢} \times ٢^{س}}{٢^{-٢} \times ٣^{-٢} \times ٢^{-٢} \times ٣^{-٢} \times ٢^{-٢} \times ٣^{-٢} \times ٢^{٣}}$

= $\frac{٢^{-٢} \times ٣^{٢} \times ٢^{س}}{٢^{-٢} \times ٣^{-٢} \times ٢^{-٢} \times ٣^{-٢} \times ٢^{-٢} \times ٣^{-٢} \times ٢^{٣}}$

= $٢^{-٢+٢+س} \times ٣^{٢+٢+٢+٢+٢+٢}$

= $٢^{س} \times ٣^{١٢}$ = $٢^{س} \times ٣^{١٢} \times ٢^{٣}$ = ٢٥

④ الطرف الأيمن

$$= \frac{٣ \times ٢^{\text{س}+٢} + ٢^{\text{س}+٢}}{٢^{\text{س}+٣} - ٣ \times ٢ \times ٢^{\text{س}}}$$

$$= \frac{٢^{\text{س}+٢}(٣ + ١)}{٢^{\text{س}+١}(٢^{٢} - ٣)} = \frac{٢^{\text{س}+٢} \times ٢^{٢}}{٢^{\text{س}+١} \times ١} = ٢^{٣} = ٨$$

٤

① $\because \text{س}^{\frac{٧}{٢}} = ٢^{٧}$ $\therefore \text{س} = (٢^{٧})^{\frac{٢}{٧}} = ٤$

$\therefore$ م.ح $= \{٤\}$

② $\text{س}^{\frac{٥}{٢}} = \frac{١}{٢^{٥}} = ٢^{-٥}$ $\therefore \text{س} = (٢^{-٥})^{\frac{٢}{٥}}$

$\therefore \text{س} = ٢^{-٢}$ $\therefore$ م.ح $= \{\frac{١}{٤}\}$

③ $\because \text{س}^{-\frac{٥}{٢}} = ٢^{\frac{٥}{٢}}$ $\therefore \text{س} = (٢^{\frac{٥}{٢}})^{-\frac{٢}{٥}}$

$\therefore \text{س} = ٢^{-١} = \frac{١}{٢}$ $\therefore$ م.ح $= \{\frac{١}{٢}\}$

④ $\text{س}^{\frac{٤}{٣}} = ٣^{٤}$

$\therefore \text{س} = \pm(٣^{٤})^{\frac{٣}{٤}} = \pm ٣^{٣} = \pm ٢٧$

$\therefore$ مجموعة الحل $= \{٢٧ ، -٢٧\}$

⑤ $(\text{س} - ١)^{\frac{٥}{٣}} = ٢^{٥}$

$\therefore \text{س} - ١ = (٢^{٥})^{\frac{٣}{٥}} = ٢^{٣} = ٨$

$\therefore \text{س} = ٩$ $\therefore$ م.ح $= \{٩\}$

⑥ $٢\text{س} + ٣ = \pm(٣^{٤})^{\frac{٣}{٤}}$ $\therefore ٢\text{س} + ٣ = \pm ٢٧$

$\therefore ٢\text{س} = ٢٤$ أ، $٢\text{س} = -٣٠$

$\therefore \text{س} = ١٢$ أ، $\text{س} = -١٥$

$\therefore$ م.ح $= \{١٢ ، -١٥\}$

⑦ $\text{س} + ١ = (٣٢^{-\frac{١}{٢}})^{-\frac{٢}{٥}} = ٣٢^{\frac{١}{٥}} = (٢^{٥})^{\frac{١}{٥}}$

$\therefore \text{س} + ١ = ٢$ $\therefore \text{س} = ١$

$\therefore$ م.ح $= \{١\}$

⑧ $\text{س}^{٢} - ٥\text{س} + ٩ = (٣^{٥})^{\frac{٢}{٥}}$

$\therefore \text{س}^{٢} - ٥\text{س} + ٩ = ٩$

$\therefore \text{س}^{٢} - ٥\text{س} = ٠$ $\therefore \text{س}(\text{س} - ٥) = ٠$

$\therefore \text{س} = ٠$ أ، $\text{س} = ٥$ $\therefore$ م.ح $= \{٠ ، ٥\}$

⑨ $\because \sqrt{\text{س}} + ٢ = ٩$ $\therefore \sqrt{\text{س}} = ٧$

$\therefore \text{س} = ٤٩$ $\therefore$ م.ح $= \{٤٩\}$

⑩ $(\text{س}^{\frac{٢}{٥}} - ١)(\text{س}^{\frac{٢}{٥}} - ٤) = ٠$

$\therefore \text{س}^{\frac{٢}{٥}} = ١$ ومنها $\text{س} = \pm ١$

أ، $\text{س}^{\frac{٢}{٥}} = ٤$ ومنها $\text{س} = \pm(٢^{٢})^{\frac{٥}{٢}} = \pm ٣٢$

$\therefore$ م.ح $= \{١ ، -١ ، ٣٢ ، -٣٢\}$

⑪ $(\text{س}^{\frac{٢}{٣}} - ١)(\text{س}^{\frac{٢}{٣}} - ٩) = ٠$

$\therefore \text{س}^{\frac{٢}{٣}} = ١$ $\therefore \text{س} = \pm ١$

أ، $\text{س}^{\frac{٢}{٣}} = ٩$ $\therefore \text{س} = \pm(٣^{٢})^{\frac{٣}{٢}} = \pm ٢٧$

$\therefore$ م.ح $= \{١ ، -١ ، ٢٧ ، -٢٧\}$

⑫ $(\text{س}^{\frac{١}{٢}} - ١)(\text{س}^{\frac{١}{٢}} - ٢) = ٠$

$\therefore \text{س}^{\frac{١}{٢}} = ١$ $\therefore \text{س} = ١$

أ، $\text{س}^{\frac{١}{٢}} = ٢$ $\therefore \text{س} = (٢)^{٢} = ٤$

$\therefore$ م.ح $= \{١ ، ٤\}$

⑬ $\text{س} - ٨\sqrt{\text{س}} + ١٥ = ٠$

$\therefore (\sqrt{\text{س}} - ٣)(\sqrt{\text{س}} - ٥) = ٠$

$\therefore \sqrt{\text{س}} = ٣$ ومنها $\text{س} = ٩$

أ، $\sqrt{\text{س}} = ٥$ ومنها $\text{س} = ٢٥$

$\therefore$ م.ح $= \{٩ ، ٢٥\}$

⑭ $\because \text{س}^{\frac{٢}{٣}} - ٢٥\text{س}^{\frac{١}{٣}} - ٥٤ = ٠$

$\therefore (\text{س}^{\frac{١}{٣}} - ٢٧)(\text{س}^{\frac{١}{٣}} + ٢) = ٠$

$\therefore \text{س}^{\frac{١}{٣}} = ٢٧$

$\therefore \text{س} = (٣^{٣})^{٣} = ٣^{٩} = ١٩٦٨٣$

أ، $\text{س}^{\frac{١}{٣}} = -٢$ $\therefore \text{س} = (-٢)^{٣} = -٨$

$\therefore$ م.ح $= \{١٩٦٨٣ ، -٨\}$

---

⑮ $\text{س}^{\frac{٥}{٣}} - \text{س}^{\frac{٥}{٦}} - ٦ = ٠$

$\therefore (\text{س}^{\frac{٥}{٦}} - ٣)(\text{س}^{\frac{٥}{٦}} + ٢) = ٠$

$\therefore \text{س}^{\frac{٥}{٦}} = ٣$ $\therefore \text{س} = ٣^{\frac{٦}{٥}} \simeq ٣,٧$

أ، $\text{س}^{\frac{٥}{٦}} = -٢$ (مرفوض)

$\therefore$ م.ح $= \{٣,٧\}$

⑯ $\text{س}^{\frac{٤}{٥}} - ٣\text{س}^{\frac{٢}{٥}} - ٤ = ٠$

$\therefore (\text{س}^{\frac{٢}{٥}} + ١)(\text{س}^{\frac{٢}{٥}} - ٤) = ٠$

$\therefore \text{س}^{\frac{٢}{٥}} = -١$ (مرفوض)

أ، $\text{س}^{\frac{٢}{٥}} = ٤$

$\therefore \text{س} = \pm(٢^{٢})^{\frac{٥}{٢}} = \pm ٢^{٥} = \pm ٣٢$

$\therefore$ م.ح $= \{-٣٢ ، ٣٢\}$

⑰ بالضرب × $\sqrt[٥]{\text{س}}$

$\therefore (\sqrt[٥]{\text{س}})^{٢} - ٣\sqrt[٥]{\text{س}} + ٢ = ٠$

$\therefore \text{س}^{\frac{٢}{٥}} - ٣\text{س}^{\frac{١}{٥}} + ٢ = ٠$

$\therefore (\text{س}^{\frac{١}{٥}} - ١)(\text{س}^{\frac{١}{٥}} - ٢) = ٠$

$\therefore \text{س}^{\frac{١}{٥}} = ١$ ومنها $\text{س} = ١$

أ، $\text{س}^{\frac{١}{٥}} = ٢$ ومنها $\text{س} = ٣٢$

$\therefore$ مجموعة الحل $= \{١ ، ٣٢\}$

٥

① $٥^{٢\text{س}-١} = \frac{١}{١٢٥}$ $\therefore ٥^{٢\text{س}-١} = \frac{١}{٥^{٣}}$

$\therefore ٥^{٢\text{س}-١} = ٥^{-٣}$ $\therefore ٢\text{س} - ١ = -٣$

$\therefore ٢\text{س} = -٢$ $\therefore \text{س} = -١$

$\therefore$ م.ح $= \{-١\}$

② $٥^{\text{س}+٢} = \text{س}^{\text{س}+٢}$ $\therefore$ إما $\text{س} = ٥$

أ، $\text{س} + ٢ = ٠$ $\therefore \text{س} = -٢$

$\therefore$ م.ح $= \{-٢ ، ٥\}$

③ $٣^{\text{س}^{٢}-٩} = ١$ $\therefore \text{س}^{٢} - ٩ = ٠$

$\therefore \text{س}^{٢} = ٩$ $\therefore \text{س} = \pm ٣$

$\therefore$ م.ح $= \{٣ ، -٣\}$

④ $\text{س}^{\text{س}^{٢}-٢٥} = ٣^{\text{س}^{٢}-٢٥}$

$\therefore$ إما $\text{س} = ٣$ أ، $\text{س}^{٢} - ٢٥ = ٠$

$\therefore \text{س}^{٢} = ٢٥$ $\therefore \text{س} = \pm ٥$

$\therefore$ م.ح $= \{٣ ، -٣ ، ٥ ، -٥\}$

⑤ $(٣\sqrt{٣})^{|\text{س}|} = ٢٧$

$\therefore (٣\sqrt{٣})^{|\text{س}|} = (٣\sqrt{٣})^{٢}$

$\therefore |\text{س}| = ٢$ $\therefore \text{س} = \pm ٢$

$\therefore$ م.ح $= \{٢ ، -٢\}$

⑥ $\because ٣^{|٣\text{س}-٤|} = ٣^{٤\text{س}-٤}$

$\therefore |٣\text{س} - ٤| = ٤\text{س} - ٤$

عند $\text{س} \geq \frac{٤}{٣}$

$\therefore ٣\text{س} - ٤ = ٤\text{س} - ٤$

$\therefore \text{س} = ٠$ (لا يحقق) ، عند $\text{س} < \frac{٤}{٣}$

$\therefore -٣\text{س} + ٤ = ٤\text{س} - ٤$

$\therefore ٧\text{س} = ٨$ $\therefore \text{س} = \frac{٨}{٧}$ (يحقق)

$\therefore$ م.ح $= \{\frac{٨}{٧}\}$

⑦ $٢ \times ٤^{\text{س}+٢} = \frac{١}{٣٢}$ $\therefore ٤^{\text{س}+٢} = \frac{١}{٦٤}$

$\therefore ٤^{\text{س}+٢} = ٤^{-٣}$ $\therefore \text{س} + ٢ = -٣$

$\therefore \text{س} = -٦$ $\therefore$ م.ح $= \{-٦\}$

⑧ $(\frac{٣}{٥})^{٢\text{س}-١} = \frac{٢٧}{١٢٥}$

$\therefore (\frac{٣}{٥})^{٢\text{س}-١} = (\frac{٣}{٥})^{٣}$

$\therefore ٢\text{س} - ١ = ٣$ $\therefore ٢\text{س} = ٤$

$\therefore \text{س} = ٢$ $\therefore$ م.ح $= \{٢\}$

∵ $\text{م.ح} = \{٠ ، ٥\}$

∵ $\text{س}(\text{س} - ٥) = ٠$ ∵ $\text{س} = ٠$ أو $\text{س} = ٥$

(١٣) $(\frac{١}{٢})^{\text{س}-٥} \div \text{س}^{٢} - ٥\text{س} = ٠$ ∵ $(\frac{١}{٢})^{\text{س}-٥} = ١$

∵ $\text{م.ح} = \{٤\}$

∵ $\text{س} = ٤$ ∵ $\text{س} + ٢ = ٦$

∵ $(\frac{١}{٢})^{\text{س}+٢} = (\frac{١}{٢})^{٦}$

∵ $\frac{(\frac{١}{٢})^{٦}}{١} \times (\frac{١}{٢})^{\text{س}+٢} = ١$

(١٤) $\frac{٢٧}{١}(\frac{١}{٢})^{\text{س}+٢} = ١$

∵ $\text{س} = ٨$ ∵ $\text{م.ح} = \{٨\}$

∵ $\text{ص}_{٢} \times ٢٠ = ٢^{٥}$ ∵ $\text{ص}_{٢} = ٢^{٣}$

$\times \text{ص}_{٢}^{\text{س}-٤} \times \text{ص}^{\text{س}-٤} \times \text{ص}^{٣} = ٩$

∵ $\text{ص}^{\text{س}-٤} + \text{ص}^{\text{س}+٢} + \text{ص}^{٣} - \text{ص}^{\text{س}-٤}$

∵ $\frac{\text{ص}^{٢} \times \text{ص}^{\text{س}-٤} \times \text{ص}^{٣}}{\text{ص}^{٣} \times \text{ص}^{\text{س}-٤} \times \text{ص}^{٢} \times \text{ص}^{\text{س}+٢}} = ٩$

∵ $\frac{(\text{ص}^{٢} \times \text{ص}^{٣}) \times \text{ص}^{\text{س}-٤}}{(\text{ص}^{٣} \times \text{ص}^{٢}) \times \text{ص}^{\text{س}-٤} \times \text{ص}^{\text{س}+٢}} = ٩$

(١١) $\frac{\text{ص}^{\text{س}-٤} \times ٤٨}{\text{ص}^{\text{س}-٤} \times ٩ \times \text{ص}^{\text{س}+٢}} = ٩$

∵ $\text{م.ح} = \{٨\}$

∵ $(\frac{٢}{٣})^{٨} = (\frac{٢}{٣})^{\text{س}}$ ∵ $\text{س} = ٨$

$= ٢^{٨} \times ٣^{-٨} = (\frac{٢}{٣})^{٨}$

$= ٢^{\text{س}-٢} \times ٣^{\text{س}-٢} \times ٢^{\text{س}+٢}$

(١٠) ∵ $\frac{\text{ص}^{٢} \times \text{ص}^{٢}}{\text{ص}^{\text{س}-٢} \times \text{ص}^{\text{س}+٢} \times \text{ص}^{٢}} = \frac{\text{ص}^{٤} \times \text{ص}^{٢}}{\text{ص}^{\text{س}-١} \times ٣^{\text{س}+١}}$

∵ $\text{م.ح} = \{٢\}$

∵ $\text{س} = ٣$ ∵ $\text{س} = ٢ - ١$

∵ $(\frac{٥}{٧})^{\text{س}-١} = (\frac{٥}{٧})^{٢}$

∵ $٥^{\text{س}-١} \times ٧^{-(\text{س}-١)} = (\frac{٥}{٧})^{٢}$

(٩) $٥^{\text{س}-١} \times ٧^{-(\text{س}-١)} = \frac{٢٥}{٤٩}$

∵ $\text{م.ح} = \{\frac{٢}{٣}\}$

∵ $٢ - \text{س}^{٢} = ٠$ ∵ $\text{س} = \frac{٢}{٣}$

∵ $٢^{\text{س}-٢} = (٣^{٢})^{\text{س}-٢}$

∵ $٢^{\text{س}-٢} \times \frac{(٢^{٢})^{\text{س}-٢}}{٢} = ١$

∵ $٢^{\text{س}-٢} \times ٢^{٢(\text{س}-٢)} = ١$

(٨) $٢^{\text{س}-٢} \times ٢^{٢\text{س}-٤} = ١$

∵ $\text{م.ح} = \{٢ ، -٢\}$

$\text{س} = -٢$ مرفوض ∵ $\text{س} + ٢ = -٣$ إذاً

$\text{س} = ٢$ مرفوض ∵ $\text{س} + ٢ = ٣$ إذاً

∵ $|\text{س} + ٢| = ٣$ ∵ $٤ = ٢ + \text{س}$

∵ $(\frac{١}{٧})^{|\text{س}+١|} = (\frac{١}{٧})^{٢}$

(٧) $(\frac{١}{٧})^{|\text{س}+١|} = ٤٩$

∵ $\text{م.ح} = \{٦ ، -٧\}$

$\text{س} = ٦$ مرفوض ∵ $\text{س} - ٦ = ٠$ إذاً

$\text{س} = -٧$ مرفوض ∵ $\text{س} + ٧ = ٠$

∵ $(\text{س} - ٦)(\text{س} + ٧) = ٠$

∵ $\text{س}^{٢} + \text{س} - ٤٢ = ٠$

∵ $\text{س}^{٢} - \text{س} = ٤٢$

(٦) $٢^{\text{س}} - ٢^{\text{س}-٢} = (\frac{١}{٢})^{\text{س}}$ ∵ $٢^{\text{س}} - ٢^{\text{س}-٢} = ٤٢$

∵ $\text{س} = -٦$ إذاً $\text{س} = ٣$ ∵ $\text{م.ح} = \{-٦ ، ٣\}$

∵ $(\text{س} + ٦)(\text{س} - ٣) = ٠$

∵ $\text{س}^{٢} = \text{س} + ٧٢$ ∵ $\text{س}^{٢} - \text{س} - ٧٢ = ٠$

(٥) $٥^{\text{س}} = ٢٥^{\text{س}+٣}$ ∵ $٥^{\text{س}} = ٥^{٢\text{س}+٦}$

∵ $\text{س} = ١$ إذاً $\text{س} = ٣$ ∵ $\text{م.ح} = \{١ ، ٣\}$

∵ $(\text{س} - ١)(\text{س} - ٣) = ٠$

∵ $\text{س}^{٢} - ٥\text{س} + ٣ = ٠$

∵ $٥^{\text{س}} - ٥^{\text{س}-٥} = ٥^{-٣}$ ∵ $\text{س}^{٢} - ٥\text{س} = -٣$

(٤) ∵ $٥^{\text{س}} - ٥^{\text{س}-٥} = \frac{١٢٥٠٠٠}{١٢١} = \frac{١٢٥٠}{١}$

∵ $\text{س} = ٢$ ∵ $\text{م.ح} = \{٢\}$

∵ $٢^{\text{س}} = ٤$ ∵ $٢^{\text{س}} = ٢^{٢}$

∵ $٢^{\text{س}+٤} = ١٢٨$

∵ $٢^{\text{س}} \times ١٦ = ١٢٨$

∵ $٢^{\text{س}} \times (٢^{٤} - ٢^{٣}) = ١٢٨$

(٣) $٢^{\text{س}+٤} - ٢^{\text{س}+٣} = ١٢٨$

∵ $\text{م.ح} = \{١\}$

∵ $\text{س} = ١$ ∵ $٥^{\text{س}} = ٥$

∵ $\frac{٥}{١٦} \times ٥^{\text{س}} = ٢٨$

∵ $٥^{\text{س}}(٥ + ٥^{-١}) = ٢٨$

(١) $٥^{\text{س}+١} + ٥^{\text{س}-١} = ٢٨$

∵ $\text{م.ح} = \{٤\}$

∵ $٢^{\text{س}} = ١٢٨$ (مرفوض)

∵ $٥^{\text{س}-١} = -١٢٨$ إذاً

∵ $\text{س} = ٤$ ∵ $٣^{\text{س}-١} = ٢٧$

∵ $٣^{\text{س}-١} = ٣^{٣}$ ∵ $\text{س} - ١ = ٣$

∵ $\text{س} = ٤$

(١٢) $\sqrt{٢^{\text{س}+٢} + ٢^{\text{س}-١} \times ٢^{\text{س}-٢}} = ٩$

∵ $\sqrt{٢^{\text{س}-١}(٢^{٣} + ٢^{٢})} = ٩$

∵ $\sqrt{٢^{\text{س}-١}(١٢)} = ٩$

∵ $\sqrt{٢^{\text{س}-١}} = ٣$

∵ $\sqrt{٢^{\text{س}-١}} = \sqrt{٣^{٢}}$

∵ $٢^{\text{س}-١} = ٣^{٢}$

∵ $٢^{\text{س}-١} = ٥١٢ = ٢^{٩}$

∵ $\text{س} - ١ = ٩$ ∵ $\text{س} = ١٠$

(١١) $\sqrt{٢^{\text{س}-١} \times ٣^{\text{س}-١}} = ٦$

∵ $\text{م.ح} = \{٢\}$

∵ $\text{س} = ٢$ مرفوض ∵ $\text{س} - ٢ = ٠$ إذاً

∵ $\text{س} = ٢$ ∵ $\text{س} + ٢ = ٤$

∵ $\text{س}(\text{س} + ٢) = ٠$

∵ $\text{س}^{٢} + ٢\text{س} = ٠$

(١٠) $\text{س}^{٢} + ٢\text{س} = ٢٤ \times ٢^{\text{س}}$

∵ $\text{م.ح} = \{٠\}$

∵ $\text{س} = ٠$ ∵ $\text{س} = ١$

∵ $\text{س}(\text{س} - ١) = ٠$

∵ $\text{س}(\text{س} - ١) = ٠$

∵ $\text{س}^{٢} - \text{س} = ٠$

(٩) $\text{س}^{٢} - \text{س} = ٠$

∵ $\text{م.ح} = \{٤\}$

∵ $\text{س} = ٤$ مرفوض ∵ $\text{س} = ٨$

∵ $\text{س} = ٤$ ∵ $\text{س} + ٤ = ٨$

∵ $\text{س}(\text{س} + ٤) = ٠$

∵ $\text{س}^{٢} + ٤\text{س} = ٠$

(٨) $\text{س}^{٢} + ٤\text{س}_{٠} = ٨$

∵ $\text{م.ح} = \{-٨\}$

∵ $\text{س} = -٨$ ∵ $\text{س} + ٨ = ٠$

∵ $(\frac{٥}{٦})^{\text{س}} = (\frac{٥}{٦})^{٣}$ ∵ $(\frac{٥}{٦})^{\text{س}} = ١٢٥$

∵ $(\frac{٥}{٦})^{\text{س}} = \frac{٥^{٣}}{٦^{٣}} = ٢٧$ ∵ $(\frac{٥}{٦})^{\text{س}} = ٢٧$

∵ $(\frac{٥}{٦})^{\text{س}} (\frac{٥}{٦}^{٠} + (\frac{٥}{٦})^{١} + (\frac{٥}{٦})^{٢}) = ٢٧$

(٦) $(\frac{٥}{٦})^{\text{س}+٠} + (\frac{٥}{٦})^{\text{س}+١} + (\frac{٥}{٦})^{\text{س}+٢} = ٢٧$

∵ $\text{م.ح} = \{٤ ، ٨\}$

∵ $\text{س} = ٤$ مرفوض ∵ $\text{س} = ٨$

∵ $\text{س} - ٤ = ٠$ ∵ $\text{س} - ٨ = ٠$

∵ $(\text{س} - ٤)(\text{س} - ٨) = ٠$

∵ $\text{س}^{٢} - ١٢\text{س} + ٣٢ = ٠$

∵ $\text{س}^{٢} - ١٢\text{س} = -٣٢$

∵ $\text{س}^{٢} + \frac{٣٦}{٤} - ١٢\text{س} = ٠$ ∵ $\text{س}^{٢} + ٩ - ١٢\text{س} = ٠$

(٥) $\text{س}^{٢} + ٣^{٢} = ١٢\text{س}$

∵ $\text{م.ح} = \{٠\}$

∵ $\text{س} = ٠$ ∵ $\text{س}^{٢} = ٠$

∵ $\text{س}^{٢} - ١٢\text{س}^{٢} = ٠$

∵ $\text{س}^{٢} - ١٢\text{س}^{٢} = ٠$

∵ $\text{س}^{٢}(\text{س} - ١٢) = ٠$

∵ $\text{س}^{٢}(\text{س} - ١٢) = ٠$

∵ $\text{س}^{٢} - ١٢\text{س} = ٠$

(٤) $\text{س}^{٢} - ١٢\text{س} = ٠$

∵ $\text{م.ح} = \{٤\}$

∵ $\text{س} = ٤$ مرفوض ∵ $\text{س} = ٨$

∵ $\text{س} - ٤ = ٠$ ∵ $\text{س} - ٨ = ٠$

∵ $(\text{س} - ٤)(\text{س} - ٨) = ٠$

∵ $\text{س}^{٢} - ١٢\text{س} + ٣٢ = ٠$

∵ $\text{س}^{٢} - ١٢\text{س} = -٣٢$

(٣) $\text{س}^{٢} - ١٢\text{س}_{٠} = ٣٢$

∵ $\text{م.ح} = \{٠\}$

∵ $\text{س} = ٠$ ∵ $\text{س} = ١$

∵ $\text{س}(\text{س} - ١) = ٠$

∵ $\text{س}(\text{س} - ١) = ٠$

∵ $\text{س}^{٢} - \text{س} = ٠$

(٢) $\text{س}^{٢} - \text{س} = ٠$

∵ $\text{م.ح} = \{٤\}$

∵ $\text{س} = ٤$ مرفوض ∵ $\text{س} = ٨$

∵ $\text{س} - ٤ = ٠$ ∵ $\text{س} - ٨ = ٠$

∵ $(\text{س} - ٤)(\text{س} - ٨) = ٠$

∵ $\text{س}^{٢} - ١٢\text{س} + ٣٢ = ٠$

∵ $\text{س}^{٢} - ١٢\text{س} = -٣٢$

(١) $\text{س}^{٢} - ١٢\text{س}_{٠} = ٣٢$

∵ $\text{م.ح} = \{٤\}$

∵ $\text{س} = ٤$ ∵ $\text{س} = ٨$

∵ $\text{س} - ٤ = ٠$ ∵ $\text{س} - ٨ = ٠$

∵ $(\text{س} - ٤)(\text{س} - ٨) = ٠$

∵ $\text{س}^{٢} - ١٢\text{س} + ٣٢ = ٠$

∵ $\text{س}^{٢} - ١٢\text{س} = -٣٢$

(١٤) $\sqrt{\text{س}^{٢} + ٤\text{س} \times \text{س}^{٢} - ١٢\text{س}^{٢}} = ٩$

∵ $\sqrt{\text{س}^{٢}(\text{س}^{٢} - ٨)} = ٢٤$

∵ $\sqrt{\text{س}^{٢}(\text{س}^{٢} - ٨)} = ٢٤$ ∵ $|\text{س}^{٢} - ٨| = ٢٤$

∵ $\text{س}^{٢} - ٨ = ٢٤$ أو $\text{س}^{٢} - ٨ = -٢٤$

∵ $\text{س}^{٢} = ٣٢$ ∵ $\text{س}^{٢} = ٨$

∵ $\text{س} = ٤$ أو $\text{س} = -٤$ ∵ $\text{م.ح} = \{٤ ، -٤\}$

(١٥) $\sqrt{\text{س}^{٢} + ٤\text{س}_{٠} \times \text{س}^{٢} - ١٢\text{س}^{٢}} = ٩$

∵ $\sqrt{\text{س}^{٢} + ٤\text{س}^{٢} - ١٢\text{س}^{٢}} = ٩$

∵ $\sqrt{\text{س}^{٢} - ٨\text{س}^{٢}} = ٩$

∵ $\sqrt{\text{س}^{٢}} = ٣$

∵ $\text{س}^{٢} = ٩$

∵ $\text{س}^{٢} - ٩ = ٠$

∵ $(\text{س} + ٣)(\text{س} - ٣) = ٠$

∵ $\text{س} = -٣$ أو $\text{س} = ٣$ ∵ $\text{م.ح} = \{-٣ ، ٣\}$

(١٦) $\sqrt{\text{س}^{٢} + ٤\text{س} \times \text{س}^{٢} - ١٢\text{س}^{٢}} = ٩$

∵ $\sqrt{\text{س}^{٢} + ٤\text{س}^{٢} - ١٢\text{س}^{٢}} = ٩$

⑧ $٢^{٢س+١} - ٣٣(٢)^{س} + ١٦ = ٠$

∴ $٢(٢)^{٢س} - ٣٣(٢)^{س} + ١٦ = ٠$

∴ $[٢(٢)^{س} - ١][٢^{س} - ١٦] = ٠$

∴ إما $٢(٢)^{س} = ١$ ∴ $٢^{س+١} = ١$

∴ $س + ١ = ٠$ ∴ $س = -١$

أو $٢^{س} = ١٦$ ∴ $٢^{س} = ٢^{٤}$ ∴ $س = ٤$

∴ مجموعة الحل = {−١ ، ٤}

⑨ $٥^{٢س-٢} - ٦(٥)^{س-١} + ٥ = ٠$

∴ $٥^{٢(س-١)} - ٦(٥)^{س-١} + ٥ = ٠$

∴ $(٥^{س-١} - ١)(٥^{س-١} - ٥) = ٠$

∴ إما $٥^{س-١} = ١$ ومنها $س - ١ = ٠$

∴ $س = ١$ أو $٥^{س-١} = ٥$

∴ $س - ١ = ١$ ∴ $س = ٢$

∴ مجموعة الحل = {١ ، ٢}

⑩ $٩^{س^{٢}-١} - ٣٦(٣)^{س^{٢}-٢} + ٣ = ٠$

∴ $(٣)^{٢(س^{٢}-١)} - \frac{٣٦}{٩}(٣)^{س^{٢}-١} + ٣ = ٠$

∴ $(٣)^{٢(س^{٢}-١)} - ٤(٣)^{س^{٢}-١} + ٣ = ٠$

∴ $(٣^{س^{٢}-١} - ١)(٣^{س^{٢}-١} - ٣) = ٠$

∴ إما $٣^{س^{٢}-١} = ١$

∴ $س^{٢} - ١ = ٠$ ∴ $س^{٢} = ١$

∴ $س = \pm ١$ أو $٣^{س^{٢}-١} = ٣$

∴ $س^{٢} - ١ = ١$ ∴ $س^{٢} = ٢$

∴ $س = \pm \sqrt{٢}$

∴ مجموعة الحل = $\{١ ، -١ ، \sqrt{٢} ، -\sqrt{٢}\}$

⑪ $١٠^{س} - ٥^{س-١} \times ٢^{س-٢} = ٩٥٠$

∴ $١٠^{س} - \frac{٥^{س}}{٥} \times \frac{٢^{س}}{٤} = ٩٥٠$

∴ $١٠^{س} - \frac{١}{٢٠}(١٠)^{س} = ٩٥٠$

وبالضرب × ٢٠

∴ $٢٠(١٠)^{س} - (١٠)^{س} = ٩٥٠ \times ٢٠$

∴ $١٩(١٠)^{س} = ٩٥٠ \times ٢٠$

∴ $١٠^{س} = ١٠٠٠$ ∴ $١٠^{س} = ١٠^{٣}$

∴ $س = ٣$

∴ مجموعة الحل = {٣}

٧

① (أ) ② (ب) ③ (ب)

④ (جـ) ⑤ (د) ⑥ (أ)

⑦ (جـ) ⑧ (د) ⑨ (أ)

٨

① $ص^{\frac{٣}{٤}} = ٢^{٦}$ ∴ $ص = (٢^{٦})^{\frac{٤}{٣}} = ٢^{٨} = ٢٥٦$

، $٢ س^{\frac{٥}{٣}} = ٢ \times ٢^{٥}$

∴ $س = (٢^{٥})^{\frac{٣}{٥}} = ٢^{٣} = ٨$

∴ $٥ س + ٢ ص = ٥ \times ٨ + ٢ \times ٢٥٦$

$= ٤٠ + ٥١٢ = ٥٥٢$

② $س^{\frac{٣}{٢}} = ٢٧$ ∴ $س = (٣^{٣})^{\frac{٢}{٣}} = ٣^{٢} = ٩$

، $٣ ص^{\frac{٢}{٣}} = ٢٧$ ∴ $ص^{\frac{٢}{٣}} = ٩$

∴ $ص = \pm (٣^{٢})^{\frac{٣}{٢}} = \pm ٢٧$

∴ $س + ص = ٩ + ٢٧ = ٣٦$

أو $س + ص = ٩ - ٢٧ = -١٨$

③ ∵ $س^{\frac{٤}{٣}} = ٣^{٤}$

∴ $س = \pm (٣^{٤})^{\frac{٣}{٤}} = \pm ٢٧$

، ∵ $٩ ص^{\frac{-٢}{٣}} = ٨١$ ∴ $ص^{\frac{-٢}{٣}} = ٩ = ٣^{٢}$

∴ $ص^{\frac{٢}{٣}} = ٣^{-٢}$

∴ $ص = \pm (٣^{-٢})^{\frac{٣}{٢}} = \pm (٣)^{-٣} = \pm \frac{١}{٢٧}$

∴ $|٢ س ص| = |٢ \times (\pm ٢٧) \times (\pm \frac{١}{٢٧})| = ٢$

٩

① خطأ لأن $(-٩)^{\frac{٢}{٤}} \neq \sqrt[٤]{(-٩)^{٢}}$ لوجود عامل مشترك بين البسط والمقام للأس

② خطأ لأن $س = \pm ٢$ لأن الأس زوجي

١٠

① ∵ $٢^{٢س+٢ص} = ٢^{٧}$

∴ $٢ س + ٢ ص = ٧$ (١)

، ∵ $٥^{س-٢ص-٣} = ١$

∴ $س - ٢ ص = ٣$ (٢)

بجمع (١) ، (٢)

∴ $٣ س = ١٠$ ∴ $س = \frac{١٠}{٣}$

، بالتعويض في (١) : ∴ $ص = \frac{١}{٦}$

∴ مجموعة الحل = $\{(\frac{١٠}{٣} ، \frac{١}{٦})\}$

② $٣^{س} \times ٥^{ص} = ٧٥$ (١) ، $٣^{ص} \times ٥^{س} = ٤٥$ (٢)

وبقسمة (١) على (٢) :

∴ $(\frac{٣}{٥})^{س} \times (\frac{٥}{٣})^{ص} = \frac{٧٥}{٤٥}$

∴ $(\frac{٥}{٣})^{-س} \times (\frac{٥}{٣})^{ص} = \frac{٥}{٣}$

∴ $(\frac{٥}{٣})^{ص-س} = \frac{٥}{٣}$ ∴ $ص - س = ١$ (٣)

وبضرب (١) × (٢) :

∴ $(١٥)^{س} \times (١٥)^{ص} = ٧٥ \times ٤٥$

∴ $(١٥)^{س+ص} = ١٥^{٣}$ ∴ $س + ص = ٣$ (٤)

بجمع (٣) ، (٤) نجد أن $٢ ص = ٤$

∴ $ص = ٢$ وبالتعويض في (٣) ∴ $س = ١$

∴ مجموعة الحل = {(١ ، ٢)}

③ [illegible]

١١

[illegible]

∴ مجموعة الحل = {−٢ ، ١}

١٢

[illegible]

١٢

① (ب)　② (د)　③ (جـ)

④ (جـ)　⑤ (جـ)　⑥ (جـ)

⑦ (د)　⑧ (د)　⑨ (د)

إرشادات لحل رقم ١٣

① ∵ $\sqrt{س^{2}} = |س| = -س$ لأن (س < ٠)

، $\sqrt[3]{س^{3}} = س$

، $\sqrt{س^{2} - 2س + 1} = \sqrt{(س - 1)^{2}}$

$= |س - 1| = 1 - س$

(لأن س < ٠)

∴ $\sqrt{س^{2}} - \sqrt[3]{س^{3}} - \sqrt{س^{2} - 2س + 1} + 1$

$= -س - س - (1 - س) + 1 = -س$

② ∵ $أ = \sqrt[4]{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}}$　∴ $أ^{4} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$

∴ $(أ^{4})^{6} = \frac{27}{343}$ عدد نسبي.

∴ $أ^{24}$ عدد نسبي.

③ (جـ) لا تكون دائما صحيحة لأن

$\sqrt{س^{2} ص^{6}} = |س ص^{3}|$

④ ∵ $س^{\frac{2}{3}} = س^{\frac{4}{3}}$　∴ $س^{\frac{2}{3}} - س^{\frac{4}{3}} = 0$

∴ $س^{\frac{2}{3}} (1 - س^{\frac{2}{3}}) = 0$

∴ $س^{\frac{2}{3}} = 0$

ومنها س = ٠　أ، $1 - س^{\frac{2}{3}} = 0$

ومنها $س^{\frac{2}{3}} = 1$　∴ س = ١

∴ مجموعة الحل = {٠ ، ١}

⑤ $\sqrt[5]{\frac{2}{27}} = \sqrt[5]{\frac{2 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 27}} = \sqrt[5]{\frac{18}{243}} = \frac{\sqrt[5]{18}}{3}$

⑥ $\sqrt[ن]{9} = (\sqrt[ن]{3})^{2}$ صحيحة لكل $\sqrt[ن]{3} \in ح$

، ن ∈ ص⁺ − {١}

⑦ ∵ $س^{\frac{2}{3}} = أ$

∴ $س = أ^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{أ})^{3}$

∴ لابد وأن تكون أ ≥ ٠ .

أى أن أ ∈ ح⁺ ∪ {٠}

⑧ ∵ $\sqrt[3]{2\sqrt{3\sqrt{2}}} = \sqrt[6]{م\sqrt{2}}$ برفع الطرفين للأس (٦)

∴ $(2\sqrt{3\sqrt{2}})^{2} = م\sqrt{2}$

∴ $4 \times 3\sqrt{2} = م\sqrt{2}$　∴ م = ١٢

⑨ $\sqrt[ن]{أ} \times \sqrt[م]{أ} = أ^{\frac{1}{ن}} \times أ^{\frac{1}{م}} = أ^{\frac{1}{ن} + \frac{1}{م}}$

$= أ^{\frac{م + ن}{ن م}}$

$= \sqrt[ن م]{أ^{م + ن}}$

١٤

① $\frac{5^{س - 1} \times س^{2 - س}}{5} = 1$

∴ $5^{س - 2} \times س^{2 - س} = 1$

∴ $5^{س - 2} = س^{س - 2}$

∴ س = ٥ أ، س = ٢

∴ مجموعة الحل = {٥ ، ٢}

② ∵ $(س - 3)^{س - 5} = 1$

∴ إما س − ٥ = ٠　ومنها س = ٥

أ، س − ٣ = ١　ومنها س = ٤

أ، س − ٣ = −١　(إذا كان الأس زوجيًا)

ومنها س = ٢ (مرفوض) لأن الأس (٢ − ٥) فردي.

∴ مجموعة الحل = {٥ ، ٤}

③ ∵ $(س - 3)^{س - 6} = 1$

∴ إما س − ٦ = ٠　ومنها س = ٦

أ، س − ٣ = ١　ومنها س = ٤

أ، س − ٣ = −١　(إذا كان الأس زوجيًا)

ومنها س = ٢ (يتحقق) (لأن الأس (٢ − ٦) زوجي)

∴ مجموعة الحل = {٦ ، ٤ ، ٢}

إجابات تمارين 8

١

① ليست أسية

② دالة أسية ، أساسها = ٥ ، أسها = س

③ ليست أسية　④ ليست أسية

⑤ دالة أسية ، أساسها = $\frac{2}{3}$ ، أسها = س − ١

⑥ ليست أسية

٢

① (د)　② (أ)　③ (ب)　④ (جـ)　⑤ (جـ)

٣

$\frac{د(س + 4) - د(س + 3)}{د(س + 5) - د(س + 4)} = \frac{5^{س + 4} - 5^{س + 3}}{5^{س + 5} - 5^{س + 4}}$

$= \frac{5^{س + 3} (5 - 1)}{5^{س + 4} (5 - 1)} = \frac{1}{5}$

٤

∵ د (٢س − ١) + د (س − ٢) = ٥٠

∴ $7^{(2س - 1) + 1} + 7^{(س - 2) + 1} = 50$

∴ $7^{2س} + 7^{س - 1} = 50$

∴ $7^{2س} + 7^{-1} \times 7^{س} = 50$

∴ $7^{2س} + \frac{1}{7} \times 7^{س} = 50$ (بالضرب × ٧)

∴ $7 \times 7^{2س} + 7^{س} - 350 = 0$

∴ $(7 \times 7^{س} + 50)(7^{س} - 7) = 0$

∴ $7 \times 7^{س} + 50 = 0$ ومنها $7^{س} = \frac{-50}{7}$ (مرفوض)

أ، $7^{س} - 7 = 0$　∴ $7^{س} = 7$　∴ س = ١

٥

∵ د (٢س − ١) + د (س + ١) = ٧٥٦

∴ $3^{2س - 1} + 9^{س + 1} = 756$

∴ $3^{2س - 1} + 3^{2س + 2} = 756$

∴ $3^{2س} (3^{-1} + 3^{2}) = 756$

∴ $3^{2س} \times \frac{28}{3} = 756$

∴ $3^{2س} = 756 \times \frac{3}{28}$

∴ $3^{2س} = 81$　∴ $3^{2س} = 3^{4}$

∴ ٢س = ٤　∴ س = ٢

٦

الطرف الأيمن = $\frac{ص^{س + 2} + ص^{س + 1}}{ص^{س + 1} + ص^{س}}$

$= \frac{ص^{س + 1} (ص + 1)}{ص^{س} (ص + 1)} = ص$

٧

الطرف الأيمن = $\frac{3^{2س + 2} + 3^{2س - 1}}{5 \times 3^{2س} - 7 \times 3^{2س - 1}}$

$= \frac{3^{2س - 1} (3^{3} + 1)}{3^{2س - 1} (5 \times 3 - 7)} = \frac{28}{8} = \frac{7}{2}$

٨

الطرف الأيمن = $\frac{3^{2(س + 1) - 1} \times 3^{2(س + م) - 1}}{3^{2(س + م) - 1}}$

$= \frac{3^{2س + 1} \times 3^{2س + 2م - 1}}{3^{2س + 2م - 1}}$

$= 3^{2س + 1 + 2س + 2م - 1 - 2س - 2م + 1}$

$= 3^{2س + 1} = د(س)$

٩

الطرف الأيمن = [illegible]

١٠

∵ $٧^{٢س-١} + ٧^{٢س+١} = \frac{٥٠}{٤٩}$

∴ $٧^{٢س-١}(١ + ٤٩) = \frac{٥٠}{٤٩}$

∴ $٧^{٢س-١} = ٧^{-٢}$

∴ $٢س - ١ = -٢$

∴ $٢س = -١$

∴ $س = -\frac{١}{٢}$

١١

∵ $\frac{٣^{س+١} - ٣^{س}}{٣^{س} - ٣^{س-١}} = ٣^{س-٢}$

∴ $\frac{٣^{س}(٣ - ١)}{٣^{س-١}(٣ - ١)} = ٣^{س-٢}$

∴ $٣ = ٣^{س-٢}$

∴ $س - ٢ = ١$ ∴ $س = ٣$

١٢

∵ $\frac{٣^{-٢س-١}}{٣^{-س+١}} = ٧٢٩$

∴ $٣^{-٢س-١+س-١} = ٣^{٦}$

∴ $-س - ٢ = ٦$ ∴ $س = -٨$

∴ مجموعة الحل = {-٨}

١٣

∵ $٣^{س+١} + ٣^{٢-س} = ٣٠$ وبالضرب × $٣^{س-١}$

∴ $٣^{٢س} + ٣^{٢} - ١٠ × ٣ × ٣^{س-١} = ٠$

∴ $٣^{٢س} - ١٠ × ٣^{س} + ٩ = ٠$

∴ $(٣^{س} - ١)(٣^{س} - ٩) = ٠$

∴ $٣^{س} = ١$ ومنها س = ٠ ، $٣^{س} = ٩$

ومنها س = ٢

١٤

∵ $٢^{٢س} - ٦ × ٢^{س} + ٨ = ٠$

∴ $(٢^{س} - ٢)(٢^{س} - ٤) = ٠$

∴ $٢^{س} = ٢$ ومنها س = ١ أو $٢^{س} = ٤$ ومنها س = ٢

∴ مجموعة الحل = {١ ، ٢}

١٥

∵ $٣^{س} + ٣^{\frac{س}{٢}} = ١٢$ وبوضع $٣^{\frac{س}{٢}} = ص$

∴ $ص^{٢} + ص - ١٢ = ٠$

∴ $(ص + ٤)(ص - ٣) = ٠$

∴ ص = -٤ (مرفوض) أ، ص = ٣ ومنها $٣^{\frac{س}{٢}} = ٣$

∴ $\frac{س}{٢} = ١$ ∴ س = ٢

∴ مجموعة الحل = {٢}

١٦

∵ $د(س - ٢) = ٣^{س}$ ∴ $د(س) = ٣^{س+٢}$

∵ $د(٢س + ١) - د(٢س - ١) = ٢٤$

∴ $٣^{٢س+٣} - ٣^{٢س+١} = ٢٤$

∴ $٣^{٢س+١}(٣^{٢} - ١) = ٢٤$

∴ $٣^{٢س+١} × ٨ = ٢٤$ ∴ $٣^{٢س+١} = ٣$

∴ $٢س + ١ = ١$ ∴ ٢س = صفر

∴ س = صفر

١٧

① (ب) ② (ج) ③ (ج) ④ (أ)

⑤ (أ) ⑥ (ب) ⑦ (ب) ⑧ (ج)

⑨ (ج) ⑩ (ب) ⑪ (ب) ⑫ (ب)

⑬ (ج) ⑭ (د) ⑮ (أ) ⑯ (د)

⑰ (ب) ⑱ (ب)

١٨

① شكل (٧) ② شكل (٢)

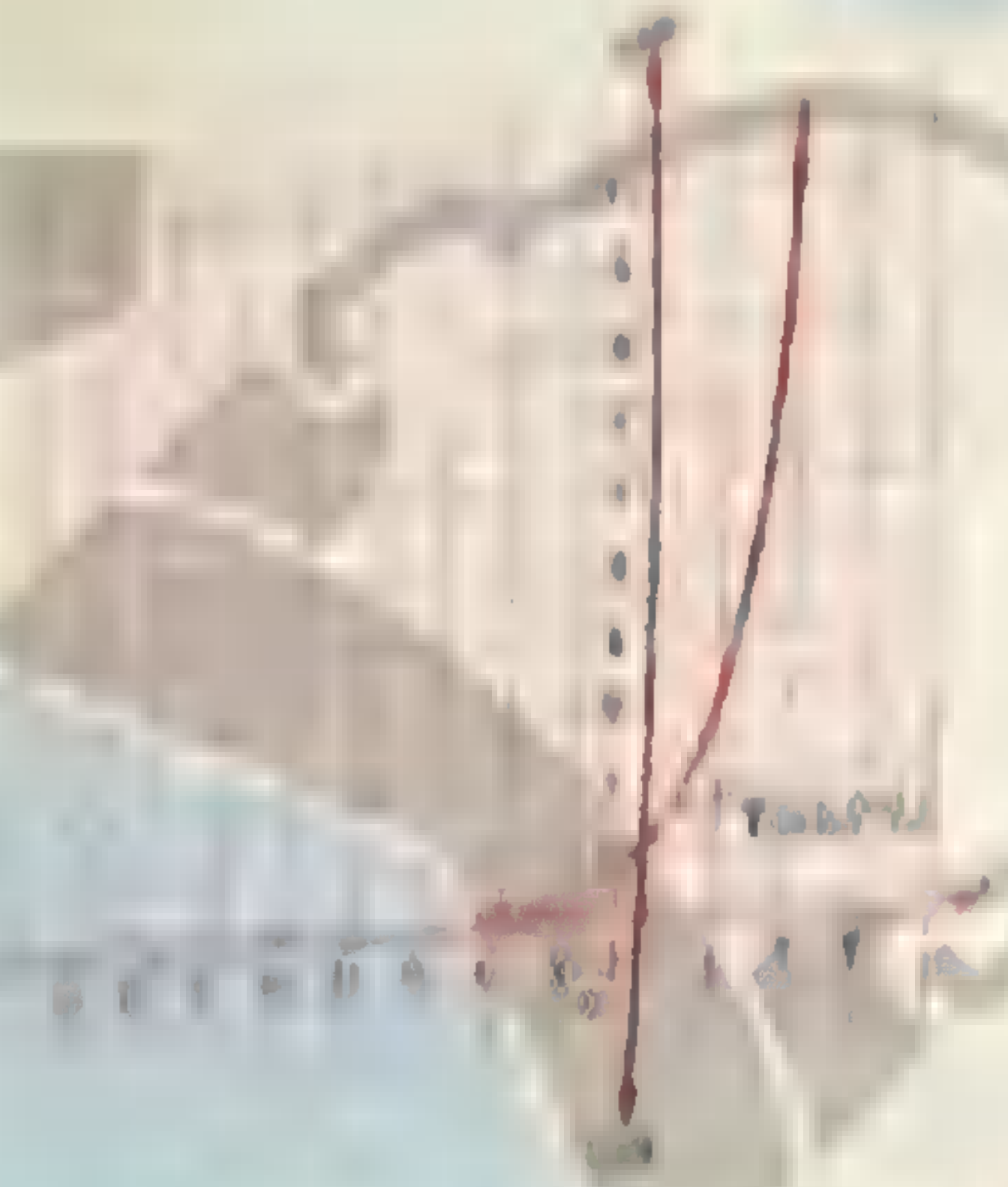
③ شكل (٥) ④ شكل (١)

⑤ شكل (٦) ⑥ شكل (٣)

⑦ شكل (٤) ⑧ شكل (٨)

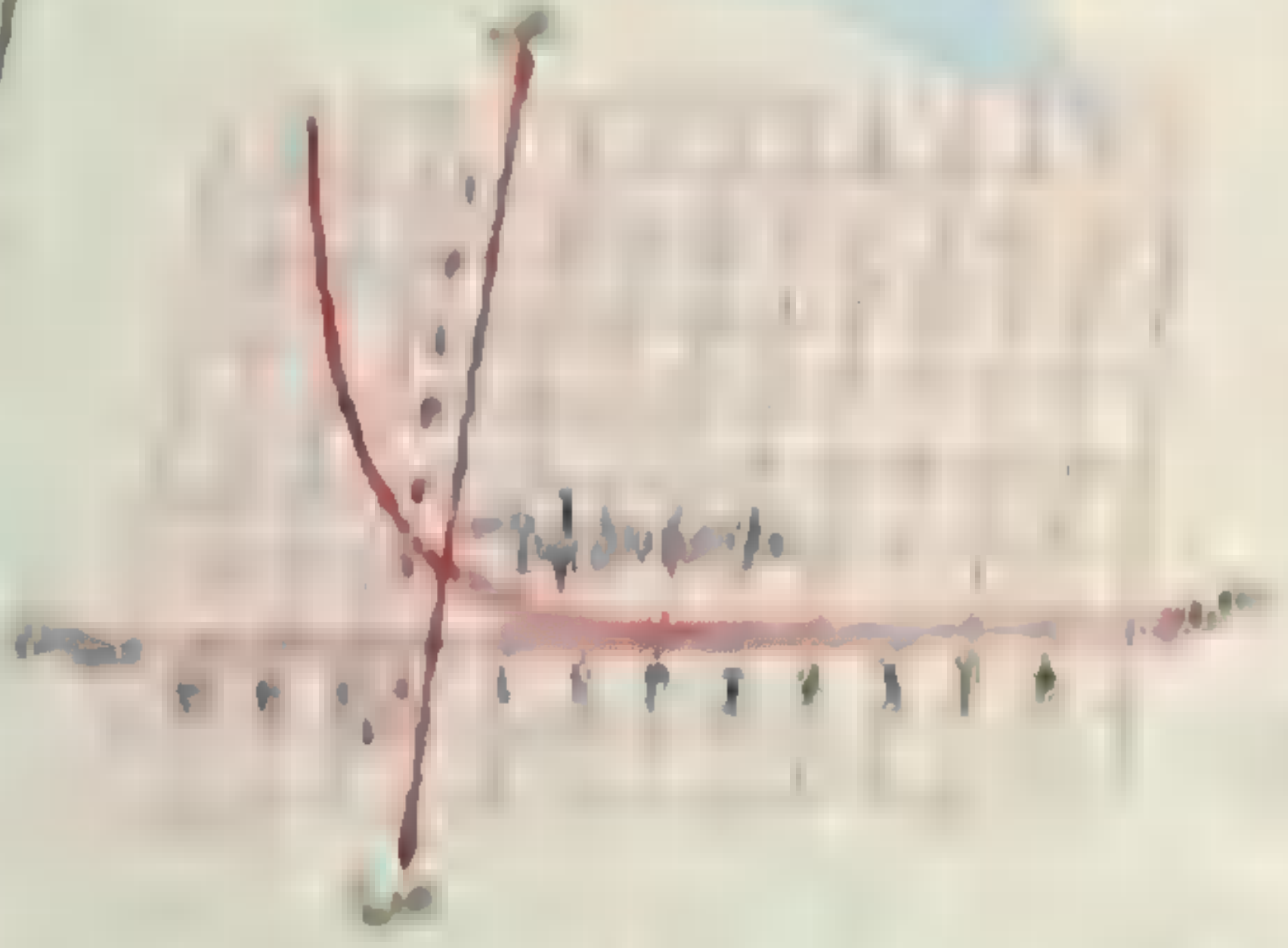
١٩

① $د(س) = ٢^{س}$



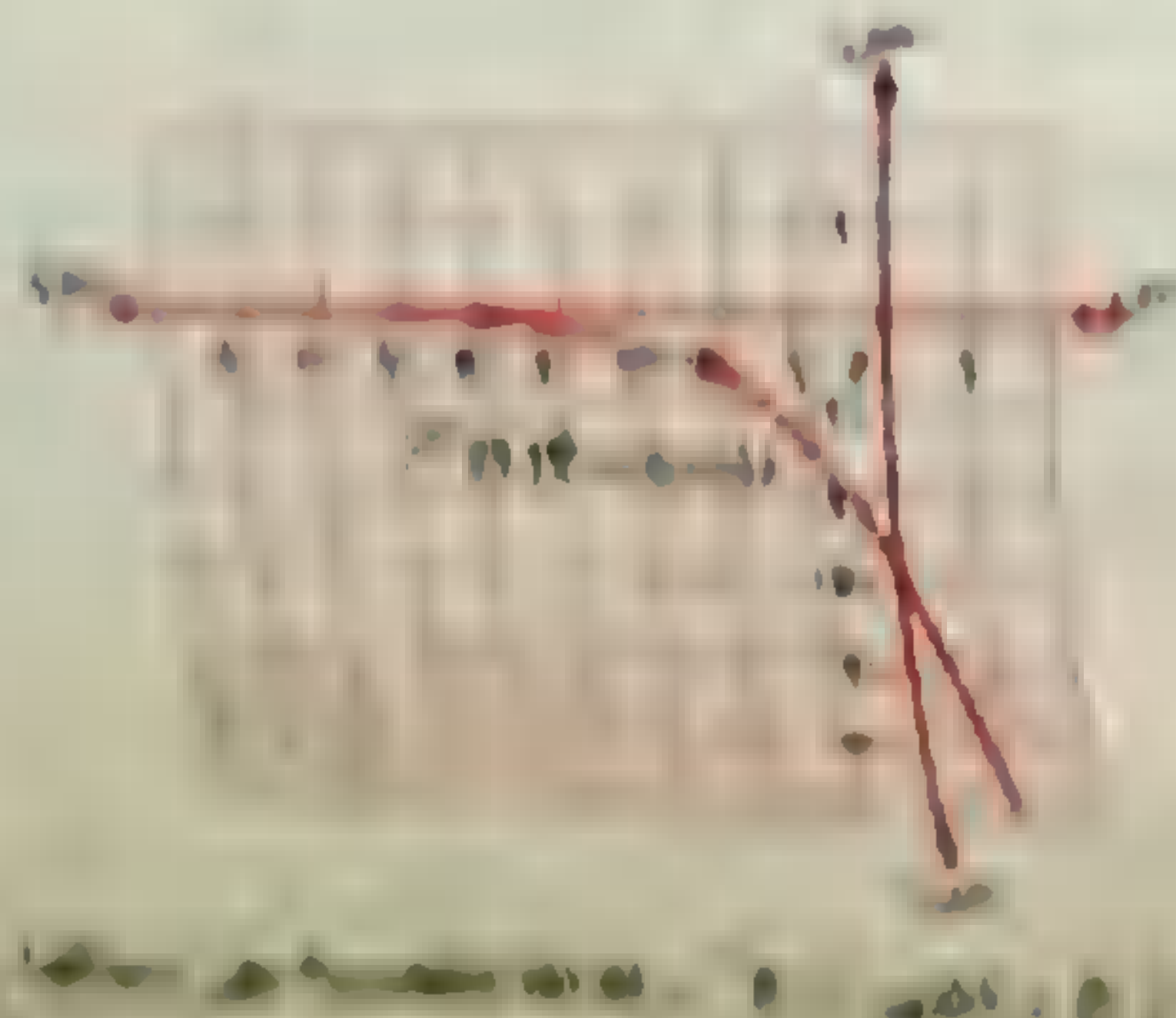
المجال = ح ، المدى = $ح^{+}$ ، الدالة تزايدية على مجالها

② $د(س) = (\frac{١}{٢})^{س}$



المجال = ح ، المدى = $ح^{+}$ ، الدالة تناقصية على مجالها

③ $د(س) = -٣(٢)^{س}$



المجال = ح ، المدى = $ح^{-}$ ، الدالة تناقصية على مجالها

④ $د(س) = ٢^{س} + ١$

المجال = ح ، المدى =]١ ، ∞[

، الدالة تزايدية على مجالها

⑤ $د(س) = (\frac{١}{٢})^{س-٢} + ١$

المجال = ح ، المدى =]١ ، ∞[

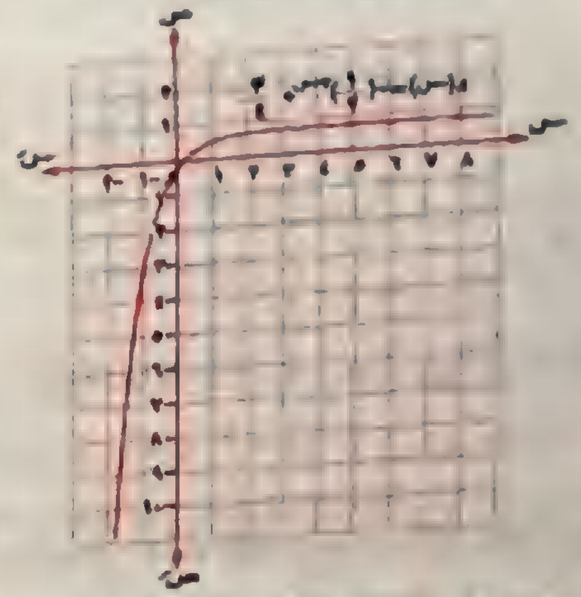
، الدالة تناقصية على مجالها

⑥ $د(س) = ٢(\frac{١}{٢})^{س-١} + ١$

المجال = ح ، المدى =]١ ، ∞[

، الدالة تناقصية على مجالها

⑦ د (س) = − $\left(\frac{1}{2}\right)^{س}$ + $\frac{3}{4}$



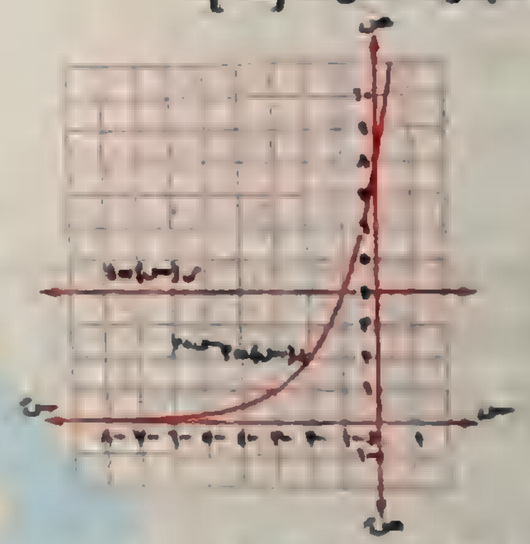
المجال = ح ، المدى =]− ∞ ، $\frac{3}{4}$[
، الدالة تزايدية على مجالها.

٢٠

① من التمثيل البيانى للدالتين :

د : د (س) = $2^{س+3}$ ، ر : ر (س) = 4

∴ مجموعة الحل = {−1}

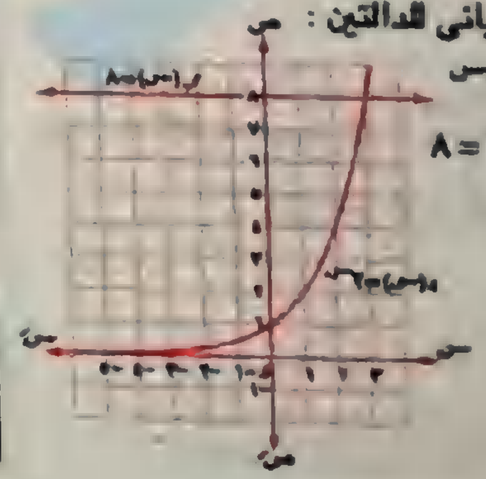


② من التمثيل البيانى للدالتين :

د : د (س) = $2^{س}$

، ر : ر (س) = 8

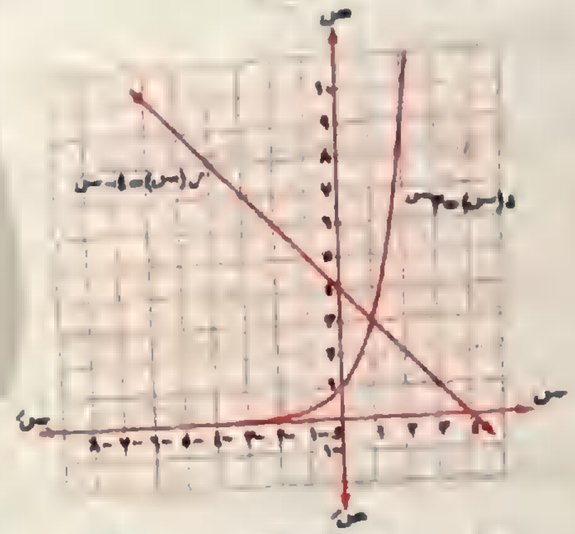
∴ مجموعة الحل = {3}



③ من التمثيل البيانى للدالتين :

د : د (س) = 3س ، ر : ر (س) = 4 − س

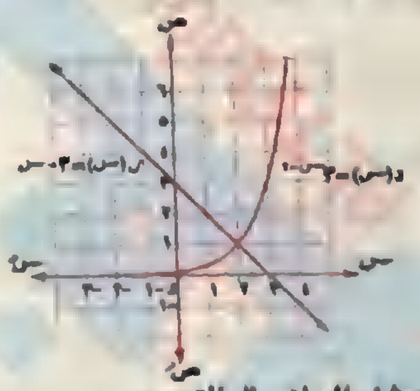
∴ مجموعة الحل = {1}



④ من التمثيل البيانى للدالتين :

د : د (س) = $3^{س-2}$ ، ر : ر (س) = 3 − س

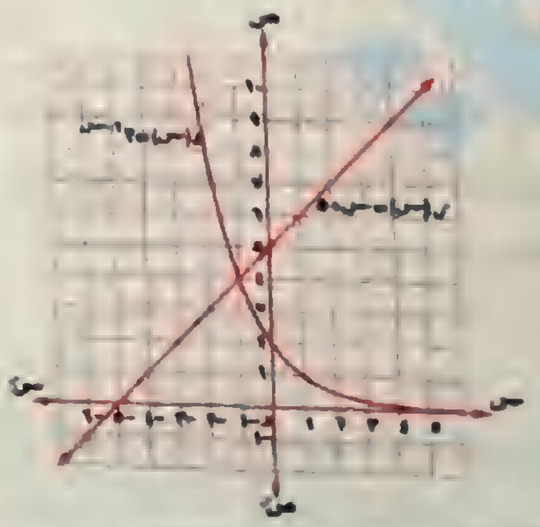
∴ مجموعة الحل = {2}



⑤ من التمثيل البيانى للدالتين :

د : د (س) = $2^{1-س}$ ، ر : ر (س) = س + 5

∴ مجموعة الحل = {−1}

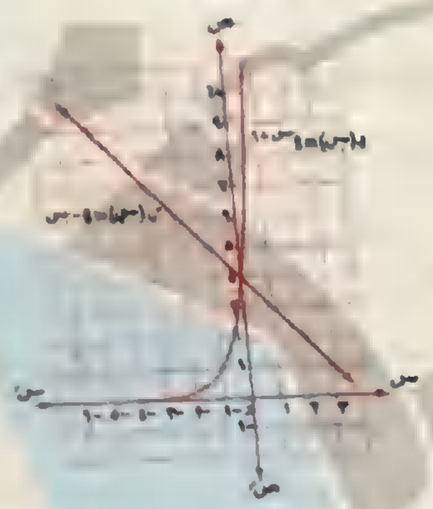


⑥ من التمثيل البيانى للدالتين :

د : د (س) = 4س + 10

، ر : ر (س) = 4 − س

∴ مجموعة الحل = {0}

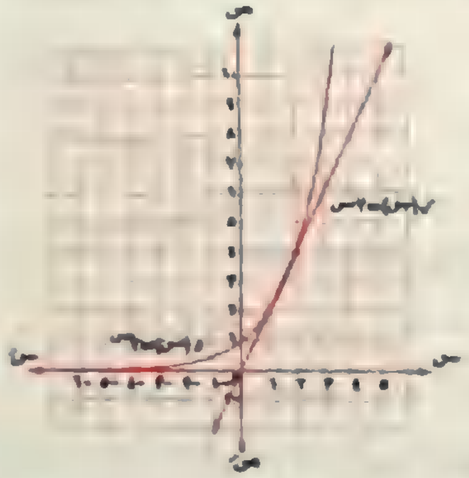


⑦ من التمثيل البيانى للدالتين :

د : د (س) = $2^{س}$

، ر : ر (س) = 2س

∴ مجموعة الحل = {1 ، 2}



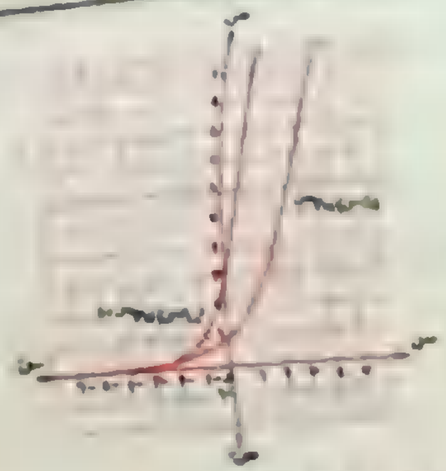
⑧ من التمثيل البيانى للدالتين :

د : د (س) = $2^{س}$

، ر : ر (س) = 3س + 10

∴ س = $2\frac{2}{3}$

∴ مجموعة الحل = {$2\frac{2}{3}$}



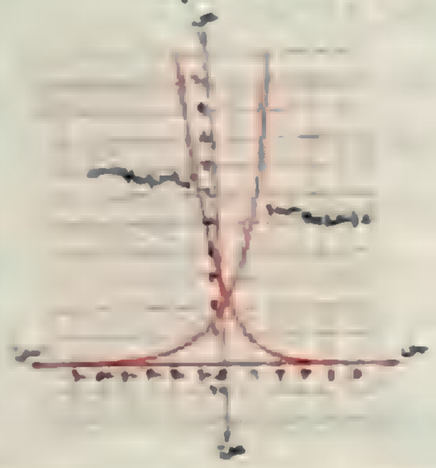
⑨ من التمثيل البيانى للدالتين :

د : د (س) = $2^{س+10}$

، ر : ر (س) = 32 − س

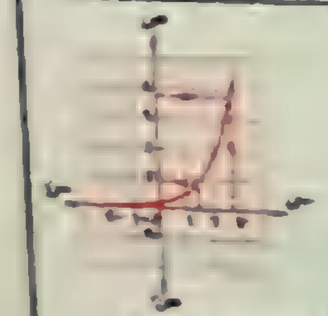
∴ س = $\frac{1}{2}$

∴ مجموعة الحل = {$\frac{1}{2}$}



٢١

س	−3	−2	−1	0	1	2	3
د (س)	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8



ومن الرسم :

① د ($\frac{3}{2}$) = 1.7

② عندما $2^{س-1}$ = $7\frac{1}{2}$ فإن س = 2.8

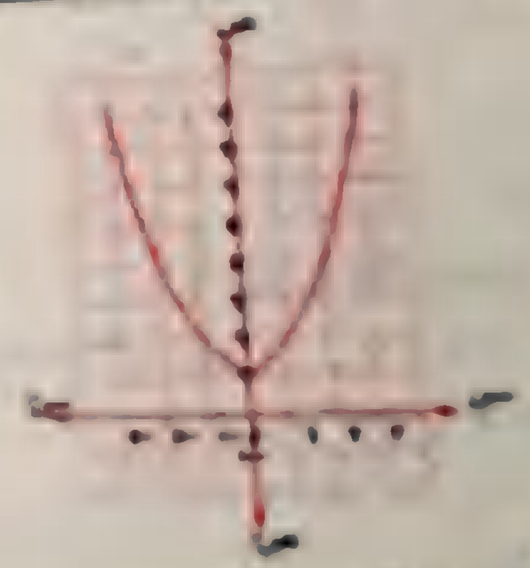
ومن الرسم :

- المجال = ح ، المدى =]−∞ ، ١]
- الدالة تزايدية في]−∞ ، ٠[وتناقصية في]٠ ، ∞[

٢٢

د(س) = ٢^س ، س ≤ ٠ | د(س) = ٢ − س ، س > ٠

س	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦
د(س)	١	٢	٤	٨	١٦	٣٢	٦٤

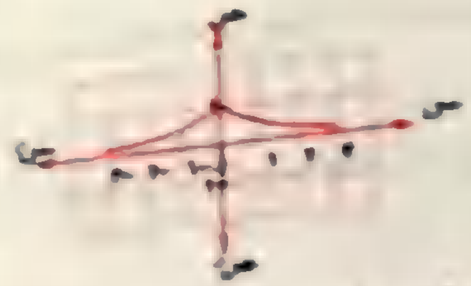


- المدى = [١ ، ∞[
- الدالة تناقصية في]−∞ ، ٠[وتزايدية في]٠ ، ∞[
- الدالة زوجية لأنها متماثلة حول محور الصادات.

٢٣

د(س) = (½)^س ، س ≤ ٠ | د(س) = (½)^س ، س > ٠

س	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦
د(س)	١	½	¼	⅛	١/١٦	١/٣٢	١/٦٤



- المدى =]٠ ، ١]
- الدالة تزايدية في]−∞ ، ٠[وتناقصية في]٠ ، ∞[
- الدالة زوجية لأنها متماثلة حول محور الصادات.

٢٤

∵ جا س + جتا س = ١ ، جا س = ٠٫٦

∴ جا (جا س + جتا س)^٢ = ٠٫٦

∴ جا س = ٠

∴ س = π/٢ ، ٢π ∵ جتا س = ٠ ∴ جا س = ١

٢٥

المقدار = ١/(٢ + س^٢) + ١/(١٠ − س^٢) × (س^٢)/(س^٢)

= ١/(٢ + س^٢) + (س^٢)/(١٠ − س^٢) = (س^٢ + ١)/(س^٢ + ١) = ١

∴ قيمة المقدار = ١ مهما كانت قيمة س

٢٦

∵ دالة الرصيد هي د(ن) = ٢(١ + ر)^ن

∴ الرصيد بعد ١٠ سنوات = ٨٠٠٠٠٠ (١ + ٥/١٠٠)^١٠

= ٨٠٠٠٠٠ (١٫٠٥)^١٠

= ٢١٧١٢٦ جنيهًا.

٢٧

① عدد السكان بعد مرور ن سنة من عام ٢٠٠٠

= ٢(١ + ر)^ن

= ٤٢٫٣ (١ + ٥/١٠٠)^ن = ٤٢٫٣ (١٫٠٥)^ن مليون نسمة

② عام ٢٠٢٠ يكون عدد السنين = ٢٠٢٠ − ٢٠٠٠

= ٢٠ سنة.

∴ عدد السكان = ٤٢٫٣ (١٫٠٥)^٢٠

= ٥٨٫٣ مليون نسمة.

٢٨

أ = ٣٦٤٠٠ ، ر = ٤/١٠٠ = ٠٫٠٤ ، ن = عدد المباريات

عدد الحضور (ص) = أ(١ − ر)^ن

= ٣٦٤٠٠ (١ − ٠٫٠٤)^ن

= ٣٦٤٠٠ (٠٫٩٦)^ن

• في المباراة العاشرة

يكون عدد الحضور (ص) = ٣٦٤٠٠ (٠٫٩٦)^١٠

= ٢٤٢٠٠ متفرج

٢٩

أ = ٨٠ ، ر = ١٨/١٠٠ = ٠٫١٨ ، ن = ٤ سنوات

∴ عدد الأبقار = أ(١ + ر)^ن

• عدد الأبقار بعد ٤ سنوات = ٨٠ (١ + ٠٫١٨)^٤

= ١٥٥ بقرة

٣٠

أ = ٤٫٦ ، ر = ٤/١٠٠ = ٠٫٠٤

① دالة النمو السكاني بعد ن سنة = أ(١ + ر)^ن

= ٤٫٦ (١ + ٠٫٠٤)^ن

= ٤٫٦ (١٫٠٤)^ن مليون نسمة.

② بعد خمس سنوات

عدد السكان = ٤٫٦ (١٫٠٤)^٥ = ٥٫٦ مليون نسمة

٣١

أ = ٢٥٤ ، ر = ٥/١٠٠ = ٠٫٠٥

• الفترة الزمنية ن = ٩ سنوات

∴ دالة التضاؤل الأسي هي

د(ن) = أ(١ − ر)^ن = ٢٥٤ (١ − ٠٫٠٥)^ن

= ٢٥٤ (٠٫٩٥)^ن

∴ إنتاج النجم في السنة التاسعة = ٢٥٤ (٠٫٩٥)^٩

= ١٦٠ كجم

٣٢

أ = ٢٠٠٠ ، ر = ٧/١٠٠ = ٠٫٠٧

• الفترة الزمنية ن = ١١ ساعة.

∴ دالة النمو الأسي هي د(ن) = أ(١ + ر)^ن

= ٢٠٠٠ (١ + ٠٫٠٧)^ن

= ٢٠٠٠ (١٫٠٧)^ن

∴ كمية البكتريا بعد ١١ ساعة = ٢٠٠٠ (١٫٠٧)^١١

= ٤٣١٠ بكتريا.

٣٣

باستخدام العلاقة حـ = أ(١ + ر/١٠٠)^ن

① العائد السنوي ∴ ن = ١

حـ = ٥٠٠٠ (١ + ٥/١٠٠)^١ = ٥٢٥٠ جنيه

② العائد الربع سنوي ∴ ن = ٤

حـ = ٥٠٠٠ (١ + ٥/٤/١٠٠)^٤ = ٥٣٨٫١٤ جنيه

③ العائد الشهري ∴ ن = ١٢

حـ = ٥٠٠٠ (١ + ٥/١٢/١٠٠)^١٢ = ٥٣٥٥٫٨ جنيه

٣٤

① (−١) ② (٥) ③ (−١) ④ (−١) ⑤ (−٥)

⑥ (−١) ⑦ (١) ⑧ (−١) ⑨ (−٥)

إرشادات الوزارة

① ∵ الدالة متناقصة بالكل ∴ د(٥) < د(−٥)

∴ −٥ < س < −١ ∴ س ∈]−٥ ، −١[

٣٥

① ∵ الدالة تزايدية ∴ ٥/٢ > ١ ∴ ١ < ٢

② ∵ د(س) = ١/(٤^س + ٢) ∴ د^−١(س) = (١ − ٢س)/س

③ يوضع س = ½ ص + ٤ ∴ ص = ٢س − ٨

∴ د^−١(س) = ٢س − ٨

④ ∵ ص = (س + ٢)^٢ حيث س ≥ −٢ ، ص ≥ ٠

وبضبط المجهول

∴ س = (ص + ٢)^٢ حيث ص ≥ ٠ ، س ≥ −٢

③ ∵ الدالة تزايدية ∴ $\frac{أ}{٢} > ١$ ∴ أ > ٢

④ ∵ د (س) = (أ − ٢)^س دالة أسية.

∴ أ − ٢ > ٠ ، أ − ٢ ≠ ١

∴ أ > ٢ ، أ ≠ ٣

∴ أ ∈]٢ ، ∞[− {٣}

⑤ المنحنى يقطع محور السينات عندما ص = ٠ .

وبالتعويض عن د (س) = ٠ في الدوال المعطاة لا نحصل على أي قيمة للمتغير س إلا في الحالة رقم (ب)

٢^س − ١ = ٠ ∴ ٢^س = ١ ∴ س = ٠ .

أي المنحنى يقطع محور السينات في النقطة (٠ ، ٠)

⑥ بحل المعادلتين ص = ٨ ، ص = ٢^س معًا

∴ س = ٣

وبحل المعادلتين ص = ٨ ، ص = $(\frac{١}{٢})^{س}$ معًا

∴ س = −٣

∴ أ (٣ ، ٨) ، ب (−٣ ، ٨)

∴ طول $\overline{أب}$ = ٦ وحدات.

⑦ نعلم أن انعكاس منحنى الدالة د (س) = ٣^س حول محور السينات يعطي منحنى الدالة د (س) = −٣^س ثم إزاحته ٥ وحدات لأعلى يعطي المنحنى د (س) = ٥ + ٣^س

∴ د (س) = $\frac{٩^{س}}{٣ + ٩^{س}}$

∴ د (١ − س) = $\frac{٩^{١-س}}{٣ + ٩^{١-س}}$

بالضرب بسطًا ومقامًا في ٩^س

∴ د (١ − س) = $\frac{٩}{٣ \times ٩^{س} + ٩}$

= $\frac{٩}{٣(٩^{س} + ٣)}$ = $\frac{٣}{٩^{س} + ٣}$

∴ د (س) + د (١ − س)

= $\frac{٩^{س}}{٣ + ٩^{س}} + \frac{٣}{٩^{س} + ٣} = \frac{٩^{س} + ٣}{٣ + ٩^{س}} = ١$

∴ د $(\frac{١}{١١})$ + د $(\frac{١٠}{١١})$ = ١

∴ د $(\frac{٢}{١١})$ + د $(\frac{٩}{١١})$ = ١

∴ د $(\frac{٣}{١١})$ + د $(\frac{٨}{١١})$ = ١

∴ د $(\frac{٤}{١١})$ + د $(\frac{٧}{١١})$ = ١

∴ د $(\frac{٥}{١١})$ + د $(\frac{٦}{١١})$ = ١

∴ المقدار المطلوب = ٥

اختبارات على الدرس ٩

أ

① (جـ)	② (د)	③ (ب)	④ (جـ)
⑤ (ب)	⑥ (جـ)	⑦ (ب)	⑧ (جـ)
⑨ (ب)	⑩ (ب)	⑪ (ب)	⑫ (ب)
⑬ (ب)	⑭ (جـ)	⑮ (أ)	⑯ (أ)

ب

①

س	٧	٤	١	−١
د^−١ (س)	−٢	١	٢	٥

② د^−١ = {(٢ ، ١) ، (٣ ، ٢) ، (٤ ، ٣)}

③ بوضع ص = ٢ س + ٥ ∴ س = $\frac{ص − ٥}{٢}$

∴ د^−١ (س) = $\frac{س − ٥}{٢}$

④ بوضع س = $\frac{١}{٢}$ ص + ٤ ∴ ص = ٢ س − ٨

∴ د^−١ (س) = ٢ س − ٨

⑤ بوضع س = ٥ + $\frac{١}{ص}$ ∴ $\frac{١}{ص}$ = س − ٥

∴ ص = $\frac{١}{س − ٥}$ ∴ د^−١ (س) = $\frac{١}{س − ٥}$

⑥ بوضع س = ٨ ص^٢ − ١ ∴ ٨ ص^٢ = س + ١

∴ ص^٢ = $\frac{١}{٨}$ (س + ١)

∴ ص = $\frac{١}{٢}\sqrt{س + ١}$

∴ د^−١ (س) = $\frac{١}{٢}\sqrt{س + ١}$

⑦ بوضع س = $\sqrt{ص + ١}$

∴ ص + ١ = س^٢ ∴ ص = س^٢ − ١

∴ د^−١ (س) = س^٢ − ١

⑧ بوضع س = $\sqrt{٤ − ص}$ ∴ ٤ − ص = س^٢

∴ ص = ٤ − س^٢

∴ د^−١ (س) = ٤ − س^٢

⑨ ∵ ص = ٢ + $\sqrt{٢ − س}$ حيث س ≥ ٢ ، ص ≤ ٢

وبتبديل المتغيرين

∴ س = ٢ + $\sqrt{٢ − ص}$

حيث ص ≤ ٢ ، س ≤ ٢ ∴ $\sqrt{٢ − ص}$ = س − ٢

∴ ٢ − ص = (س − ٢)^٢

∴ ص = ٢ − (س − ٢)^٢

∴ د^−١ (س) = ٢ − (س − ٢)^٢ لكل س ≤ ٢

⑩ ∵ ص = س^٢ حيث س ≤ ٠ ، ص ≤ ٠

وبتبديل المتغيرين

∴ س = ص^٢ حيث ص ≤ ٠ ، س ≤ ٠

∴ ص = $\sqrt{س}$

∴ د^−١ (س) = $\sqrt{س}$ لكل س ≤ ٠

⑪ ∵ ص = (س + ٢)^٢ حيث س ≥ −٢ ، ص ≤ ٠

وبتبديل المتغيرين

∴ س = (ص + ٢)^٢ حيث ص ≥ −٢ ، س ≤ ٠

∴ ص + ٢ = −$\sqrt{س}$ ∴ ص = −$\sqrt{س}$ − ٢

∴ د^−١ (س) = −$\sqrt{س}$ − ٢ لكل س ≤ ٠

⑫ ∵ ص = (س − ١)^٢ + ٢ حيث س ≤ ١

، ص ≥ ٢ وبتبديل المتغيرين

∴ س = (ص − ١)^٢ + ٢ حيث ص ≤ ١ ، س ≥ ٢

∴ (ص − ١)^٢ = س − ٢

∴ ص − ١ = $\sqrt{س − ٢}$

∴ ص = $\sqrt{س − ٢}$ + ١

∴ د^−١ (س) = $\sqrt{س − ٢}$ + ١ لكل س ≥ ٢

⑬ ∵ ص = س^٢ + ٨ س + ٧ = (س + ٤)^٢ − ٩

حيث س ≤ −٤ ، ص ≤ −٩ وبتبديل المتغيرين

∴ س = ص^٢ + ٨ ص + ٧ حيث ص ≤ −٤

، س ≤ −٩

∴ س = ص^٢ + ٨ ص + ١٦ − ٩

∴ س = (ص + ٤)^٢ − ٩

∴ (ص + ٤)^٢ = س + ٩

∴ ص + ٤ = $\sqrt{س + ٩}$

∴ ص = $\sqrt{س + ٩}$ − ٤

∴ د^−١ (س) = $\sqrt{س + ٩}$ − ٤ لكل س ≤ −٩

⑭ ∵ ص = $\sqrt{٩ − س^٢}$ حيث −٣ ≤ س ≤ ٠ ،

٠ ≤ ص ≤ ٣ وبتبديل المتغيرين

∴ س = $\sqrt{٩ − ص^٢}$ ، −٣ ≤ ص ≤ ٠

، ٠ ≤ س ≤ ٣

∴ س^٢ = ٩ − ص^٢ ∴ ص^٢ = ٩ − س^٢

∴ ص = −$\sqrt{٩ − س^٢}$

∴ د^−١ (س) = −$\sqrt{٩ − س^٢}$

لكل ٠ ≤ س ≤ ٣

٤ ① ص = $\sqrt{٩ - س^٢}$ ، ٢س ، ٢

∴ ٢ص ٢ = وبتطبيق التعويض

∴ س = $\sqrt{٩ - ص^٢}$ ، ٢ص ٢

، ٢س ٢

∴ $ص^٢$ = ٩ − $س^٢$ ∴ $ص^٢$ = ٩ − $س^٢$

∴ ص = $\sqrt{٩ - س^٢}$

∴ $د^{-١}$ (س) = $\sqrt{٩ - س^٢}$ ، ٢س ٢

② ∵ ص = $\frac{١}{س^٢ + ٢}$ ، س ∈ ح

، س ∈]$\frac{١}{٢}$ ، ∞[

وبتطبيق التعويض

∴ س = $\frac{١}{ص^٢ + ٢}$ ، ص ∈ ح

، س ∈]$\frac{١}{٢}$ ، ∞[

∴ $ص^٢$ + ٢ = $\frac{١}{س}$ ∴ $ص^٢$ = $\frac{١}{س}$ − ٢

∴ ص = $\sqrt{\frac{١}{س} - ٢}$

∴ $د^{-١}$ (س) = $\sqrt{\frac{١}{س} - ٢}$ ، س ∈]$\frac{١}{٢}$ ، ∞[

٥

① لها دالة عكسية ② ليس لها دالة عكسية

③ ليس لها دالة عكسية ④ ليس لها دالة عكسية

٦

① ∵ (د ∘ ر) (س) = د (ر (س))

= د ($\frac{س + ٣}{٢}$) = ٢ ($\frac{س + ٣}{٢}$) − ٣

= س + ٣ − ٣ = س

، (ر ∘ د) (س) = ر (د (س))

= ر (٢ س − ٣) = $\frac{(٢ س - ٣) + ٣}{٢}$ = س

∴ د ، ر كل منهما دالة عكسية للأخرى

② ∵ (د ∘ ر) (س) = د (ر (س))

= د ($\sqrt{س - ٤}$) = ($\sqrt{س - ٤}$)^٢ + ٤

= س − ٤ + ٤ = س

، ∵ (ر ∘ د) (س) = ر (د (س))

= ر (س^٢ + ٤) = $\sqrt{س^٢ + ٤ - ٤}$

= $\sqrt{س^٢}$ = |س|

، ∵ س ≥ ٠ ∴ (ر ∘ د) (س) = س

∴ د ، ر كل منهما دالة عكسية للأخرى

③ ر (س) = $\frac{٥ س - ٢}{س}$

∴ ر (س) = ٥ − $\frac{٢}{س}$

∴ (د ∘ ر) (س) = د (ر (س))

= د (٥ − $\frac{٢}{س}$) = $\frac{-٢}{٥ - \frac{٢}{س}}$ = س

، (ر ∘ د) (س) = ر (د (س))

= ر ($\frac{-٢}{س - ٥}$) = ٥ − $\frac{٢}{\frac{-٢}{س - ٥}}$

= ٥ + س − ٥ = س

∴ د ، ر كل منهما دالة عكسية للأخرى

④ (د ∘ ر) (س) = د (ر (س))

= د ($\frac{س^٢}{٤}$) = $\sqrt{٤ \times \frac{س^٢}{٤}}$ = س

، (ر ∘ د) (س) = ر (د (س))

= ر ($\sqrt{٤ س}$)

= $\frac{(\sqrt{٤ س})^٢}{٤}$

= $\frac{٤ س}{٤}$ = س

∴ د ، ر كل منهما دالة عكسية للأخرى

٧

① ص = |س| حيث س ≥ ٠

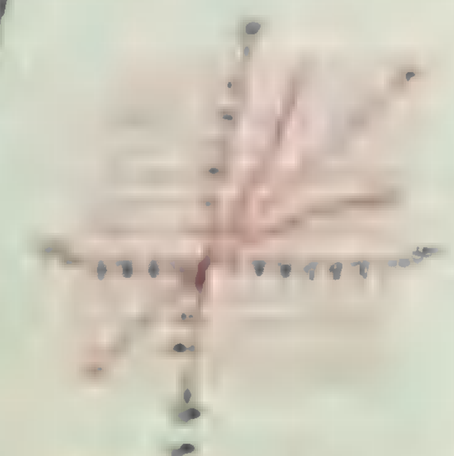
∴ ص = س

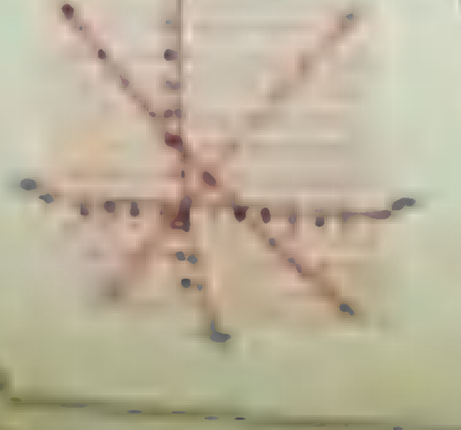
∴ ص = $\frac{١}{٢}$ س

∴ $د^{-١}$ (س) = $\frac{١}{٢}$ س

② $د^{-١}$ (س) = ٢ ، $د^{-١}$ (س) = ٢ ، ٢ ، ٢ ، ٢ ، ١١

٨





∴ ص − ٢ = $\frac{١}{س - ٥}$

② ∵ د (س) = $\frac{١}{س}$

∴ دالة الطبقة هي متطابقة

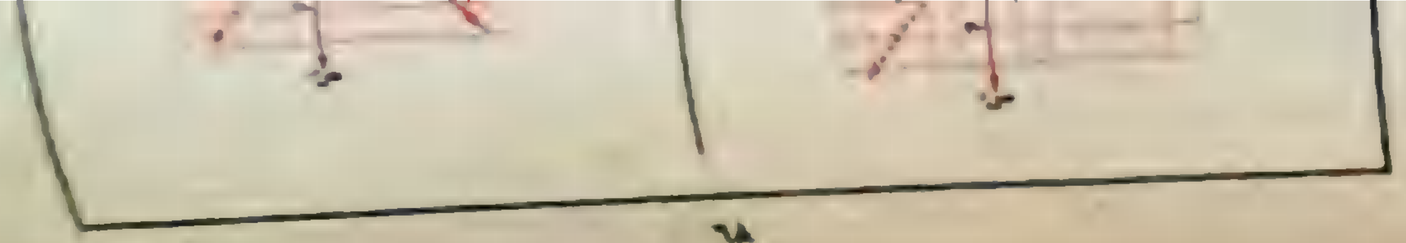
∴ دالة الطبقة هي متطابقة

∴ الطبقة ٢ ، ٢ لا يمكن تمثيلها

∴ $د^{-١}$ (٢) = ٢

∴ الطبقة ٢ ، ٢ لا يمكن تمثيلها

∴ د ، ر كل منهما دالة عكسية للأخرى.



∴ د ، ر كل منهما دالة عكسية للأخرى.

٥

① ∵ د (س) = ٢ س ∴ ص = ٢ س

بتبديل المتغيرين ∴ س = ٢ ص

∴ ص = $\frac{١}{٢}$ س

∴ د$^{-١}$ (س) = $\frac{١}{٢}$ س ≠ د (س)

∴ د معكوسها ليس نفسها.

② ∵ د (س) = − س ∴ ص = − س

بتبديل المتغيرين ∴ س = − ص

∴ ص = − س

∴ د$^{-١}$ (س) = − س = د (س)

∴ د معكوسها هو نفسها.

③ ∵ د (س) = $\frac{٢}{س}$ ∴ ص = $\frac{٢}{س}$

بتبديل المتغيرين ∴ س = $\frac{٢}{ص}$

∴ ص = $\frac{٢}{س}$

∴ د$^{-١}$ (س) = $\frac{٢}{س}$ = د (س)

∴ د معكوسها هو نفسها.

④ ∵ د (س) = ٧ − س ∴ ص = ٧ − س

بتبديل المتغيرين ∴ س = ٧ − ص

∴ ص = ٧ − س

∴ د$^{-١}$ (س) = ٧ − س = د (س)

∴ د معكوسها هو نفسها.

⑤ ∵ د (س) = $\frac{١}{س - ٣}$ + ٥

∴ ص = $\frac{١}{س - ٣}$ + ٥ بتبديل المتغيرين

∴ س = $\frac{١}{ص - ٣}$ + ٥

∴ س − ٥ = $\frac{١}{ص - ٣}$

∴ ص − ٣ = $\frac{١}{س - ٥}$

∴ ص = $\frac{١}{س - ٥}$ + ٣

∴ د$^{-١}$ (س) = $\frac{١}{س - ٥}$ + ٣ ≠ د (س)

∴ د معكوسها ليس نفسها.

⑥ ∵ د (س) = $\frac{١}{س - ك}$ + ك

∴ ص = $\frac{١}{س - ك}$ + ك

بتبديل المتغيرين

∴ س = $\frac{١}{ص - ك}$ + ك

∴ س − ك = $\frac{١}{ص - ك}$

∴ ص − ك = $\frac{١}{س - ك}$

∴ ص = $\frac{١}{س - ك}$ + ك

∴ د$^{-١}$ (س) = $\frac{١}{س - ك}$ + ك = د (س)

∴ د معكوسها هو نفسها.

٨

إجابة رنا هى الصواب لأن :

د$^{-١}$ (س) ≠ $\frac{١}{د (س)}$ كما فى إجابة وائل

٩

① ∵ د (س) = س^{٢}

∴ د ليست أحادية على مجالها = ح

وتكون أحادية إذا كانت س ∈ [٠ ، ∞[

أو س ∈]−∞ ، ٠]

∴ المجال الذى يكون فيه للدالة د دالة عكسية

= [٠ ، ∞[أو]−∞ ، ٠]

② ∵ د (س) = س^{٢}

∴ د دالة أحادية على مجالها ح

∴ المجال الذى يكون فيه للدالة د دالة عكسية = ح

③ ∵ د (س) = $\frac{١}{٢}$ س

∴ د دالة أحادية على مجالها ح

∴ المجال الذى يكون فيه للدالة د دالة عكسية = ح

١٠

∵ ص = $\frac{س - ١}{س + ٥}$ بتبديل المتغيرين

∴ س = $\frac{ص - ١}{ص + ٥}$

∴ س ص + ٥ س = ص − ١

∴ س ص − ص = −٥ س − ١

∴ ص (س − ١) = −٥ س − ١

∴ ص = $\frac{-٥ س - ١}{س - ١}$

∴ د$^{-١}$ (س) = $\frac{-٥ س - ١}{س - ١}$

١١

∵ د (س) = ٢ س + أ ∴ ص = ٢ س + أ

وبتبديل المتغيرين

∴ س = ٢ ص + أ

∴ ص = $\frac{س - أ}{٢}$ = $\frac{١}{٢}$ س − $\frac{أ}{٢}$

∴ د$^{-١}$ (س) = $\frac{١}{٢}$ س − $\frac{أ}{٢}$

∵ د$^{-١}$ (س) = ر (س)

∴ $\frac{١}{٢}$ س − $\frac{أ}{٢}$ = ب س + ٣

∴ ب = $\frac{١}{٢}$ ، − $\frac{أ}{٢}$ = ٣

∴ أ = −٦

١٢

① (أ) ② (جـ) ③ (أ) ④ (أ)

⑤ (جـ) ⑥ (د) ⑦ (ب) ⑧ (أ)

إرشادات لحل رقم ١٣

① ∵ د$^{-١}$ (٩) = ٣

∴ النقطة (٣ ، ٩) ∈ منحنى الدالة.

، ∵ د$^{-١}$ (٥) = ٢

∴ النقطة (٢ ، ٥) ∈ منحنى الدالة

، ∵ د (س) = أ س + ب

∴ ٣ أ + ب = ٩ (١)

، ٢ أ + ب = ٥ (٢)

بحل المعادلتين (١) ، (٢)

∴ أ = ٤ ، ب = −٣

∴ أ × ب = ٤ × −٣ = −١٢

② ∵ ر (س) = س − ٣

∴ ر$^{-١}$ (س) = س + ٣

، ∵ ر (د (س)) = س^{٢} − ٣

، ∵ ر (د (س)) = ر$^{-١}$ (س)

∴ س^{٢} − ٣ = س + ٣

∴ س^{٢} − س − ٦ = ٠

∴ (س + ٢) (س − ٣) = ٠

∴ س = −٢ أو س = ٣

∴ مج = [٣ ، −٢]

③ نضع د (س) = ٣ ونوجد قيمة س

∴ س = $\frac{د (س) + ١}{٣ − د (س)}$ = $\frac{٣ + ١}{٣ − ٣}$ = −١

∴ د (−٤) = ٣ ∴ د$^{-١}$ (٣) = −١

④ ∵ المجال ح − {١} ∴ ب = ١

∴ د (س) = $\frac{أ س + ٣}{س - ١}$ = أ + $\frac{أ + ٣}{س - ١}$

من قاعدة الدالة نجد أن نقطة تماثل المنحنى هى (١ ، أ)

ومن المجال والمجال المقابل نجد أن نقطة تماثل المنحنى هى (١ ، ٣)

∴ أ = ٣

∴ د (س) = $\frac{٣ س + ٣}{س - ١}$ وبتبديل المتغيرين

∴ س = $\frac{٣ ص + ٣}{ص - ١}$

(١٤) $\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = \text{ن}$ $\quad$ $\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = \text{ن}$

$\because$ $\text{س}_{\text{ن}} + \text{ن}\,\text{س}_{\text{ن}-١} = ٠$

(١٥) $\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = ٢$ $\quad$ $\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = ٢$

$\because$ $\text{س}_{\text{ن}} - ٢ = ٠$ $\quad$ $\because$ $\text{س}_{\text{ن}-١} = ١$ $\quad$ $\because$ $\text{س}_{\text{ن}} - \text{س}_{\text{ن}-١}(\text{س}_{\text{ن}} - ١) = ٨$

(١٦) $\text{س}_{\text{ن}} - \text{س}_{\text{ن}-١} = ٢$

$\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = \text{س}_{٢} = ٤$

(١٧) $\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = ٢$ $\quad$ $\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = \text{س}_{٣} = ٤$ $\quad$ $\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = \text{س}_{٤} = ٢٤$

$\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = \text{س}_{٥}$ (مضاعف ٤) $\quad$ $\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = \text{س}_{٦} = ٨١$

(١٨) $(\text{س}_{\text{ن}} - ٥)(\text{س}_{\text{ن}} - ٤) = ٠$

$\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = ٤$ أو $\text{س}_{\text{ن}} = ٥$

$\because$ $(\text{س}_{\text{ن}} - ٤)(\text{س}_{\text{ن}} + ١) = ٠$

$\because$ $\text{س}_{\text{ن}} - ٤\,\text{س}_{\text{ن}} - ٤ = ٠$

(١٩) $٤ = \text{س}_{\text{ن}} - ٤\,\text{س}_{\text{ن}}$

$\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = ٤$ أو $\text{س}_{\text{ن}} = -٧$

$\because$ $(\text{س}_{\text{ن}} - ٤)(\text{س}_{\text{ن}} + ٧) = ٠$

$\because$ $\text{س}_{\text{ن}} + ٣\,\text{س}_{\text{ن}} - ١٢ = ٠$

(٢٠) $\text{س}_{١} = \text{س}_{\text{ن}}(\text{س}_{\text{ن}} + ١)$

$\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = ٤$ أو $\text{س}_{\text{ن}} = -٥$

$\because$ $\text{س}_{\text{ن}} + ١ = ٥$ أو $\text{س}_{\text{ن}} + ١ = -٥$

(٢١) $٥ = |\text{س}_{\text{ن}} + ١|$

$\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = ٤$ أو $\text{س}_{\text{ن}} = -٦$

$\because$ $(\text{س}_{\text{ن}} - ٤)(\text{س}_{\text{ن}} + ٦) = ٠$

$\because$ $\text{س}_{\text{ن}} - ٤\,\text{س}_{\text{ن}} - ٢٤ = ٠$

$\because$ $\text{س}_{٢} = \text{س}_{\text{ن}} - ٤\,\text{س}_{\text{ن}}$

(٢٢) $\text{م}^{٥}(\text{س}_{\text{ن}} - ٤\,\text{س}_{\text{ن}}) = ٢$

$\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = ٣$ $\quad$ $\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = ٣$

(٢٣) $\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = ٢\,\text{س}_{\text{ن}} + ٣$

$\because$ $\text{س}_{٥} = \text{س}_{\text{ن}} + ٣$

(٢٤) $٧\frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}(\text{س}_{\text{ن}} + ٣)$ $\quad$ $\because$ $\text{س}_{\text{ن}} + ٣ = ١٥$

$\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = ٢$

(٢٥) $(\text{أ})_{٠} = ٢\,\text{س}_{\text{ن}} - ٥$ $\quad$ $\because$ $\text{س}_{\text{ن}} - ٥ = ١$

(٢٦) $\text{م}^{٥}\,\text{س}_{\text{ن}} = ٨$

(٢٧) $\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = ٤$ $\quad$ $\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = \text{س}_{٤} = ٩$

(٢٨) $\text{س}_{\text{ن}} = \left(\frac{١}{٢}\right)_{-٣}$ $\quad$ $\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = \text{س}_{٣} = ٤$ $\quad$ $\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = ٤$

(٢٩) $\text{س}_{-٥} = \text{س}_{-١}$ $\quad$ $\because$ $\frac{\text{س}_{\text{ن}}}{١} = \frac{٢٤}{١}$ $\quad$ $\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = ٢٤$

(٣٠) $\text{س}_{\text{ن}} = \frac{١}{٢}(٨١)$ $\quad$ $\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = ٨٤$

(٣١) $\text{س}_{٢} = \text{س}_{٣}$ $\quad$ $\because$ $\text{س}_{٣} = ١٧$ $\quad$ $\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = ٤٢$

(٣٢) $\text{س}_{-٥} = \text{س}_{\text{ن}}$ $\quad$ $\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = \frac{٢٥}{١}$

(٣٣) $\left(\frac{١}{٢}\right)_{-١} = \text{س}_{\text{ن}}$ $\quad$ $\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = ٢$

(٣٤) $\text{س}_{٨} = \text{س}_{\text{ن}}$ $\quad$ $\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = ٢٨١$

3

$\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = -\frac{٥}{٢}$ $\quad$ $\because$ $\text{م}^{٥}\,\sqrt[٣]{٥\text{ز}_{٥}} = -\frac{٥}{٢}$

$\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = \frac{٢٨}{١}$ $\quad$ $\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = \text{س}_{-\frac{٣}{٢}}$

(٣٥) $\because$ $\text{م}^{٥}\,\sqrt[٣]{٥\text{ز}_{٥}} = \text{م}^{٥}\,\frac{٢٨}{١} = \text{س}_{\text{ن}}$

$\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = \frac{٣}{٢}$ $\quad$ $\because$ $\text{م}^{٥}\,\sqrt[٣]{٢٨} = \frac{٣}{٢}$

$\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = \sqrt[٣]{٢٨}$ $\quad$ $\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = (٢)^{\frac{١}{٣}}$

(٣٦) $\because$ $\text{م}^{٥}\,\sqrt[٣]{٢٨} = \text{س}_{\text{ن}}$

$\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = ٨$ $\quad$ $\because$ $\text{م}^{\frac{١}{٣}}\,٨\,\sqrt[٣]{٢} = ٨$

$\because$ $(\sqrt[٣]{٢})_{\text{س}} = ٨\,\sqrt[٣]{٢} = (\sqrt[٣]{٢})_{٠}$

(٣٧) $\because$ $\text{م}^{\frac{١}{٣}}\,٨\,\sqrt[٣]{٢} = \text{س}_{\text{ن}}$

$\because$ $\text{م}^{٥}\,\frac{٢٨١}{١٢٥} = -\text{أ}$

(٣٨) $\because$ $\text{م}^{٥}\,١ = \text{س}_{\text{ن}}$ $\quad$ (٣) $\because$ $\text{م}^{-١}\,١٠٠٠٠٠٠ = -٣$

1

(٣٩) $(\text{أ})_{\frac{٥}{٢}} = ٣\,\sqrt[٣]{\text{أ}}$

(٤٠) $\because$ $\text{س}_{٨} = ٢٨١$ $\quad$ (٢) $\because$ $\left(\frac{٥}{٢}\right)_{٣} = \frac{٢٥}{٣}$

1

تدريبات على الوحدة 01

(١) $\because$ $\text{م}^{٥}\,١٦ = \text{س}_{\text{ن}}$: بالضرب

$\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = ٣$ $\quad$ $\because$ $\text{م}^{٥}\,١٦ = ٣$

$\because$ $\text{س}_{٢} = ١٦$ $\quad$ $\because$ $\text{س}_{٢} = \text{س}_{\text{ن}}$

(٢) $\because$ $\text{م}^{٧}\,١ = \text{س}_{\text{ن}}$: بالضرب

$\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = ١$ $\quad$ $\because$ $\text{س}_{٠} = ٧ = ١$

(٣) $\because$ $\text{م}^{٧}\,١ = \text{س}_{\text{ن}}$: بالضرب

$\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = ١٠٠٠٠٠٠$

$\because$ $\frac{١٠٠٠٠٠٠}{١} = \text{س}_{\text{ن}}$ $\quad$ $\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = ١٠^{٦}$

$\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = ٠$ $\quad$ $\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = ١٠^{٠}$

(٤) $\because$ $\text{م}^{٥}\,١٠٠٠٠٠٠ = -٣$

2

(٥) $\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = \frac{٢}{٧}\,\text{م}^{٥}\,٢٨١$: بالضرب

$\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = ٨$ $\quad$ $\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = \frac{٢}{٧}\,\text{م}^{٥}\,٢٨١$

$\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = \text{س}_{٢}$ $\quad$ $\because$ $\text{س}_{-٢} = \text{س}_{\text{ن}}$

$\because$ $\text{م}^{٥}\,\frac{٢}{٧} = -٢$

$\because$ $\text{ر}_{-١}(\text{س}_{\text{ن}}) = \text{ر}(\text{ر}(\text{س}_{\text{ن}})) = \text{ر}(-٢) = -٢$ $\quad$ $\because$ $(\text{ر} \circ \text{ر})(\text{س}_{\text{ن}})$

$\because$ $\text{ر}_{-١}(-٢) = ٠$ $\quad$ $\because$ $\text{ر}(٠) = -٢$ $\quad$ $\because$ $\text{ر}(-٢) = -٢$

$\because$ $\text{ر}_{-١}(-٢) = -٢$

(٦) $\because$ $\text{س}_{\text{ن}}$ يحقق الدالة $\text{ر}_{-١}$ حيث $(-٢ ، -٢)$ ، $(٠ ، ٢)$

$\because$ $\text{ر}_{-١}(\text{س}_{\text{ن}}) = \sqrt[٣]{\text{س}_{\text{ن}} - ١}$

$\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = (\text{س}_{\text{ن}} + ١)^{٣}$ $\quad$ $\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = \sqrt[٣]{\text{س}_{\text{ن}} - ١}$

الدالة المطلوبة

$= (\text{س}_{\text{ن}} + ١)(\text{س}_{\text{ن}} + ١)^{٢} = (\text{س}_{\text{ن}} + ١)^{٣}$

$= (\text{س}_{\text{ن}} + ١)(\text{س}_{\text{ن}}^{٢} + ٢\,\text{س}_{\text{ن}} + ١)$

$= (\text{س}_{\text{ن}} + ١)(\text{س}_{\text{ن}}^{٢} - \text{س}_{\text{ن}} + ١ + ٣\,\text{س}_{\text{ن}})$

$= (\text{س}_{\text{ن}} + ١)(\text{س}_{\text{ن}}^{٢} - \text{س}_{\text{ن}} + ١) + ٣\,\text{س}_{\text{ن}}(\text{س}_{\text{ن}} + ١)$

$= (\text{س}_{\text{ن}}^{٣} + ١) + (٣\,\text{س}_{\text{ن}}^{٢} + ٣\,\text{س}_{\text{ن}})$

$١ + ٣\,\text{س}_{\text{ن}} + ٣\,\text{س}_{\text{ن}}^{٢} + \text{س}_{\text{ن}}^{٣} = \text{ر}(\text{س}_{\text{ن}})$ $\therefore$ (٨)

$\because$ $\text{ر}_{-١}(\text{س}_{\text{ن}} + ٢) = \frac{٨}{\text{س}_{\text{ن}} + ٢ + ٣} = \frac{٨}{\text{س}_{\text{ن}} + ٥}$

$\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = \frac{٨}{\text{س}_{\text{ن}} + ٣}$ $\quad$ $\because$ $\text{ر}_{-١}(\text{س}_{\text{ن}}) = \frac{٨}{\text{س}_{\text{ن}} + ٣}$

$\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = ٣\,\text{س}_{\text{ن}} - ٣$

(٩) $\because$ $\text{ر}(\text{س}_{\text{ن}}) = ٣\,\text{س}_{\text{ن}}^{٢} - ٣$ الدالة المطلوبة

$= ٨\,\text{س}_{\text{ن}}^{٢} + ٣$

$= ٨(\text{س}_{\text{ن}}^{٢} + ٠) - ٨$

$= ٨(\text{س}_{\text{ن}}^{٢} + ٠)$

$\because$ $(\text{ر} \circ \text{ر}_{-١})(\text{س}_{\text{ن}}) = \text{ر}(\text{ر}_{-١}(\text{س}_{\text{ن}}))$

$\because$ $\text{ر}_{-١}(\text{س}_{\text{ن}}) = \text{س}_{\text{ن}}^{٢} + ٠$

$\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = \text{س}_{\text{ن}}^{٢} + ٠$

$\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = \sqrt[٣]{\text{س}_{\text{ن}} - ٠}$

(١٠) $\because$ $\text{ر}(\text{س}_{\text{ن}}) = \sqrt[٣]{\text{س}_{\text{ن}} - ٠}$ الدالة المطلوبة

$\because$ $\text{ر}_{-١}(١) = -٢$

$\because$ $\text{ر}_{-١}(\text{س}_{\text{ن}}) = \frac{\text{س}_{\text{ن}} - ٢}{\text{س}_{\text{ن}} + ٢}$

$(\text{س}_{\text{ن}} - ٢)\,\text{س}_{\text{ن}} = \text{س}_{\text{ن}} + ٢$ $\quad$ $\because$ $\text{س}_{\text{ن}} = \frac{\text{س}_{\text{ن}} - ٢}{\text{س}_{\text{ن}} + ٢}$

$\because$ $\text{س}_{\text{ن}}\,\text{س}_{\text{ن}} - \text{س}_{\text{ن}} = ٢\,\text{س}_{\text{ن}} + ٢$

⑦ لو س − ٢ = ٢

∴ لو س − ٢ = ٢ ومنها لو س = ٤

∴ س = $١٠^{٤}$ أي لو س − ٢ = ٢

ومنها لو س = ٠ ∴ س = ١

---

① $س^{٢}$ = ١٢٥ = $٥^{٣}$ ∴ س = ٥

∴ مجموعة الحل = {٥}

② $س^{٢}$ = ٢ ∴ س = $\sqrt{٢}$

∴ مجموعة الحل = {$\sqrt{٢}$}

③ $س^{٣}$ = ٢ ∴ $س^{٢}$ = $\frac{١}{٢}$

∴ س = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ (نرفض الحل السالب)

∴ مجموعة الحل = {$\frac{١}{\sqrt{٢}}$}

④ $س^{\frac{٣}{٢}}$ = $\frac{١}{١٠٠٠}$

∴ س = $(١٠^{-٣})^{\frac{٢}{٣}}$ = ٠٫٠١

∴ مجموعة الحل = {٠٫٠١}

⑤ $(-س)^{٣}$ = ٨١ = $٣^{٤}$

∴ س = −٣ (نرفض الحل الموجب)

∴ مجموعة الحل = {−٣}

⑥ $(س − ١)^{٢}$ = ٢٧ = $٣^{٣}$ ∴ س − ١ = ٣

∴ س = ٤ ∴ مجموعة الحل = {٤}

⑦ $(س − ١)^{٢}$ = ٣ − س

∴ $س^{٢}$ − ٢س + ١ = ٣ − س

∴ $س^{٢}$ − س − ٢ = ٠

∴ (س + ١)(س − ٢) = ٠

∴ س = −١ (نرفض) أو س = ٢

∴ مجموعة الحل = {٢}

⑧ $(\frac{١}{س})^{٢}$ = ٦٤ ∴ $(\frac{س}{١})^{٢}$ = ١

∴ $\frac{س}{١}$ = ١ ∴ س = ٨

∴ مجموعة الحل = {٨}

⑨ $س^{٢}$ = ٥س ∴ $س^{٢}$ − ٥س = ٠

∴ س(س − ٥) = ٠ ∴ س = ٠ (نرفض)

أو س = ٥

∴ مجموعة الحل = {٥}

⑩ $س^{٢}$ = ٦٤س ∴ س($س^{٢}$ − ٦٤) = ٠

∴ س = صفر (نرفض) أو $س^{٢}$ = ٦٤

ومنها س = ٨

∴ مجموعة الحل = {٨}

⑪ $س^{٣}$ = $س^{٢}$ ∴ س = ١

∴ س = $\frac{١}{٢}$ مع ملاحظة أن س ∈ ح − {١}

∴ مجموعة الحل = {$\frac{١}{٢}$}

⑫ لو لو ٢٧ = ٩ = ١ ∴ لو ٢٧ = ٣

∴ $س^{٣}$ = ٢٧ = $٣^{٣}$ ∴ س = ٣

∴ مجموعة الحل = {٣}

⑬ س = $س^{٢}$ − ١٢

∴ $س^{٢}$ − س − ١٢ = ٠

∴ (س − ٤)(س + ٣) = ٠

∴ س = ٤ أو س = −٣ (نرفض)

∴ مجموعة الحل = {٤}

⑭ $س^{٣}$ = ٢س + ٨

∴ $س^{٣}$ − ٢س − ٨ = ٠

∴ (س − ٢)(س + ٢) = ٠

∴ س = ٢ أو س = −٢ (نرفض)

∴ مجموعة الحل = {٢}

⑮ س = $\sqrt{س − ٢}$ + ٢

∴ $\sqrt{س − ٢}$ = س − ٢ وبتربيع الطرفين

∴ س − ٢ = $س^{٢}$ − ٤س + ٤

∴ $س^{٢}$ − ٥س + ٦ = ٠

∴ (س − ٣)(س − ٢) = ٠

∴ س = ٣ أو س = ٢

∴ مجموعة الحل = {٢، ٣}

⑯ $(\frac{٥}{٤})^{س}$ = $\frac{٢٥}{١٦٠٠}$ = $\frac{٥^{٢}}{٤^{٣}}$ = $(\frac{٥}{٤})^{٣}$ ∴ س = ٣

⑰ $٣^{س}$ = ٨$\sqrt{٣}$ ∴ $٣^{س}$ = $٣^{\frac{٣}{٢}}$

∴ س = $\frac{٣}{٢}$ ∴ س = $\frac{٣}{٢}$

⑱ $٣^{س}$ = ٢٧ = $٣^{٣}$

∴ س = ٣

⑲ لو س = ٢ ∴ س = $١٠^{٢}$ = ١٠٠

∴ مجموعة الحل = {١٠٠}

⑳ س = $\sqrt{٢٧}$ = $٣\sqrt{٣}$

∴ لو س = لو $٣\sqrt{٣}$ = لو $٣^{\frac{٣}{٢}}$

∴ لو س = $\frac{٣}{٢}$ لو ٣ = $\frac{٣}{٢}$

∴ مجموعة الحل = {$\frac{٣}{٢}$}

---

① (١)

② (٢)

③ (١)

④ (١)

⑤ (١)

⑥ (١)

⑦ (١)

⑧ (١)

⑨ (١)

---

① ٥٠٠٠٠

② ٢

٩

① ١,٧١٥٩ ② ٢٥,٨٢٢٦ ③ ٠,٥٠١٢

١٠

① ∵ لو$_{\text{س}}$ ١٦ = ص ∴ س^{ص} = ١٦

وبالتعويض في المعادلة الأولى

∴ ١٦ = ٥ س − ٤ ∴ س = ٤

∴ لو$_{٤}$ ١٦ = ص ∴ ٤^{ص} = ١٦ = ٤^{٢}

∴ ص = ٢

∴ مجموعة الحل = {(٤ ، ٢)}

② ∵ لو$_{\text{س}}$ ٩ = ١ ∴ ص = ٩

∴ لو$_{\text{س}}$ لو$_{٢}$ لو$_{\text{س}}$ ٩ = ٠

∴ لو$_{٢}$ لو$_{\text{س}}$ ٩ = س^{٠} = ١ ∴ لو$_{\text{س}}$ ٩ = ٢

∴ س^{٢} = ٩ ∴ س = ٣ (ويرفض الحل السالب)

∴ مجموعة الحل = {(٣ ، ٩)}

١١

∵ لو$_{١٦}$ ٤٩ = ٢ ∴ (١٦)^{٢} = ٤٩

∴ (٤^{٢})^{٢} = ٧^{٢} ∴ (٤^{٢})^{٢} = ٧^{٢}

∴ ٤^{٢} = ٧

، ∵ لو$_{٧}$ ٢,٥ = ب ∴ ٧^{ب} = ٢,٥

∴ ٤$^{٢\text{ب}+١}$ = ٤$^{٢\text{ب}}$ × ٤ = (٤^{٢})^{ب} × ٤ = ٧^{ب} × ٤

= ٢,٥ × ٤ = ١٠

١٢

① ٢ س + ١ > ٠ ∴ س > −$\frac{١}{٢}$

∴ مجال الدالة =]−$\frac{١}{٢}$ ، ∞[

② س > ٠ ∴ مجال الدالة =]٠ ، ∞[

③ الدالة معرفة لجميع قيم س التي تحقق أن

س > ٠
س ≠ ١

أي أن : مجال الدالة =]٠ ، ∞[− {١}

④ الدالة معرفة لجميع قيم س التي تحقق أن

س > ٠
س − ٢ > ٠
س − ٢ ≠ ١

أي أن : س > ٠ ، س > ٢ ، س ≠ ٣

أي أن : مجال الدالة =]٢ ، ∞[− {٣}

⑤ الدالة معرفة لجميع قيم س التي تحقق أن

س > ٠
٢ − س > ٠
٢ − س ≠ ١

أي أن : س > ٠ ، س < ٢ ، س ≠ ١

أي أن : مجال الدالة =]٠ ، ٢[− {١}

⑥ الدالة معرفة لجميع قيم س التي تحقق

س − ٣ > ٠
٥ − س > ٠
٥ − س ≠ ١

أي أن : س > ٣ ، س < ٥ ، س ≠ ٤

أي أن : مجال الدالة =]٣ ، ٥[− {٤}

⑦ الدالة معرفة لجميع قيم س التي تحقق

س^{٢} > ٠
س − ٣ > ٠
س − ٣ ≠ ١

أي أن : س^{٢} > ٠ ، س > ٣ ، س ≠ ٤

أي أن : مجال الدالة =]٣ ، ∞[− {٤}

⑧ الدالة معرفة لجميع قيم س التي تحقق

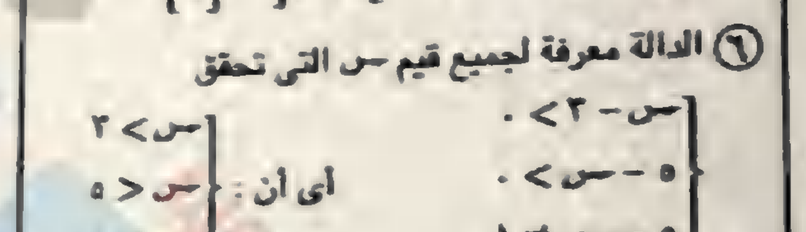
٣ س + ١ > ٠
س + ٢ > ٠
س + ٢ ≠ ١

أي أن : س > −$\frac{١}{٣}$ ، س > −٢ ، س ≠ −١

أي أن : مجال الدالة =]−$\frac{١}{٣}$ ، ∞[

⑨ الدالة معرفة لجميع قيم س التي تحقق

(٣ − س) (س + ١) > ٠



أي أن : مجال الدالة =]−١ ، ٣[

⑩ الدالة معرفة لجميع قيم س التي تحقق

(٣ − س) (س + ١) > ٠

س > ٠

س ≠ ١

أي أن : مجال الدالة =]٠ ، ٣[− {١}

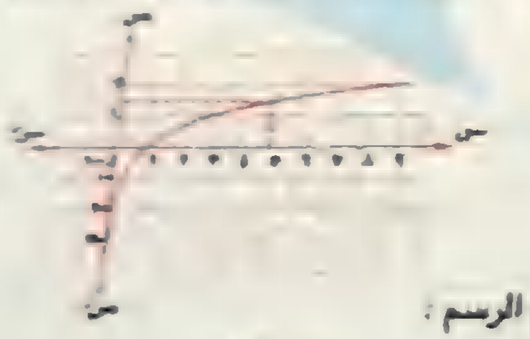
١٣

∵ منحنى الدالة يمر بالنقطة (٨١ ، ٤)

∴ ٤ = لو$_{٣}$ ٨١ ∴ ٣^{٤} = ٨١

∴ أ = ٣ (ويرفض الحل السالب)

س	$\frac{١}{٩}$	$\frac{١}{٣}$	١	٣	٩
د (س)	−٢	−١	٠	١	٢



من الرسم :

المجال = ح$^{+}$ ، المدى = ح

والدالة تزايدية على مجالها

، نقطة التقاطع مع محور السينات (١ ، ٠)

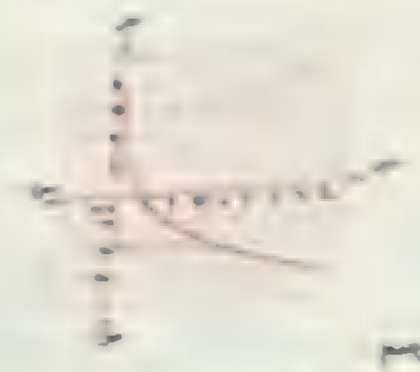
، لو$_{٣}$ ٥ = ١,٥

١٤

∵ منحنى الدالة يمر بالنقطة ($\frac{١}{٨}$ ، ٣)

∴ ٣ = لو$_{\text{أ}}$ $\frac{١}{٨}$ ∴ أ^{٣} = $\frac{١}{٨}$ ∴ أ = $\frac{١}{٢}$

س	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٢}$	١	٢	٤
د (س)	٢	١	٠	−١	−٢



من الرسم

المدى = ح ، الدالة تناقصية على مجالها

، نقطة التقاطع مع محور السينات = (١ ، ٠)

، لو$_{\frac{١}{٢}}$ ٢ = −١

١٥

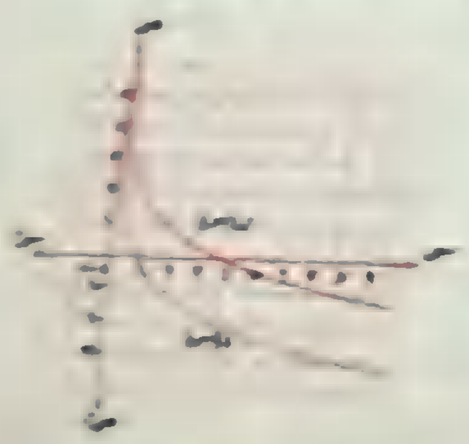
① أ (ب) ② أ (ب) ③ أ (ب) ④ أ (ب)

⑤ أ (ب) ⑥ أ (ب) ⑦ أ (ب) ⑧ أ (ب)

⑨ أ (ب) ⑩ أ (ب) ⑪ أ (ب) ⑫ أ (ب)

١٦

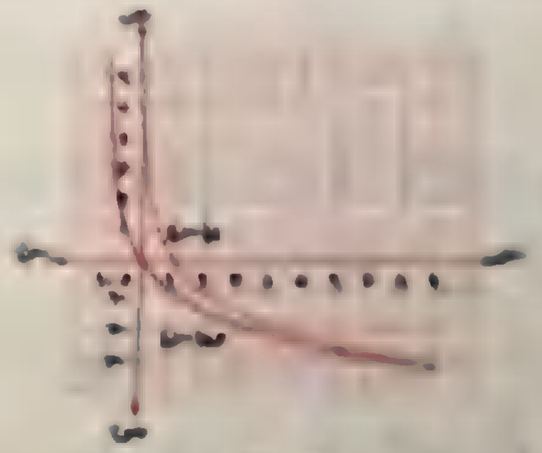
① منحنى الدالة س هو نفس منحنى الدالة ص بإزاحة رأسية قدرها ٢ وحدة في اتجاه ص



من الرسم : المجال =]−∞ ، ٠[

، المدى = ح ، الدالة تناقصية على مجالها

② منحنى الدالة س هو نفس منحنى الدالة ص بإزاحة أفقية قدرها وحدة واحدة في اتجاه س



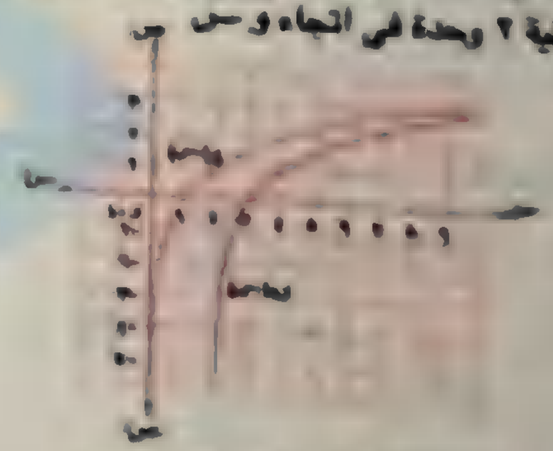
من الرسم : المجال =]-١ ، ∞[
، المدى = ح
، الدالة تناقصية على مجالها.

(٣) منحنى الدالة هـ هو نفس منحنى الدالة د بالانعكاس في محور السينات

من الرسم : المجال =]٠ ، ∞[، المدى = ح
، الدالة تزايدية على مجالها.

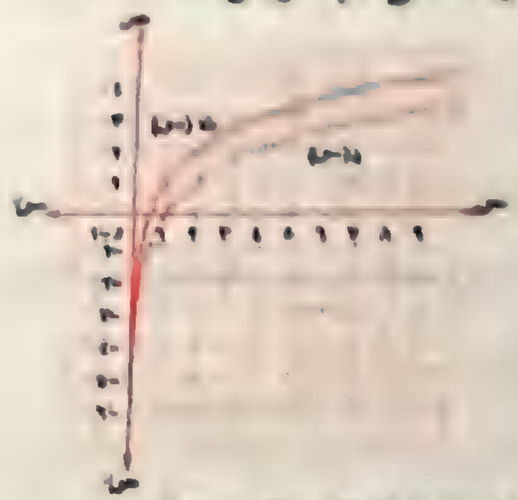
٢٧

(١) منحنى الدالة ق هو نفس منحنى الدالة د بإزاحة أفقية ٢ وحدة في اتجاه و س



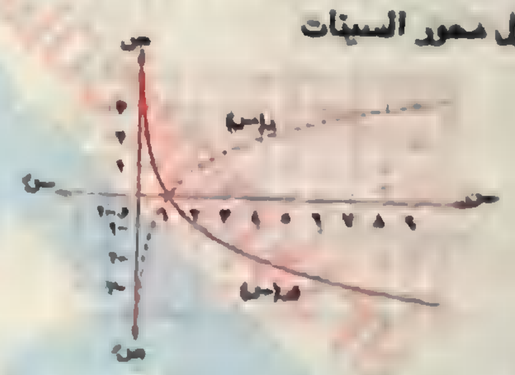
من الرسم : المجال =]٢ ، ∞[
، المدى ح ، الدالة تزايدية على مجالها.

(٢) منحنى الدالة هـ هو نفس منحنى الدالة د بإزاحة وحدة واحدة في اتجاه و ص



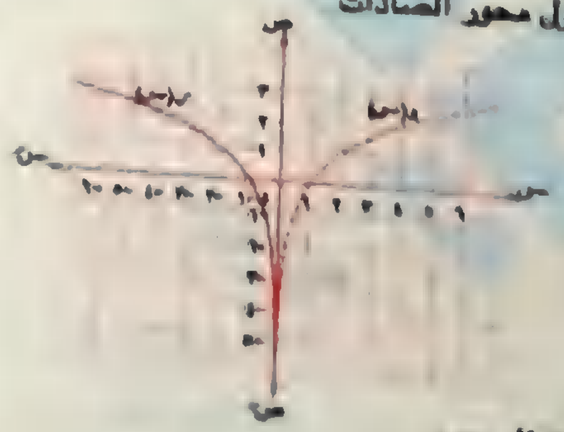
من الرسم : المجال =]٠ ، ∞[
، المدى = ح ، الدالة تزايدية على مجالها.

(٣) منحنى الدالة هـ هو نفس منحنى الدالة د بانعكاس حول محور السينات



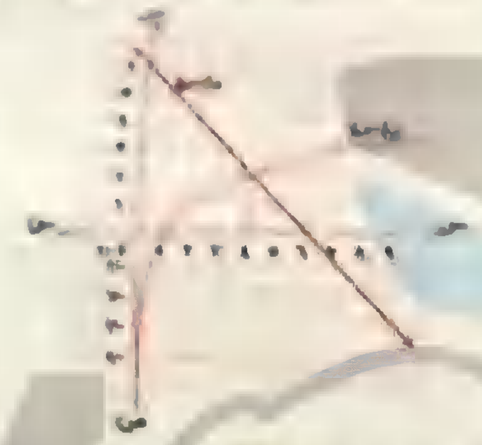
من الرسم : المجال =]٠ ، ∞[
، المدى = ح ، الدالة تناقصية على مجالها.

(٤) منحنى الدالة ق هو نفس منحنى الدالة د بانعكاس حول محور الصادات



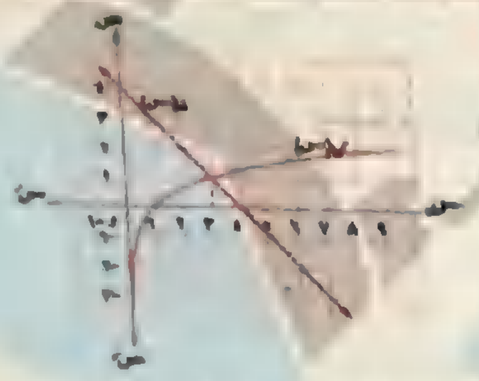
من الرسم :
، المجال =]-∞ ، ٠[
، المدى = ح ، الدالة تناقصية على مجالها.

١٨



من الرسم نجد أن مجموعة الحل = {٤}

١٩



من الرسم نجد أن مجموعة الحل = {٣}

٢٥

(١) (ب) (٢) (د) (٣) (أ) (٤) (ب)
(٥) (جـ) (٦) (أ) (٧) (ب) (٨) (د)

إرشادات لحل رقم ٢٥

(١) ∵ $د^{-1}$ (٥) = ١٤ ∴ د (١٤) = ٥
∴ لو$_{أ}$ (٢ × ١٤ + ٤) = ٥
∴ $أ^{٥}$ = ٣٢ ∴ أ = ٢

(٢) ∵ $د^{-1}$ (أ + ٣) = ٣٢
∴ د (٣٢) = أ + ٣ ∴ لو$_{٢}$ ٣٢ = أ + ٣
∴ $٢^{٥}$ = ٣٢ ∴ $٢^{٢}$ × ٢^{٣} = $٢^{٥}$
∴ ٢ + ٣ = ٥ ∴ أ = $\frac{١}{٢}$

(٣) (د ∘ ر) (١٠) = د (ر (١٠))
= د (٧) = لو ٨ = ٣

(٤) ∵ لو (س - ١) < صفر
∴ س - ١ < ١ ∴ س < ٢

(٥) ∵ لو لو |س - ١| < ١
∴ لو |س - ١| < ٢
∴ |س - ١| < ٨
∴ |س - ١| > ٨
∴ |س - ١| > -١٢ (مرفوض)
أو |س - ١| = ٢
∴ س - ١ = ٢ ∴ س = ٣
∴ س = ٤ أو س = -٢
∴ مجموعة الحل = {-٢ ، ٤}

(٦) ∵ منحنى الدالة يمر بالنقطتين (١١ ، ٣) ، (١ ، ٠)
∴ د (١) = صفر ∴ لو (١ + ب) = صفر
∴ ١ + ب = ١ ∴ ب = ٠
، د (١١) = ٣ ∴ لو (١١ + ب) = ٣
∴ ١١ + ب = ٣^{٣} ∴ ٣^{٣} = ٢٧ ∴ أ = ٢
∴ د (س) = لو (س - ٢)
∴ د (٧) = لو (٧ - ٢) = ٣ ، د$^{-1}$ (٣) = ٧
∴ د (٧) + د$^{-1}$ (٣) = ١٠

(٧) لإيجاد مجال الدالة د (س) = لو (س^{٢} - ١٩)
نضع |س^{٢} - ١٩| > ٠
أي أن : |(س - ٣) (س + ٣)| > ٠
س ∈ ح - {٣ ، -٣}
∴ مجال الدالة د = ح - {٣ ، -٣}

(٨) لإيجاد مجال الدالة د (س) = $\frac{لو (س + ٣)}{س^{٢} + ٣س + ٢}$
= $\frac{لو (س + ٣)}{(س + ١) (س + ٢)}$
∴ س + ٢ > ٠ ∴ س > -٢
، س ≠ -١ ، س ≠ -٢
∴ المجال =]-٢ ، ∞[- {-١ ، -٢}

$$= 10^{-1}\left(0.05 - \frac{2}{20} + 0.1 - 10^{-1}\right) = 10^{-1}\left(-0.1 - 0.1\right) = -0.2$$

$$= 10^{-1} \times 0.05 + 10^{-1}\left(\frac{2}{5} + \frac{2}{5}\right) + 0.1 \times 0.1 - 10^{-1} \times 0.1$$

$$= 10^{-1} \times \frac{-1}{5} = 10^{-1}(-0.1)_{-1} = -1$$

$$= 10^{-1}\left(\frac{-25}{8} \times \frac{25}{25} \times \frac{16}{25}\right)$$

(10) $10^{-1} \times \frac{-25}{8} - 10^{-1} \times \frac{75}{25} + 10^{-1} \times \frac{16}{25}$

$$= 10^{-1} \times 1 = -0.1$$

$$= 10^{-1}\left(-0.0 \times \frac{25}{25} \times \frac{7}{5} \times 0.1 \times 0.1\right)$$

(11) $10^{-1} \times -0.0 - 10^{-1} \times \frac{16}{25} + 10^{-1} \times \frac{7}{5} \times 0.1 - 10^{-1} \times \frac{0.1}{5}$

$$= 1 + 10^{-1}(-0.1)_{-1} = 1 - 1 = 0$$

$$= 1 + 10^{-1}\left(\frac{0.1 \times 0.1}{0.1}\right) = 1 + 10^{-1} \times \frac{-1}{5}$$

(12) $1 + 10^{-1} \times 0.1 - 10^{-1} \times 0.1$

(13) $10^{-1} \times 10^{-1} \times 10^{-1} \times 0.1_{-1} = 10^{-1} \times 10^{-1} \times 0.1 = 10^{-1} \times 1 = 0.01$

$$= 10^{-1} \times 0.01 - 10^{-1} \times 0.01 - 10^{-1} \times 0.1 = 10^{-1} \times \frac{0.01 \times 0.1}{10} = 10^{-1} \times 1 = 0.01$$

(14) $10^{-1} \times 10 - 0.1 \times 10^{-1} - 10^{-1} \times 0.1$

(15) $10^{-1} \times \frac{0.01}{0.1 \times 10} = 10^{-1} \times 0.1 = 1$

(16) $10^{-1} \times 17 \times 10^{-1} \times 0.1 = 10^{-1} \times 1 \times 10^{-1} \times 0.1 = 1 \times \frac{1}{5} = 0.1$

(17) $10^{-1} \times 0 \times 10^{-1} \times 0.1 = \frac{10^{-1} \times 0}{10^{-1} \times 0} \times \frac{10^{-1} \times 0.1}{10^{-1} \times 0.1} = 1$

(18) $10^{-1} \times 0.1 - 10^{-1} \times 0.1 = 10^{-1} \times \frac{0.1}{0.1} = 10^{-1} \times 0 = 1$

(19) $10^{-1} \times 0.1 + 10^{-1} \times 0 = 10^{-1}(0.1 \times 0) = 10^{-1} \times 0.1 = 1$

$$= 10^{-1} \times 0.1 \times 0.1 - 10^{-1} \times 0.1 \times 0.1 = 0.1 - 0.1$$

$$= 10^{-1} \times 0.1 - 10^{-1} \times 0.1$$

$$= 10^{-1} \times 0.1 + 10^{-1} \times 0.1 + 10^{-1} \times 0.1 - 10^{-1} \times 0.1$$

$$- (10^{-1} \times 0.1 + 10^{-1} \times 0.1)$$

$$= 10^{-1} \times 0.1 + 10^{-1} \times 0.1 + 10^{-1} \times 0.1 - 10^{-1} \times 0.1$$

$$- 10^{-1} \times 0.1 - 10^{-1} \times 0.1$$

(20) $\frac{1}{5} \times 10^{-1} \times 0.1 + \frac{1}{5} \times 10^{-1} \times 0.1 + 0.1 \times 10^{-1} \times 0.1$

$$= 10^{-1} \times 0.1 \times 0.1 = 1$$

(21) $10^{-1} \times 0.1 + 10^{-1} \times 0.1 + 10^{-1} \times 0.1$

(22) $10^{-1} \times \frac{10^{-1} \times 0.1}{10^{-1} \times 0.1} = 10^{-1} \times \frac{0.1 \times 10^{-1}}{10^{-1} \times 0.1} = 10^{-1} \times 1 = 0.1$

(23) $10^{-1} \times \frac{(0.1)_0}{10^{-1} \times 0.1 - 10^{-1} \times 0.1} = 10^{-1} \times \frac{0 \times 10^{-1} \times \frac{1}{5}}{10^{-1} \times \frac{1}{5}} = 10^{-1} \times \frac{0}{1} = -1$

$$= \frac{(10^{-1} \times 0.1)}{10^{-1} \times (10^{-1} \times 0.1)} = 10^{-1} \times 0.1$$

(24) $\frac{10^{-1} \times 0.1 - 10^{-1} \times 0.1}{(10^{-1} \times 0.1)_1 - 10^{-1} \times 0.1} = \frac{10^{-1} \times 0.1 - 0.1 \times 10^{-1}}{(10^{-1} \times 0.1)_1 - 0.1 \times 10^{-1}}$

$$= \frac{10^{-1} \times 0.1}{10^{-1} \times 0.1} = \frac{10^{-1} \times 0.1}{0.1 \times 10^{-1}} = 1$$

(25) $\frac{10^{-1} \times 0.1 - 10^{-1} \times 0.1}{10^{-1} \times 0.1 + 10^{-1} \times 0.1} = \frac{10^{-1} \times \frac{0.1}{0.1}}{10^{-1} \times (0.1 \times 0.1)}$

$$= 10^{-1} \times 0.1 = 1$$

$$= 10^{-1} \times (0.1 \times 0.1)$$

$$= 10^{-1} \times 0.1 + 10^{-1} \times 0.1$$

$$= 10^{-1} \times 0.1 + 10^{-1} \times 0.1$$

(26) $10^{-1} \times \frac{0.1}{10^{-1} \times 0.1} + 10^{-1} \times \frac{0.1}{10^{-1} \times 0.1}$

$$= 10^{-1} \times \frac{0.1}{10^{-1} \times 0.1}$$

(27) $\frac{10^{-1} \times 0.1}{(10^{-1} \times 0.1)_1} = 10^{-1} \times \frac{0.1}{0.1} = 10^{-1} \times 1 = 0.1$

(28) $\frac{10^{-1} \times 0.1}{10^{-1} \times 0.1 - 10^{-1} \times 0.1} = \frac{10^{-1} \times 0.1}{10^{-1} \times 0.1 - 0.1 \times 10^{-1}}$

$$= \frac{10^{-1} \times 0.1}{10^{-1} \times 0.1} = \frac{10^{-1} \times 0.1}{0.1 \times 10^{-1}} = 1$$

(29) $\frac{10^{-1} \times 0.1 - 10^{-1} \times 0.1}{10^{-1} \times 0.1 + 10^{-1} \times 0.1} = \frac{10^{-1} \times \frac{0.1}{0.1}}{10^{-1} \times (0.1 \times 0.1)}$

$$= 10^{-1} \times 0.1 = 1$$

$$= 10^{-1} \times (0.1 \times 0.1)$$

$$= 10^{-1} \times 0.1 + 10^{-1} \times 0.1$$

$$= 10^{-1} \times 0.1 + 10^{-1} \times 0.1$$

(30) $10^{-1} \times 0.1 + \frac{10^{-1} \times 0.1}{10^{-1} \times 0.1 \times 10^{-1} \times 0.1} = 10^{-1} \times 0.1 + \frac{0.1 \times 10^{-1}}{0.1 \times 10^{-1} \times 0.1 \times 10^{-1}}$

$$= \frac{10^{-1} \times 0.1}{10^{-1} \times 0.1}$$

(1) $\frac{10^{-1} \times 10^{-1} \times 10^{-1} \times 0.1}{10^{-1} \times 10^{-1} \times 10^{-1} \times 0.1} = \frac{10^{-1} \times 10^{-1} \times 0.1}{10^{-1} \times 10^{-1} \times 0.1}$

$$\because 10^{-1} \times 10^{-1} \times 0.1 = 10^{-1} \times 10^{-1} \times 0.1$$

$$\therefore 10^{-1} \times 10^{-1} \times 10^{-1} \times 0.1 = 10^{-1} \times 0.1 = 10^{-1} \times 1 = 0.1$$

(2) $\frac{10^{-1} \times 0.1 - 10^{-1} \times 0.1}{(10^{-1} \times 0.1)_1 - 0.1 \times 10^{-1}}$

$$= \frac{10^{-1} \times 0.1 - 0.1 \times 10^{-1}}{(10^{-1} \times 0.1)_1 - 0.1 \times 10^{-1}} = \frac{10^{-1} \times 0.1}{10^{-1} \times 0.1} = 1$$

(3) $\frac{10^{-1} \times 0.1 - 10^{-1} \times 0.1}{10^{-1} \times 0.1 - 10^{-1} \times 0.1} = \frac{0.1 \times 10^{-1} - 0.1 \times 10^{-1}}{0.1 \times 10^{-1} - 0.1 \times 10^{-1}}$

$$= (10^{-1} \times 0.1)(0.1 \times 10^{-1}) = 0.1 \times (10^{-1} \times 0.1)_2$$

$$= \left(10^{-1} \times \frac{0}{10^{-1}}\right)\left(10^{-1} \times \frac{0.1}{10^{-1}}\right) = (10^{-1} \times 0)(10^{-1} \times 0.1)$$

(4) $\frac{10^{-1} \times 10^{-1} \times 10^{-1} \times 0.1}{10^{-1} \times 10^{-1} \times 10^{-1} \times 0.1} = (10^{-1} \times 10^{-1} - 10^{-1} \times 0)(10^{-1} \times 10^{-1} - 10^{-1} \times 0.1)$

$$= 10^{-1} \times \frac{11 \times 11 \times 1}{1 \times 0.01 \times 1} = 10^{-1} \times \frac{1}{1} = -1$$

(5) $\frac{10^{-1} \times 10^{-1} \times 10^{-1} \times 0.1}{10^{-1} \times 10^{-1} \times 10^{-1} \times 0.1} = 10^{-1} \times \frac{11 \times 11 \times 1}{1 \times 0.01 \times 1} - 1 \times 10^{-1} \times \frac{1}{1}$

$$= 10^{-1}\left(\frac{1}{1}\right)_1 = 1 \times 10^{-1} \times \frac{1}{1}$$

(6) $\frac{10^{-1} \times 10^{-1} \times 10^{-1} \times 0.1}{10^{-1} \times 10^{-1} \times 10^{-1} \times 0.1} = 10^{-1} \times \frac{0.1}{(0.1)_1 \times 1}$

$$= 1 \times 10^{-1}(0.1) = 1$$

$$= 10^{-1}(1 \times 7 \times 1) = 10^{-1} \times 7 = 10^{-1}(0.1)_1$$

$$= 10^{-1} \times 1 + 10^{-1} \times 7 + 10^{-1} \times 1$$

(7) $\frac{10^{-1} \times 1}{1} + \frac{10^{-1} \times 1}{1} + \frac{10^{-1} \times 1}{1}$

$$= \frac{10^{-1} \times 1}{10^{-1} \times 1}$$

(8) $\because (10^{-1})_{-1} = 10^{-1} \times 1 \quad \because 10^{-1} \times 1 = 0.1$

(9) $\because 10^{-1} = \frac{10^{-1} \times 1}{10^{-1} \times 10^{-1}} = 0.01 \times 1$

$$\because 1 \times 10^{-1} = 0.1 \quad \because 10^{-1} = 0.1 \times 10^{-1}$$

(10) $1 \times 10^{-1} \times (1 \times 1) = 10^{-1} \times 1$

$$\because 1 \times 10^{-1} = 10^{-1} \times 1 \quad \because 1 \times 10^{-1} = 10^{-1} \times 1$$

(11) $\because 1 \times 10^{-1} = 0.1 \times 1 \quad \because |10^{-1}| = (-1)\frac{0}{10^{-1} \times 10} = 0.01 \times 10$

$$\because 10^{-1}|10^{-1}| = \frac{0.1}{10^{-1} \times 10}$$

(12) $10^{-1} \times 0 = 0 \times 10 \quad \because \frac{0.1}{10^{-1}}|10^{-1}| = 10^{-1} \times 0 \times 10$

$$\because 10^{-1} = \frac{0.1 \times 10^{-1}}{0.1 \times 10^{-1}} = 0.01 \times 1$$

$$\because 10^{-1}(0.1 \times 10^{-1}) = 0.1 \times 10^{-1} \times 10^{-1}$$

(13) $(1 \times 10^{-1} - 1)10^{-1} \times 1 = (1 - 10^{-1})10^{-1}$

$$\because 10^{-1} = \frac{10^{-1} \times 1}{1 \times 10^{-1} - 10^{-1}} = 10^{-1} \times 1$$

$$\because 10^{-1}(10^{-1} \times 10^{-1}) = 1 \times 10^{-1} \times 10^{-1}$$

(14) $(1 \times 10^{-1} + 1)10^{-1} \times 1 = (1 \times 10^{-1} - 1)10^{-1} \times 1$

$$\because 10^{-1} = \frac{1 \times 10^{-1}}{1 \times 10^{-1} - 10^{-1} \times 1} = 0.01 \times 1$$

(15) $(1 \times 10^{-1} - 1)10^{-1} \times 1 = (10^{-1} \times 1 - 1)10^{-1} \times 1$

$$\because 10^{-1} = \frac{10^{-1} \times 1}{1 \times 10^{-1} - 10^{-1} \times 1}$$

(16) $(10^{-1} \times 1 + 1)10^{-1} \times 1 = 10^{-1} \times 1$

(17) $10^{-1} \times 0 = 10^{-1} \times 1 \quad \because 10^{-1} = \frac{10^{-1} \times 1}{10^{-1} \times 1} = 0.01 \times 1$

∵ س = $\frac{٤}{٣}$

∵ $\frac{٤}{٣}$ ص = ١٠ ص − ٥ ص = ١ − ٥ ص = س ص

∵ ٥ ص = ١ + ص

∵ (ص + ١)^{٢} = (٥ ص)^{٢}

(١٦) (ص − س)^{٢} + ١ = ٢ ص س + (ص + ١)^{٢}

∵ مجموعة الحل = {١، ١٠٠٠٠٠٠٠}

∵ س = ١٠٠٠٠٠٠٠ ، ١

∵ ص = −١ ، ١

∵ (ص − ١)(ص + ١) = ٠

∴ ص^{٢} − ١ = ٠

(١٥) (ص − س)^{٢} − ص − س − ٢ = ٠

∵ س = ٢ ∵ مجموعة الحل = {٢}

(١٤) ص − س = $\frac{٢ - ص}{٢ ص (٢ - ص)} = \frac{١٠٠٠ - ص - ٢ ص}{٢ ص (٢ - ص)}$

∵ س = ٥ ∵ مجموعة الحل = {٥}

∵ (س − ٥)^{٢} = صفر

∵ س^{٢} − ١٠ س + ٢٥ = ٠

∵ $\frac{س - ١}{س^{٢} + ٦ س + ٩}$ = ١٢١ = ١١^{٢}

(١٣) ص^{٢} $\frac{س - ١}{س^{٢} + ٦ س + ٩}$ = ص^{٢} × ٥^{٢} = ٤

∵ مجموعة الحل = {٢}

∵ ص ٢ = ص س ∵ س = ٢

∵ ٦ ص^{٢} ٨ ص^{٢} = ٦ ص^{٢} ٨ ص^{٢} س

(١٢) ص^{٢} ٨ = ص^{٢} ٢^{٢} = ص^{٢} ٢^{٢} ٢^{٢} = ص^{٢} ٨^{٢}

∵ ص^{٢} = ١

∵ ص^{٢} − ١ = ٠

∵ ص^{٢} (س − ٢) = ص^{٢} ٨ + (س − ١١) ص^{٢} = ٢ ص^{٢} + (س − ١١) ص^{٢}

(١١) ص^{٢} (س − ٢) = (٢ ص − ٥) ص^{٢}

∵ ص^{٢} (س − ٢) − (٢ ص − ٥) ص^{٢} = ٠

∵ ص^{٢} (س − ٢ − ٢ ص + ٥) = ٠

∵ ص^{٢} (س − ٢ ص + ٣) = ٠

∵ ص^{٢} = ٠ ∵ س − ٢ ص + ٣ = ٠

∵ س = ٢ ص − ٣

(١٠) (س − ٨)(س − ٦) = ٠

∵ س − ٨ = ٠ ∵ (س − ٨)^{٢} = ٠

∵ س − ٦ = ٠

∴ س − ١٤ س + ٤٨ = ٠

∵ س^{٢} − ١٤ س + ٤٨ = ٠

∵ س = ٨ ∵ مجموعة الحل = {٨}

(٩) ص^{٢} $\frac{س - ١}{س + ٢}$ = ٠ ∵ $\frac{س - ١}{س + ٢}$ = ٠

∵ س − ١ = ٠ ∵ س = ١

∵ س + ٢ = ١ ∵ مجموعة الحل = {١}

(٨) ص^{٢} (س − ٣) = ص^{٢} (س^{٢} × ٤)

∵ ص^{٢} (س − ٣) = ص^{٢} ٤ س^{٢} ∵ ٤ س^{٢} = ٤ س^{٢} + ٣

∵ ٣ س^{٢} = ٣ ∵ س^{٢} = ١

∵ مجموعة الحل = {١، −١}

(٧) ص^{٢} $\frac{(س - ١)^{٥}}{(س + ٢)^{٥}}$ = ص^{٢} ٥^{٥} ∵ $\frac{س - ١}{س + ٢}$ = ٢

∵ س = ٤ ∵ ٢ س − ٢ = س + ٢

∵ مجموعة الحل = {٤}

(٦) ص^{٢} (س − ٦)(س − ٨) = ٠

∵ س − ٦ = ٠ ∵ س − ٨ = ٠

∵ س = ٦ ∵ س = ٨

∵ مجموعة الحل = {٦، ٨}

(٥) ص^{٢} $\frac{س - ١}{س + ٨}$ = ١ ∵ $\frac{س - ١}{س + ٨}$ = ١

∵ س − ١ = س + ٨

∵ ١٠ س = ١٠ − ١

∴ س = ١

(٤) ص^{٢} (س − ٣)(س + ١) = ص^{٢} ٨

∵ س^{٢} − ٢ س − ٣ = ٠

∵ (س − ٣)(س + ١) = ٠

∵ س = ٣ أو س = −١

∵ ص^{٢} س = ص^{٢} $\frac{س - ٣}{٤}$ ∵ س = $\frac{س - ٣}{٤}$

(٣) ص^{٢} س = ص^{٢} ٤ − ص^{٢} (س − ٣)

∵ مجموعة الحل = {٢}

∵ ٦ س = ١٢ ∵ س = ٢

∵ س − ٣ = ٣ − س

(٢) ص^{٢} (س − ٢)^{٢} = ص^{٢} ٢ س − ٣ ص^{٢} + ٢ ص^{٢}

∵ ص^{٢} (س − ٢)^{٢} = ص^{٢} (٢ س − ٣)

∵ ص^{٢} (س − ٢)^{٢} − ص^{٢} (٢ س − ٣) = ٠

∵ ص^{٢} (س − ٢)^{٢} − (٢ س − ٣) = ٠

∵ ص^{٢} (س − ٢ − ٢ س + ٣) = ٠

∵ ص^{٢} (١ − س) = ٠

∵ ص^{٢} = ٠ ∵ ١ − س = ٠

∵ س = ١

(١) ص^{٢} س^{٢} = س

∵ مجموعة الحل = {٠، ١}

(١) ص^{٢} س^{٢} = ١ ص^{٢} |س| : (خطأ)

(٢) ص^{٢} س^{٢} = ص^{٢} س + ص^{٢} س : (خطأ)

(٣) ص^{٢} س^{٢} = ص^{٢} س + ص^{٢} س : (خطأ)

(٤) ص^{٢} س^{٢} = ص^{٢} س^{٢} ، س ∈ ح$^{+}$

س ∈ ح$^{+}$ − {١} : (خطأ)

(٥) ص^{٢} س^{س} = س : (صواب)

(٦) (صواب) (٧) (صواب)

(٨) ص^{٢} س^{٣} = ١ ص^{٢} |س| : (خطأ)

(١) (خطأ) (٢) (خطأ) (٣) (خطأ) (٤) (صواب) (٥) (خطأ)

(٦) (خطأ) (٧) (خطأ) (٨) (خطأ) (٩) (خطأ)

(١٠) (خطأ)

(١) ص^{٢} س^{٢} = (٢ + س)^{٢} ص^{٢} ∵ س^{٢} = ٢ + س

∵ س^{٢} − س − ٢ = ٠

∵ (س − ٢)(س + ١) = ٠

∵ س = ٢ أو س = −١ (مرفوض)

∴ س = ٢

∵ مجموعة الحل = {٢}

(٢) ص^{٢} س^{٢} = ٢ ص^{٢} (س + ٢)

∵ س^{٢} = ٢ (س + ٢)

∵ س^{٢} − ٢ س − ٤ = ٠

∵ س = ١ ± $\sqrt{٥}$

∵ مجموعة الحل = {١ + $\sqrt{٥}$ ، ١ − $\sqrt{٥}$}

(٣) ص^{٢} س^{٢} = ٢ ص^{٢} س

∵ س^{٢} = ٢ س ∵ س^{٢} − ٢ س = ٠

∵ س (س − ٢) = ٠

∵ س = ٠ ∵ س − ٢ = ٠

∵ مجموعة الحل = {٠، ٢}

(٤) ص^{٢} س^{٢} = ٢ ص^{٢} س + ٣ ص^{٢} س

∵ س^{٢} = ٢ س + ٣ ∵ س^{٢} − ٢ س − ٣ = ٠

∵ (س − ٣)(س + ١) = ٠

∵ س = ٣ أو س = −١

∵ مجموعة الحل = {٣، −١}

(٥) ص^{٢} س^{٢} = ٢ ص^{٢} س + ٣ ص^{٢} س

∵ س^{٢} = ٢ س + ٣ ∵ س^{٢} − ٢ س − ٣ = ٠

∵ (س − ٣)(س + ١) = ٠

∵ س = ٣ أو س = −١

∵ مجموعة الحل = {٣، −١}

(٦) ص^{٢} س^{٢} = ٢ ص^{٢} س + ٣ ص^{٢} س

∵ س^{٢} = ٢ س + ٣ ∵ س^{٢} − ٢ س − ٣ = ٠

∵ (س − ٣)(س + ١) = ٠

∵ س = ٣ أو س = −١

∵ مجموعة الحل = {٣، −١}

(٧) ص^{٢} س^{٢} = ٢ ص^{٢} س + ٣ ص^{٢} س

∵ س^{٢} = ٢ س + ٣ ∵ س^{٢} − ٢ س − ٣ = ٠

∵ (س − ٣)(س + ١) = ٠

∵ س = ٣ أو س = −١

∵ مجموعة الحل = {٣، −١}

(٨) ص^{٢} س^{٢} = ٢ ص^{٢} س + ٣ ص^{٢} س

∵ س^{٢} = ٢ س + ٣ ∵ س^{٢} − ٢ س − ٣ = ٠

∵ (س − ٣)(س + ١) = ٠

∵ س = ٣ أو س = −١

∵ مجموعة الحل = {٣، −١}

(٩) ص^{٢} س^{٢} = ٢ ص^{٢} س + ٣ ص^{٢} س

∵ س^{٢} = ٢ س + ٣ ∵ س^{٢} − ٢ س − ٣ = ٠

∵ (س − ٣)(س + ١) = ٠

∵ س = ٣ أو س = −١

∵ مجموعة الحل = {٣، −١}

(١٠) ص^{٢} س^{٢} = ٢ ص^{٢} س + ٣ ص^{٢} س

∵ س^{٢} = ٢ س + ٣ ∵ س^{٢} − ٢ س − ٣ = ٠

∵ (س − ٣)(س + ١) = ٠

∵ س = ٣ أو س = −١

∵ مجموعة الحل = {٣، −١}

(١١) ص^{٢} س^{٢} = ٢ ص^{٢} س + ٣ ص^{٢} س

∵ س^{٢} = ٢ س + ٣ ∵ س^{٢} − ٢ س − ٣ = ٠

∵ (س − ٣)(س + ١) = ٠

∵ س = ٣ أو س = −١

∵ مجموعة الحل = {٣، −١}

(١٢) ص^{٢} س^{٢} = ٢ ص^{٢} س + ٣ ص^{٢} س

∵ س^{٢} = ٢ س + ٣ ∵ س^{٢} − ٢ س − ٣ = ٠

∵ (س − ٣)(س + ١) = ٠

∵ س = ٣ أو س = −١

∵ مجموعة الحل = {٣، −١}

⑧ [illegible]

[illegible]

∴ مجموعة الحل = [illegible]

⑨ بفرض أن لو س = ص [illegible]

∴ (ص − ١)^2 = ٠

∴ لو س = ١

∴ م.ح = {[illegible]}

⑩ بفرض أن لو س = ص ∴ لو$_{س}$ ١٠ = $\frac{٢}{ص}$

∴ لو س − ٢ لو$_{س}$ ١٠ = ١

∴ ص − $\frac{٢}{ص}$ = ١ ∴ ص^2 − ص − ٢ = ٠

∴ (ص + ١) (ص − ٢) = ٠

∴ ص = −١ أو ص = ٢

∴ لو س = −١ أو لو س = ٢

∴ س = ١٠$^{-١}$ = $\frac{١}{١٠}$ أو س = ١٠^{٢} = ١٠٠

∴ م.ح = {$\frac{١}{١٠}$ ، ١٠٠}

⑪ لو $\frac{س}{٢}$ × لو $(\frac{س}{٢})^{-١}$ = −١

∴ −(لو $\frac{س}{٢}$)^2 = −١ ∴ (لو $\frac{س}{٢}$)^2 = ١

∴ لو $\frac{س}{٢}$ = ١ ومنها $\frac{س}{٢}$ = ١٠

[illegible]

∴ مجموعة الحل = [illegible]

[illegible]

∴ م.ح = [illegible]

[illegible]

∴ مجموعة الحل = [illegible]

[illegible]

أ، لو س = − لو ٥ − ١ = − لو ٥ − لو ١٠

= − لو ٥٠ = لو $(٥٠)^{-١}$

$\therefore$ س = $\frac{١}{٥٠}$

$\therefore$ مجموعة الحل = $\left\{\frac{١}{٢} ، \frac{١}{٥٠}\right\}$

⑰ $\text{لو}_{\text{س}}\ \frac{٤ \times ١٤}{٢٧} = ٢\ \text{لو}_{\text{س}}\ \text{س} + \text{لو}_{\text{س}}\ ٧$

$= \text{لو}_{\text{س}}\ (\text{س}^{٢} \times ٧)$

$\therefore$ ٧ $\text{س}^{٢} = \frac{٥٦}{٢٧}$ $\therefore$ $\text{س}^{٢} = \frac{٨}{٢٧}$

$\therefore$ س = $\frac{٢}{٣}$

$\therefore$ مجموعة الحل = $\left\{\frac{٢}{٣}\right\}$

⑱ لو $\left(\sqrt[٣]{٣\text{س} - ١} \times \sqrt[٣]{\text{س} - ٢}\right)$ = لو ٢٠ − لو ١٠

$\therefore$ لو $\sqrt[٣]{(٣\text{س} - ١)(\text{س} - ٢)}$ = لو ٢

$\therefore$ $\sqrt[٣]{(٣\text{س} - ١)(\text{س} - ٢)} = ٢$

$\therefore$ $(٣\text{س} - ١)(\text{س} - ٢) = ٢^{٣}$

$\therefore$ $٣\text{س}^{٢} - ٧\text{س} - ٦ = ٠$

$\therefore$ $(٣\text{س} + ٢)(\text{س} - ٣) = ٠$

$\therefore$ س = $-\frac{٢}{٣}$ (مرفوض) أ، س = ٣

$\therefore$ مجموعة الحل = {٣}

---

① $\frac{\text{لو س}}{\text{لو ٢}} = \frac{\text{لو ٩}}{\text{لو ٤}}$ $\therefore$ $\frac{\text{لو س}}{\text{لو ٢}} = \frac{\text{٢ لو ٣}}{\text{٢ لو ٢}}$

$\therefore$ لو س = لو ٣ $\therefore$ س = ٣

③ بأخذ لوغاريتم الطرفين

$\therefore$ لو $\text{س}^{\text{لو س}}$ = لو ١٠

$\therefore$ لو س لو س = ١ $\therefore$ $(\text{لو س})^{٢} = ١$

$\therefore$ لو س = ١ أ، لو س = −١

$\therefore$ س = ١٠ أ، س = ٠,١

$\therefore$ م.ح = {١٠ ، ٠,١}

④ $\frac{\text{لو س}}{\text{لو ٣}} = \frac{\text{لو ٣}}{\text{لو س}}$ $\therefore$ $(\text{لو س})^{٢} = (\text{لو ٣})^{٢}$

$\therefore$ لو س = لو ٣ ومنها س = ٣

أ، لو س = − لو ٣ = لو $٣^{-١}$

ومنها س = $\frac{١}{٣}$ $\therefore$ م.ح = $\left\{٣ ، \frac{١}{٣}\right\}$

⑤ $(\text{س})^{٢\,\text{لو}_{\text{س}}\,\text{س}}$ = ٩ لو ١٠ $\therefore$ $\text{س}^{٢} = ٩$

$\therefore$ س = ٣ أ، س = −٣ (مرفوض)

$\therefore$ مجموعة الحل = {٣}

⑥ $٤^{\text{لو س}} \times ٥^{\text{لو س}} = ٨٠٠٠$

$\therefore$ $٢٠^{\text{لو س}} = ٨٠٠٠$

$\therefore$ $٢٠^{\text{لو س}} = ٢٠^{٣}$

$\therefore$ لو س = ٣ $\therefore$ س = ١٠٠٠

$\therefore$ مجموعة الحل = {١٠٠٠}

⑦ $٢^{(\text{لو س})^{٢}} \times ٢^{٦} = ٢^{٥\,\text{لو س}}$

$\therefore$ $(\text{لو س})^{٢} + ٦ = ٥\ \text{لو س}$

$\therefore$ $(\text{لو س})^{٢} - ٥\ \text{لو س} + ٦ = ٠$

∴ م.ح = {٣}

(٢) بأخذ لوغاريتم للطرفين

∴ لو $٣^{\text{لو س}}$ = لو $٢^{\text{لو ٣}}$

∴ لو س لو ٣ = لو ٣ لو ٢ ∴ لو س = لو ٢

∴ س = ٢ ∴ م.ح = {٢}

∴ (لو س − ٢) (لو س − ٣) = ٠

∴ لو س = ٢ ومنها س = ١٠٠

أو لو س = ٣ ومنها س = ١٠٠٠

∴ مجموعة الحل = {١٠٠ ، ١٠٠٠}

∴ س = ٢٠

أو لو $\frac{\text{س}}{٩}$ = −١ ومنها $\frac{\text{س}}{٩}$ = $\frac{١}{١٠}$

∴ س = ٠,٩

∴ مجموعة الحل = {٢٠ ، ٠,٩}

[illegible]

[illegible]

∴ س = ٢ ∴ م.ح = {٢}

∴ مجموعة الحل = {١٠٠ ، ١٠٠٠}

∴ س = ٢٠

∴ مجموعة الحل = {٢٠ ، ٢٠}

∴ س = $\frac{١}{٢\sqrt{٢}}$

∴ مجموعة الحل = $\{\frac{١}{٢\sqrt{٢}}\}$

(١٦) $\frac{\text{لو س}}{\text{لو ٢}} = \frac{\text{لو (س + ٦)}}{\text{لو ١}}$

∴ $\frac{\text{لو س}}{\text{لو ٢}} = \frac{\text{لو (س + ٦)}}{\text{٢ لو ٢}}$

∴ ٢ لو س = لو (س + ٦)

∴ س^{٢} = س + ٦ ∴ س^{٢} − س − ٦ = ٠

∴ (س − ٣) (س + ٢) = ٠

∴ س = ٣ أو س = −٢ (مرفوض)

∴ مجموعة الحل = {٣}

(١٧) $\frac{\text{لو س}}{\text{لو ٢}} + \frac{\text{لو س}}{\text{لو ٤}} = \frac{-٣}{٢}$

∴ $\frac{\text{لو س}}{\text{لو ٢}} + \frac{\text{لو س}}{\text{٢ لو ٢}} = \frac{-٣}{٢}$

∴ $\frac{\text{٣ لو س}}{\text{٢ لو ٢}} = \frac{-٣}{٢}$ ∴ $\frac{\text{لو س}}{\text{لو ٢}} = -١$

∴ لو س = لو ٢$^{-١}$ ∴ س = $\frac{١}{٢}$

∴ م.ح = $\{\frac{١}{٢}\}$

(١٨) ∵ $\sqrt{\text{لو س}} = \text{لو}_{٢}\sqrt{\text{س}}$ بالتربيع

∴ لو س = لو$_{٢}\sqrt{\text{س}}$ × لو$_{٢}\sqrt{\text{س}}$

= لو$_{٢}$ س$^{\frac{١}{٢}}$ × لو$_{٢}$ س$^{\frac{١}{٢}}$

∴ لو س = $\frac{١}{٤}$ (لو$_{٢}$ س)^{٢}

∴ (لو$_{٢}$ س)^{٢} − ٤ لو$_{٢}$ س = ٠

∴ لو$_{٢}$ س (لو$_{٢}$ س − ٤) = ٠

∴ لو$_{٢}$ س = ٠ أو لو$_{٢}$ س = ٤

∴ س = ٢^{٠} = ١ أو س = ٢^{٤} = ١٦

∴ م.ح = {١ ، ١٦}

(١٩) بالتربيع للطرفين

∴ س لو$_{٢}\sqrt{\text{س}}$ = ١٠٠ بأخذ اللوغاريتم للطرفين

∴ لو$_{٢}\sqrt{\text{س}}$ لو س = ٢

∴ $\frac{١}{٢}$ (لو س)^{٢} = ٢ ∴ (لو س)^{٢} = ٤

∴ لو س = ٢ أو لو س = −٢

∴ س = ١٠٠ أو س = $\frac{١}{١٠٠}$

∴ م.ح = {١٠٠ ، $\frac{١}{١٠٠}$}

(٢٠) $\sqrt{\text{لو (٩١ + ٣ ٢}^{\frac{\text{س}}{٢}}\text{)}} = \sqrt{٢}$

∴ لو (٩١ + ٣ ٢$^{\frac{\text{س}}{٢}}$) = ٢

∴ ٩١ + ٣ ٢$^{\frac{\text{س}}{٢}}$ = ١٠^{٢} = ١٠٠

∴ ٣ ٢$^{\frac{\text{س}}{٢}}$ = ١٠٠ − ٩١ = ٩ ∴ ٢$^{\frac{\text{س}}{٢}}$ = ٣

∴ $\frac{\text{س}}{٢}$ = ٤ ∴ س = ٨

∴ مجموعة الحل = {٨}

(٢١) لو ١ − لو (٢^{س} + س − ١) = س (لو ٥ − لو ١٠)

∴ − لو (٢^{س} + س − ١) = س لو $\frac{١}{٢}$

∴ − لو (٢^{س} + س − ١) = − س لو ٢

∴ لو (٢^{س} + س − ١) = لو ٢^{س}

∴ ٢^{س} + س − ١ = ٢^{س}

∴ س − ١ = ٠ ∴ س = ١

∴ م.ح = {١}

١٢

(١) (د) (٢) (أ) (٣) (أ) (٤) (د) (٥) (أ)

(٦) (جـ) (٧) (د) (٨) (د) (٩) (ب)

١٤

(١) من هندسة الشكل

$\frac{\text{لو س}}{\text{لو ٦}} = \frac{\text{لو ٤٩}}{\text{لو ٧}}$ ∴ $\frac{\text{لو س}}{\text{لو ٦}} = \frac{\text{٢ لو ٧}}{\text{لو ٧}}$

∴ ٢ لو ٦ = لو س ∴ س = ٣٦

(٢) ع = لو$_{٨}$ ٢٤٣ = لو$_{٨}$ (٨١)$^{\frac{٥}{٤}}$ = $\frac{٥}{٤}$ لو$_{٨}$ ٨١ = $\frac{٥}{٤}$

، ∵ ع = $\frac{١}{٢}$ أ ع

∴ أ ع = $\frac{١٥}{٤}$ ، أ ع = $\frac{١}{٢}$ س ح

∴ س ح = ٢ × $\frac{١٥}{٤}$ = ٧.٥ سم

(٣) ق (∠ أ) = ٩٠° ، أ ع ⊥ $\overline{\text{ح ب}}$

∴ (أ ح)^{٢} = ح ع × ح ب

∴ (٥ $\sqrt{٣}$)^{٢} = لو$_{٣}$ ٢٧ × (لو$_{٣}$ ٢٧ + لو$_{٣}$ ٣)

∴ ٧٥ = لو$_{٣}$ ٢٧ × لو$_{٣}$ ٨١

∴ ٧٥ = ٣ لو$_{٣}$ ٣ × ٤ لو$_{٣}$ ٣

∴ ٧٥ = ١٢ (لو$_{٣}$ ٣)^{٢}

∴ (لو$_{٣}$ ٣)^{٢} = $\frac{٧٥}{١٢}$ = $\frac{٢٥}{٤}$

∴ لو$_{٣}$ ٣ = $\frac{٥}{٢}$ ومنها س$^{\frac{٥}{٢}}$ = ٣

∴ س = ٣$^{\frac{٢}{٥}}$ = ١.٦

أو لو$_{٣}$ ٣ = $\frac{٥}{٢}$ ومنها س$^{-\frac{٥}{٢}}$ = ٣

∴ س = $(\frac{١}{٣})^{\frac{٢}{٥}}$ = ٠.٦

(٤) ∵ أ ع ينصف ∠ أ ∴ $\frac{\text{جـ أ}}{\text{أ ب}} = \frac{\text{جـ ع}}{\text{ع ب}}$

∴ $\frac{\text{لو ٥}}{\text{لو س}} = \frac{\text{لو ب}}{\text{لو ب}^{٢}}$ ∴ $\frac{\text{لو ٥}}{\text{لو س}} = \frac{\text{لو ب}}{\text{٢ لو ب}}$

∴ ٢ لو$_{٥}$ ٥ × لو$_{٥}$ س ∴ لو$_{٥}$ ٢٥ = لو$_{٥}$ س

∴ $\frac{\text{لو ٢٥}}{\text{لو ٢}} = \frac{\text{لو س}}{\text{لو ٤}}$ ∴ $\frac{\text{لو ٢٥}}{\text{لو ٢}} = \frac{\text{لو س}}{\text{٢ لو ٢}}$

∴ لو س = ٢ لو ٢٥ = لو ٦٢٥

∴ س = ٦٢٥

١٢

(١) ∵ لو ص^{٢} = ٣ − لو ١٢٥

∴ لو ص^{٢} = لو ١٠٠٠ − لو ١٢٥ = لو $\frac{١٠٠٠}{١٢٥}$

∴ ص^{٢} = ٨ ∴ ص = ٢

∵ لو س ص = ١ − لو ٥ ويكون التعويض عن ص = ٥

∴ لو ٢ س = ١ − لو ٥ = لو ١٠ − لو ٥ = لو ٢

∴ ٢ س = ٢ ∴ س = ١

∴ مجموعة الحل = {(١ ، ٢)}

(٢) ∵ لو$_{٩}$ (س ص) + ٢ = ٢ + لو$_{٩}$ ٩

∴ لو$_{٩}$ (س ص) = لو$_{٩}$ ٩ ∴ س ص = ٩

، ∵ س = ١٠ − ص

∴ (١٠ − ص) ص = ٩

∴ ص^{٢} − ١٠ ص + ٩ = ٠

∴ (ص − ٩) (ص − ١) = ٠

∴ ص = ٩ ومنها س = ١ أو ص = ١ ومنها س = ٩

∴ مجموعة الحل = {(١ ، ٩) ، (٩ ، ١)}

(٣) ∵ ٢ لو س + ٢ لو ص = ١١ (١)

، ٢ لو س − ٢ لو ص = ٢ (٢)

وبضرب (١) × ٢ ، (٢) × ٢ والجمع

∴ ١٢ لو س = ٣٩ ∴ لو س = ٣

∴ س = ١٠٠٠ وبالتعويض في (١)

∴ ٢ لو ١٠٠٠ + ٢ لو ص = ١١

∴ ٩ + ٢ لو ص = ١١ ∴ لو ص = ١

∴ ص = ١٠

∴ مجموعة الحل = {(١٠٠٠ ، ١٠)}

١٣

(١) الطرف الأيمن = لو$_{٣}$ $\frac{\text{س}^{٢}\text{ ص}^{٢}}{\text{س}^{٢}\text{ ص}}$ = لو$_{٣}$ س^{٢} ص^{٢}

= لو$_{٣}$ (س ص)^{٢} = ٢ لو$_{٣}$ س ص

= ٢ لو$_{٣}$ ٩ $\sqrt{٣}$ = ٢ لو$_{٣}$ ٣$^{\frac{٣}{٢}}$ = ٣

(٢) ∵ $\frac{١}{٢}$ لو أ = $\frac{١}{٤}$ لو ب = لو جـ ∴ جـ = $\sqrt{\text{أ}}$

∴ أ = جـ^{٢} ، جـ = ب$^{\frac{١}{٢}}$ ∴ ب = جـ^{٤}

∴ أ ب = جـ^{٢} × جـ^{٤} = جـ^{٦}

(٧) ∵ لو $\frac{\text{س} + \text{ص}}{٢}$ = $\frac{١}{٢}$ لو (س ص) = لو (س ص)$^{\frac{١}{٢}}$

∴ $\frac{\text{س} + \text{ص}}{٢}$ = (س ص)$^{\frac{١}{٢}}$ وبتربيع الطرفين

∴ س^{٢} + ص^{٢} + ٢ س ص = ٩ س ص

∴ س^{٢} + ص^{٢} = ٧ س ص

وبالقسمة على س ص : ∴ $\frac{\text{س}}{\text{ص}}$ + $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ = ٧

(٨) ∵ ٢ لو س = ١ وبأخذ لوغاريتم الطرفين للأساس ٢

∴ لو س لو ٢ = ١

∴ لو س معكوس ضربي العدد لو ٢

وحيث ٢ = ٩ ∴ لو س لو ٢ = ١

∴ لو س لو ٩$^{\frac{١}{٢}}$ = ١ ∴ $\frac{١}{٢}$ لو س = ١

∴ لو س = ٢

(٩) لو س^{٢} = $\frac{\text{لو س}^{٢}}{\text{لو ٦}}$ = $\frac{٢ \text{ لو س}}{\text{لو ٦}}$ = $\frac{\text{لو س}}{\text{لو ٣}}$ = لو$_{٣}$ س

∴ لو س^{٢} + لو س^{٢} = ٢ لو س + لو س^{٢}

= ٢ لو س + ٢ لو س = ٤ لو س

(١٠) لو $\frac{\text{س}^{٢} + \text{ص}^{٢}}{\text{س ص}}$ = ٢ لو ٦

∴ لو س^{٢} ص^{٢} = لو ٣٦ ∴ س^{٢} ص^{٢} = ٣٦

∴ س ص = ٦ ∴ س = $\frac{٦}{\text{ص}}$

(١١) الطرف الأيمن = ٢ لو (س + ص)

= لو (س + ص)^{٢}

= لو (س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢})

= لو (١٠ س ص)

= لو ١٠ + لو س + لو ص

= ١ + لو س + لو ص

(١٢) لو (س + ص) = $\frac{١}{٢}$ لو (س ص) + لو ٢

∴ لو (س + ص) − لو ٢ = $\frac{١}{٢}$ لو (س ص)

∴ لو $\frac{\text{س} + \text{ص}}{٢}$ = لو (س ص)$^{\frac{١}{٢}}$

∴ $\frac{\text{س} + \text{ص}}{٢}$ = س$^{\frac{١}{٢}}$ ص$^{\frac{١}{٢}}$ بالتربيع

∴ س^{٢} + ص^{٢} + ٢ س ص = ٤ س ص

∴ س^{٢} − ٢ س ص + ص^{٢} = ٠

∴ (س − ص)^{٢} = ٠ ∴ س − ص = ٠

∴ س = ص

(١٣) ∵ لو س ص^{٢} = ١ ∴ س ص^{٢} = ١٠

∴ س = $\frac{١٠}{\text{ص}^{٢}}$ (١)

∵ لو س^{٢} ص = ١ ∴ س^{٢} ص = ١٠

ومن معادلة (١)

∴ $\frac{١٠}{\text{ص}^{٢}}$ ص = ١٠ ∴ $\frac{١٠}{\text{ص}^{٢}}$ = ١

∴ ص^{٣} = ١٠ ∴ ص = $\sqrt[٣]{١٠}$

ومن (١) س = ١٠$^{\frac{٢}{٣}}$

∴ لو س ص = لو (١٠$^{\frac{١}{٣}}$ × ١٠$^{\frac{٢}{٣}}$)

= لو ١٠$^{\frac{٣}{٣}}$ = $\frac{٣}{٣}$ لو ١٠ = $\frac{٣}{٣}$

(١٤) الطرف الأيسر = $\frac{١}{\text{لو س}}$ + $\frac{١}{\frac{\text{لو س}}{\text{لو ٣}}}$ = $\frac{\text{لو ٣}}{\text{لو س}}$

= لو ٣ س

لو س = ٢ لو ٣ = ١

بفرض أن لو س = ك

∴ ك + $\frac{٢}{\text{ك}}$ = ١ ∴ ك^{٢} + ٢ = ك

∴ ك^{٢} − ك + ٢ = ٠

∴ (ك − ١)(ك − ٢) = ٠

∴ ك = ١ أو ك = ٢

∴ لو س = ١ ∴ س = ٣

∴ لو س = ٢ ∴ س = ٩

∴ ح = {٣ ، ٩}

(١٥) ∵ لو س = $\frac{١}{\text{لو س}}$

∴ $\frac{١}{\text{لو س}}$ + $\frac{٧}{\text{لو ع}}$ = ٢ لو ع

∴ ٤ لو س + ٧ لو ع = ٢ لو ع

∴ س^{٤} × ع^{٧} = ع^{٢}

∴ س^{٤} ع^{٥} = ١ ∴ س ع = ١

(١٦) ∵ ص = ٤ لو س

وبأخذ اللوغاريتم للأساس ٢ للطرفين

∴ لو ص = لو س لو ٤

∴ لو ص = لو س ∴ ص = س

∴ ٢ لو ١٥ = ٢ لو $\sqrt{١٥}$ = ٢ لو ٧ = ٧

(١٧) لو س = ٤ لو $\sqrt{٣}$ = $\frac{٤ \text{ لو ٣}}{\text{لو ٣}}$ = $\frac{\text{س لو ٣}}{\text{لو ٣}}$ = س

∴ لو ٣^{٤} = ١٢٥ = لو$_{٣}$ (٥)^{٣} = $\frac{٣}{٤}$ = ٩

∴ لو $\sqrt{٣}$ = لو$_{٣}$ (٣)$^{\frac{١}{٢}}$ = $\frac{١}{٢}$ = $\frac{٢}{٤}$

∴ لو ٣^{٤} = لو $\sqrt{٣}$ = ٩ + $\frac{١}{٢}$ = $\frac{٢}{٤}$

(١٨) بوضع لو ٢ = س ∴ ب = ٢

∴ س لو ب = لو ٢ ∴ س = $\frac{\text{لو ٢}}{\text{لو ب}}$

∴ لو ٢ = $\frac{\text{لو ٢}}{\text{لو ب}}$

الطرف الأيمن = $\frac{١}{\text{لو ٢ + لو ب}}$ + $\frac{١}{\text{لو ٢ + لو ب}}$

= $\frac{١}{١ + \frac{\text{لو ٢}}{\text{لو ب}}}$ + $\frac{١}{١ + \frac{\text{لو ٢}}{\text{لو ب}}}$

= $\frac{\text{لو ب}}{\text{لو ٢ + لو ب}}$ + $\frac{\text{لو ب}}{\text{لو ٢ + لو ب}}$

= $\frac{\text{لو ٢ + لو ب}}{\text{لو ٢ + لو ب}}$ = ١

(١٩) لو $\frac{\text{١ + س + ١}}{(\text{١ + س})^{٢}}$ = ٠ ∴ $\frac{\text{٢ + س}}{(\text{١ + س})^{٢}}$ = ١

∴ (١ + س)^{٢} = ٢ + س

∴ ١ + ٢ س + س^{٢} = ٢ + س

∴ ١ − ٢ س + س^{٢} = ٠

∴ (١ − س)^{٢} = ٠ ∴ ١ − س = ٠

(٢٠) س^{٢} لو س = س^{٢} = ١٠

∴ لو (س^{٢} لو س = س^{٢}) = ٠ لو ١٠

∴ لو س^{٢} لو س + لو س^{٢} = ٠

∴ ٢ لو س لو س + ٢ لو س = ٠

∴ ٢ (لو س)^{٢} + ٢ لو س = ٠

∴ (٢ لو س + ٠) (لو س − ١) = ٠

∴ لو س = $\frac{٠}{٢}$ = ٠ ومنها س = ١٠^{٠} = $\frac{١}{١٠^{٠}}$

∴ لو س = ١ ومنها س = ١٠

(٢١) ص − $\frac{١}{\text{ص}}$ = ١ ∴ ص^{٢} − ص − ١ = ٠

∴ ص = $\frac{١ \pm \sqrt{١ + ٤ \times ١ \times (-١)}}{٢ \times ١}$ = $\frac{١ \pm \sqrt{٥}}{٢}$

∴ س = $\frac{١ \pm \sqrt{٥}}{٢}$

∴ س لو ١ = لو $\frac{١ \pm \sqrt{٥}}{٢}$

∴ س = لو $\frac{١ \pm \sqrt{٥}}{٢}$ (يرفض الحل الأيمن)

(٢٢) (س + ١) + (س − ١) = (٣)

∴ لو (س + ١)^{٢} + لو (س − ١)^{٢} = لو ٣

∴ لو (س + ١)^{٢} (س − ١)^{٢} = لو ٩

∴ (س^{٢} − ١)^{٢} = ٩ ∴ س^{٢} − ١ = ٣

∴ س^{٢} − ١ = −٣ (يرفض)

∴ س^{٢} = ٤ ∴ س = ٢

∴ ح = {−٢ ، ٢}

(٢٣) ∵ $\frac{١}{\text{لو س}}$ + $\frac{١}{\text{لو ص}}$ = ٠

∴ $\frac{١}{\text{لو س}}$ + $\frac{١}{\text{لو ص}}$ = ٠

(٢٤) ∵ لو س = ٠ لو ص

∴ لو س = ٠ ∴ س = ١

(٢٥) ∵ لو س = ٠ لو ص

∴ لو س = ٠ ∴ س = ١

(٢٦) ∵ لو س = ٠ لو ص

∴ لو س = ٠ ∴ س = ١

(١٤) $\text{ر}(-\text{س}) = \text{أ}\left(\sqrt{(-\text{س})^2 + 1} - (-\text{س})\right)$

$= \text{أ}\left(\sqrt{\text{س}^2 + 1} + \text{س}\right)$

المقدار داخل القوس

$= \text{أ}\left[\left(\sqrt{\text{س}^2 + 1} + \text{س}\right) \times \frac{\sqrt{\text{س}^2 + 1} - \text{س}}{\left(\sqrt{\text{س}^2 + 1} - \text{س}\right)}\right]$

$= \text{أ}\left(\frac{\sqrt{\text{س}^2 + 1} - \text{س}}{\text{س}^2 + 1 - \text{س}^2}\right)$

$= \text{أ}\left(\frac{\sqrt{\text{س}^2 + 1} - \text{س}}{1}\right)$

$= \text{أ}\left(\sqrt{\text{س}^2 + 1} - \text{س}\right)^{-1}$

$= -\text{أ}\left(\sqrt{\text{س}^2 + 1} - \text{س}\right) = -\text{ر}(\text{س})$

$\because \text{ر}(-\text{س}) = -\text{ر}(\text{س})$

$\therefore$ الدالة فردية.

(٢٠) $\text{أ}\,\text{س}^4 > 48$ $\quad\therefore 48.2 = 4 \times 12$

$48 > \text{أ}\,\text{س}^4 > 48$

$\therefore 48 < \text{أ}\,\text{س}^4 < 48.1$

$\therefore 48.1 > \text{أ}\,\text{س}^4 > 48$

$\therefore$ عدد أرقام العدد $\text{أ}\,\text{س}^4 = 49$ رقمًا

(١) $\because \text{أ}\,\text{س} + 2 = \text{أ}\,\text{س}$

$\therefore \text{أ}\,\text{س} = \frac{2}{\text{س}}$ $\quad\therefore 2 = \text{أ}\,\text{س} - \text{أ}\,\text{س}$

$\therefore \frac{\text{س}}{\text{س}} = 2^{(10)}$

$\therefore \text{س} = \text{س} \times 2^{(10)}$

(٢) $\because \text{أ}\,\text{س}^2 = \text{أ}\,\text{س}^3$

$\therefore \text{أ}\,\text{س}^2 - \text{أ}\,\text{س}^3 = 0$

$\because \text{أ}\,\text{س}^2(1 - \text{س}) = 0$

$\because \text{أ}\,\text{س}^2 = 0$ أو $1 - \text{س} = 0$

$\therefore \text{س} = 0$ أو $\text{س} = 1$

(٣) $\because \text{س}^2 - \text{س} - 12 = 0$

$\because (\text{س} - 4)(\text{س} + 3) = 0$

$\therefore \text{س} = 4$ أو $\text{س} = -3$ (مرفوض)

$\therefore \text{س} = 4$

(٤) $\because \text{س}^2 - 2\text{س} - 3 = 0$

$\because (\text{س} - 3)(\text{س} + 1) = 0$

$\therefore \text{س} = 3$ أو $\text{س} = -1$

(٥) $\because \text{أ}\,\text{س}^2 = 2\text{أ}\,\text{س} + 3$

$\because \text{أ}\,\text{س}^2 - 2\text{أ}\,\text{س} - 3 = 0$

$\because \text{أ}\,\text{س}^2 - 3\text{أ}\,\text{س} + \text{أ}\,\text{س} - 3 = 0$

$\because \text{أ}\,\text{س}(\text{س} - 3) + (\text{س} - 3) = 0$

$\because (\text{س} - 3)(\text{أ}\,\text{س} + 1) = 0$

$\therefore \text{س} = 3$ أو $\text{س} = -\frac{1}{\text{أ}}$

(٦) $\because \text{س}^2 - 2\text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}^2 - 3\text{س} + \text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}(\text{س} - 3) + (\text{س} - 3) = 0$

$\because (\text{س} - 3)(\text{س} + 1) = 0$

$\therefore \text{س} = 3$ أو $\text{س} = -1$ (مرفوض)

$\because \text{س} = 3$

$\therefore \text{س}^2 = 3^2 = 9$

(٧) $\because \text{س}^2 - 2\text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}^2 - 3\text{س} + \text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}(\text{س} - 3) + (\text{س} - 3) = 0$

$\because (\text{س} - 3)(\text{س} + 1) = 0$

$\therefore \text{س} = 3$ أو $\text{س} = -1$

$\because \text{س}^2 = 3^2 = 9$

$\because \text{س}^2 = (-1)^2 = 1$

$\therefore \text{س}^2 = 9$ أو $\text{س}^2 = 1$

(٨) $\because \text{س}^2 - 2\text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}^2 - 3\text{س} + \text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}(\text{س} - 3) + (\text{س} - 3) = 0$

$\because (\text{س} - 3)(\text{س} + 1) = 0$

$\therefore \text{س} = 3$ أو $\text{س} = -1$

$\because \text{س}^2 = 3^2 = 9$

$\because \text{س}^2 = (-1)^2 = 1$

$\therefore \text{س}^2 = 9$ أو $\text{س}^2 = 1$

(٩) $\because \text{س}^2 - 2\text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}^2 - 3\text{س} + \text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}(\text{س} - 3) + (\text{س} - 3) = 0$

$\because (\text{س} - 3)(\text{س} + 1) = 0$

$\therefore \text{س} = 3$ أو $\text{س} = -1$

$\because \text{س}^2 = 3^2 = 9$

$\because \text{س}^2 = (-1)^2 = 1$

$\therefore \text{س}^2 = 9$ أو $\text{س}^2 = 1$

(١٠) $\because \text{س}^2 - 2\text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}^2 - 3\text{س} + \text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}(\text{س} - 3) + (\text{س} - 3) = 0$

$\because (\text{س} - 3)(\text{س} + 1) = 0$

$\therefore \text{س} = 3$ أو $\text{س} = -1$

$\because \text{س}^2 = 3^2 = 9$

$\because \text{س}^2 = (-1)^2 = 1$

$\therefore \text{س}^2 = 9$ أو $\text{س}^2 = 1$

(١١) $\because \text{س}^2 - 2\text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}^2 - 3\text{س} + \text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}(\text{س} - 3) + (\text{س} - 3) = 0$

$\because (\text{س} - 3)(\text{س} + 1) = 0$

$\therefore \text{س} = 3$ أو $\text{س} = -1$

$\because \text{س}^2 = 3^2 = 9$

$\because \text{س}^2 = (-1)^2 = 1$

$\therefore \text{س}^2 = 9$ أو $\text{س}^2 = 1$

(١٢) $\because \text{س}^2 - 2\text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}^2 - 3\text{س} + \text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}(\text{س} - 3) + (\text{س} - 3) = 0$

$\because (\text{س} - 3)(\text{س} + 1) = 0$

$\therefore \text{س} = 3$ أو $\text{س} = -1$

$\because \text{س}^2 = 3^2 = 9$

$\because \text{س}^2 = (-1)^2 = 1$

$\therefore \text{س}^2 = 9$ أو $\text{س}^2 = 1$

(١٣) $\because \text{س}^2 - 2\text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}^2 - 3\text{س} + \text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}(\text{س} - 3) + (\text{س} - 3) = 0$

$\because (\text{س} - 3)(\text{س} + 1) = 0$

$\therefore \text{س} = 3$ أو $\text{س} = -1$

$\because \text{س}^2 = 3^2 = 9$

$\because \text{س}^2 = (-1)^2 = 1$

$\therefore \text{س}^2 = 9$ أو $\text{س}^2 = 1$

(١٤) $\because \text{س}^2 - 2\text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}^2 - 3\text{س} + \text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}(\text{س} - 3) + (\text{س} - 3) = 0$

$\because (\text{س} - 3)(\text{س} + 1) = 0$

$\therefore \text{س} = 3$ أو $\text{س} = -1$

$\because \text{س}^2 = 3^2 = 9$

$\because \text{س}^2 = (-1)^2 = 1$

$\therefore \text{س}^2 = 9$ أو $\text{س}^2 = 1$

(١٥) $\because \text{س}^2 - 2\text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}^2 - 3\text{س} + \text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}(\text{س} - 3) + (\text{س} - 3) = 0$

$\because (\text{س} - 3)(\text{س} + 1) = 0$

$\therefore \text{س} = 3$ أو $\text{س} = -1$

$\because \text{س}^2 = 3^2 = 9$

$\because \text{س}^2 = (-1)^2 = 1$

$\therefore \text{س}^2 = 9$ أو $\text{س}^2 = 1$

(١٦) $\because \text{س}^2 - 2\text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}^2 - 3\text{س} + \text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}(\text{س} - 3) + (\text{س} - 3) = 0$

$\because (\text{س} - 3)(\text{س} + 1) = 0$

$\therefore \text{س} = 3$ أو $\text{س} = -1$

$\because \text{س}^2 = 3^2 = 9$

$\because \text{س}^2 = (-1)^2 = 1$

$\therefore \text{س}^2 = 9$ أو $\text{س}^2 = 1$

(١) $\because \text{س}^2 - 2\text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}^2 - 3\text{س} + \text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}(\text{س} - 3) + (\text{س} - 3) = 0$

$\because (\text{س} - 3)(\text{س} + 1) = 0$

$\therefore \text{س} = 3$ أو $\text{س} = -1$

$\because \text{س}^2 = 3^2 = 9$

$\because \text{س}^2 = (-1)^2 = 1$

$\therefore \text{س}^2 = 9$ أو $\text{س}^2 = 1$

(٢) $\because \text{س}^2 - 2\text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}^2 - 3\text{س} + \text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}(\text{س} - 3) + (\text{س} - 3) = 0$

$\because (\text{س} - 3)(\text{س} + 1) = 0$

$\therefore \text{س} = 3$ أو $\text{س} = -1$

$\because \text{س}^2 = 3^2 = 9$

$\because \text{س}^2 = (-1)^2 = 1$

$\therefore \text{س}^2 = 9$ أو $\text{س}^2 = 1$

(٣) $\because \text{س}^2 - 2\text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}^2 - 3\text{س} + \text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}(\text{س} - 3) + (\text{س} - 3) = 0$

$\because (\text{س} - 3)(\text{س} + 1) = 0$

$\therefore \text{س} = 3$ أو $\text{س} = -1$

$\because \text{س}^2 = 3^2 = 9$

$\because \text{س}^2 = (-1)^2 = 1$

$\therefore \text{س}^2 = 9$ أو $\text{س}^2 = 1$

(٤) $\because \text{س}^2 - 2\text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}^2 - 3\text{س} + \text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}(\text{س} - 3) + (\text{س} - 3) = 0$

$\because (\text{س} - 3)(\text{س} + 1) = 0$

$\therefore \text{س} = 3$ أو $\text{س} = -1$

$\because \text{س}^2 = 3^2 = 9$

$\because \text{س}^2 = (-1)^2 = 1$

$\therefore \text{س}^2 = 9$ أو $\text{س}^2 = 1$

(٥) $\because \text{س}^2 - 2\text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}^2 - 3\text{س} + \text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}(\text{س} - 3) + (\text{س} - 3) = 0$

$\because (\text{س} - 3)(\text{س} + 1) = 0$

$\therefore \text{س} = 3$ أو $\text{س} = -1$

$\because \text{س}^2 = 3^2 = 9$

$\because \text{س}^2 = (-1)^2 = 1$

$\therefore \text{س}^2 = 9$ أو $\text{س}^2 = 1$

(٦) $\because \text{س}^2 - 2\text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}^2 - 3\text{س} + \text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}(\text{س} - 3) + (\text{س} - 3) = 0$

$\because (\text{س} - 3)(\text{س} + 1) = 0$

$\therefore \text{س} = 3$ أو $\text{س} = -1$

$\because \text{س}^2 = 3^2 = 9$

$\because \text{س}^2 = (-1)^2 = 1$

$\therefore \text{س}^2 = 9$ أو $\text{س}^2 = 1$

(٧) $\because \text{س}^2 - 2\text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}^2 - 3\text{س} + \text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}(\text{س} - 3) + (\text{س} - 3) = 0$

$\because (\text{س} - 3)(\text{س} + 1) = 0$

$\therefore \text{س} = 3$ أو $\text{س} = -1$

$\because \text{س}^2 = 3^2 = 9$

$\because \text{س}^2 = (-1)^2 = 1$

$\therefore \text{س}^2 = 9$ أو $\text{س}^2 = 1$

(٨) $\because \text{س}^2 - 2\text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}^2 - 3\text{س} + \text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}(\text{س} - 3) + (\text{س} - 3) = 0$

$\because (\text{س} - 3)(\text{س} + 1) = 0$

$\therefore \text{س} = 3$ أو $\text{س} = -1$

$\because \text{س}^2 = 3^2 = 9$

$\because \text{س}^2 = (-1)^2 = 1$

$\therefore \text{س}^2 = 9$ أو $\text{س}^2 = 1$

(٩) $\because \text{س}^2 - 2\text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}^2 - 3\text{س} + \text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}(\text{س} - 3) + (\text{س} - 3) = 0$

$\because (\text{س} - 3)(\text{س} + 1) = 0$

$\therefore \text{س} = 3$ أو $\text{س} = -1$

$\because \text{س}^2 = 3^2 = 9$

$\because \text{س}^2 = (-1)^2 = 1$

$\therefore \text{س}^2 = 9$ أو $\text{س}^2 = 1$

(١٠) $\because \text{س}^2 - 2\text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}^2 - 3\text{س} + \text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}(\text{س} - 3) + (\text{س} - 3) = 0$

$\because (\text{س} - 3)(\text{س} + 1) = 0$

$\therefore \text{س} = 3$ أو $\text{س} = -1$

$\because \text{س}^2 = 3^2 = 9$

$\because \text{س}^2 = (-1)^2 = 1$

$\therefore \text{س}^2 = 9$ أو $\text{س}^2 = 1$

(١١) $\because \text{س}^2 - 2\text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}^2 - 3\text{س} + \text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}(\text{س} - 3) + (\text{س} - 3) = 0$

$\because (\text{س} - 3)(\text{س} + 1) = 0$

$\therefore \text{س} = 3$ أو $\text{س} = -1$

$\because \text{س}^2 = 3^2 = 9$

$\because \text{س}^2 = (-1)^2 = 1$

$\therefore \text{س}^2 = 9$ أو $\text{س}^2 = 1$

(١٢) $\because \text{س}^2 - 2\text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}^2 - 3\text{س} + \text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}(\text{س} - 3) + (\text{س} - 3) = 0$

$\because (\text{س} - 3)(\text{س} + 1) = 0$

$\therefore \text{س} = 3$ أو $\text{س} = -1$

$\because \text{س}^2 = 3^2 = 9$

$\because \text{س}^2 = (-1)^2 = 1$

$\therefore \text{س}^2 = 9$ أو $\text{س}^2 = 1$

(١٣) $\because \text{س}^2 - 2\text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}^2 - 3\text{س} + \text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}(\text{س} - 3) + (\text{س} - 3) = 0$

$\because (\text{س} - 3)(\text{س} + 1) = 0$

$\therefore \text{س} = 3$ أو $\text{س} = -1$

$\because \text{س}^2 = 3^2 = 9$

$\because \text{س}^2 = (-1)^2 = 1$

$\therefore \text{س}^2 = 9$ أو $\text{س}^2 = 1$

(١٤) $\because \text{س}^2 - 2\text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}^2 - 3\text{س} + \text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}(\text{س} - 3) + (\text{س} - 3) = 0$

$\because (\text{س} - 3)(\text{س} + 1) = 0$

$\therefore \text{س} = 3$ أو $\text{س} = -1$

$\because \text{س}^2 = 3^2 = 9$

$\because \text{س}^2 = (-1)^2 = 1$

$\therefore \text{س}^2 = 9$ أو $\text{س}^2 = 1$

(١٥) $\because \text{س}^2 - 2\text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}^2 - 3\text{س} + \text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}(\text{س} - 3) + (\text{س} - 3) = 0$

$\because (\text{س} - 3)(\text{س} + 1) = 0$

$\therefore \text{س} = 3$ أو $\text{س} = -1$

$\because \text{س}^2 = 3^2 = 9$

$\because \text{س}^2 = (-1)^2 = 1$

$\therefore \text{س}^2 = 9$ أو $\text{س}^2 = 1$

(١٦) $\because \text{س}^2 - 2\text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}^2 - 3\text{س} + \text{س} - 3 = 0$

$\because \text{س}(\text{س} - 3) + (\text{س} - 3) = 0$

$\because (\text{س} - 3)(\text{س} + 1) = 0$

$\therefore \text{س} = 3$ أو $\text{س} = -1$

$\because \text{س}^2 = 3^2 = 9$

$\because \text{س}^2 = (-1)^2 = 1$

$\therefore \text{س}^2 = 9$ أو $\text{س}^2 = 1$

(٣) المقدار = لو طا ١° × لو طا ٢° × ... × لو طا ٤٥°
× ... × لو طا ٧٢°
= لو طا ١° × لو طا ٢° × ... × لو ١ × ... × لو طا ٧٢°
= صفر

٢

∵ لو$_{٢}$ س^{٢} = $\frac{\text{لو س}^{٢}}{\text{لو ٢}}$ = $\frac{٢ \text{ لو س}}{\text{٢ لو ٢}}$ = $\frac{\text{لو س}}{\text{لو ٢}}$

∴ لو$_{٢}$ س^{٣} = $\frac{\text{لو س}^{٣}}{\text{لو ٢}}$ = $\frac{٣ \text{ لو س}}{\text{٣ لو ٢}}$ = $\frac{\text{لو س}}{\text{لو ٢}}$

= لو$_{٢}$ س وهكذا

لو$_{٢}$ س^{ن} = $\frac{\text{لو س}^{ن}}{\text{لو ٢}}$ = $\frac{\text{ن لو س}}{\text{ن لو ٢}}$ = $\frac{\text{لو س}}{\text{لو ٢}}$

= لو$_{٢}$ س

∴ لو$_{٢}$ س^{١} + لو$_{٢}$ س^{٢} + لو$_{٢}$ س^{٣} + ...
+ لو$_{٢}$ س^{ن}

= لو$_{٢}$ س + لو$_{٢}$ س + لو$_{٢}$ س + ... + لو$_{٢}$ س

= ن لو$_{٢}$ س = لو$_{٢}$ س^{ن}

ارشادات التطبيقات الحياتية على الوحدة الثانية

١

الزيادة في طول نصف القطر

= $\left(\frac{\pi \times ٢٦ \times ٣}{\pi \times ٤}\right)^{\frac{١}{٣}} - \left(\frac{\pi \times \frac{٢٢}{٧} \times ٣}{\pi \times ٤}\right)^{\frac{١}{٣}}$

= $(٢٧)^{\frac{١}{٣}} - (٨)^{\frac{١}{٣}}$ = ١ وحدة طول.

٢

(١) حـ$_{١٠}$ (مجموع العشرة أعداد الأولى)

= ٢ (٢^{١٠} − ١) = ٢^{١١} − ٢ = ٢٠٤٦

(٢) حـ$_{ن}$ = ١٣١٠٧٠

∴ ٢ (٢^{ن} − ١) = ١٣١٠٧٠

∴ ٢^{ن} − ١ = ٦٥٥٣٥ ∴ ٢^{ن} = ٦٥٥٣٦

∴ ٢^{ن} = ٢^{١٦} ∴ ن = ١٦

عدد الحدود = ١٦ حدًا

٤

(١) د (٠) = ٧٠ − ٤ لو$_{٢}$ ١ = ٧٠ درجة

(٢) د (٧) = ٧٠ − ٤ لو$_{٢}$ ٨ = ٥٨ درجة

٥

(١) د (٠) = ٨٥ − ٢٥ لو ١ = ٨٥ °م

(٢) د (٣) = ٨٥ − ٢٥ لو ٤ = ٦٩,٩٧ °م

(٣) د (١٢) = ٨٥ − ٢٥ لو ١٣ = ٥٧,١٥ °م

٦

(١) د (٣٦٠٠) = $\frac{١٠}{١٠٠}$ × ٣٦٠٠ = ٣٦٠ جنيهًا.

(٢) د (٨٠٠٠) = $\frac{١}{١٠٠}$ × ٨٠٠٠ × ١٠٠ لو (٨٠٠٠ − ٤٩٩٩)

= ١١٤٧,٧٢٦٦ جنيهًا.

٦

(١) الرقم الهيدروجيني = − لو ١٠$^{-٣}$

= ٣ لو ١٠ = ٣

(٢) عندما يكون الرقم الهيدروجيني = ٩

∴ ٩ = − لو [H^{+}] ∴ لو [H^{+}] = −٩

∴ [H^{+}] = ١٠$^{-٩}$

أي أن تركيز الهيدروجين = ١٠$^{-٩}$

٧

(١) أ هو عدد السكان الابتدائي ، ب هو عدد السنوات

∴ عدد السكان بعد ب سنة = أ (١ + $\frac{٧}{١٠٠}$)^{ب}

= أ (١,٠٧)^{ب}

∴ عدد السكان بعد عام = أ (١,٠٧)

(٢) عندما يتضاعف عدد السكان

∴ أ (١,٠٧)^{ب} = ٢ أ ∴ (١,٠٧)^{ب} = ٢

بأخذ اللوغاريتم للطرفين

∴ ب لو ١,٠٧ = لو ٢

∴ ب = $\frac{\text{لو ٢}}{\text{لو ١,٠٧}}$ = ١٠,٢٤ سنة

٨

∵ ح = ٢٠٠ (٢,٢)^{ن}

(١) عام ٢٠١٥ يكون عدد السكان

ح = ٢٠٠ (٢,٢)^{١٥} = ٥١١٢٥٣٥٥ نسمة

(٢) عندما يصبح عدد السكان ١ مليون نسمة

∴ ١ = ٢٠٠ (٢,٢)^{ن} ∴ (٢,٢)^{ن} = ٥

∴ (٢,٢)^{ن} = (٢,٢)^{٣} ∴ ن = ٣

بأخذ اللوغاريتم للطرفين

∴ ن لو (٢,٢) = لو ٥ ∴ ن = $\frac{\text{لو ٥}}{\text{لو ٢,٢}}$ = ٣ سنوات

٩

(١) ∵ ب = لو $\frac{\text{ضخ}}{\text{قوة}}$

∴ ب = لو $\frac{\text{ضغط الدم الحالي}}{\text{ضغط الدم الطبيعي}}$ = لو $\frac{١٢٠}{٨٠}$

= ٠,٦

أي أن الزيادة درجة طبي مقياس ريختر = ٠,٦

(٢) عندما تكون شدة الزلزال ب = ٥ درجات

∴ ب = لو $\frac{\text{أ}}{\text{أ}_{٠}}$ ∴ ٥ = لو $\frac{\text{أ}}{\text{أ}_{٠}}$

∴ أ = ١٠^{٥} أ$_{٠}$

عندما تكون شدة الزلزال ب = ٢ درجات

∴ ٢ = لو $\frac{\text{أ}}{\text{أ}_{٠}}$ ∴ أ = ١٠^{٢} أ$_{٠}$

∴ $\frac{\text{أ}}{\text{أ}}$ = $\frac{١٠^{٥}}{١٠^{٢}}$ = ١٠^{٣} = ١٠٠٠ مرة

∴ شدة الزلزال الأول أكبر من الثاني بـ ١٠٠٠ مرة

١٠

∵ ب = ٥ لو $\frac{\text{ن}}{٢٠}$

∴ ب = ٥ لو $\frac{٤٠}{٢٠}$ = ٥ لو ٢

∴ ب = ٥ × ٠,٣٠١ = ١,٥٠٥ سنوات

١١

∵ ب = ٢ (١ − ش^{ن})

عندما تتوقف الآلة عن التشغيل

∴ ب = ٢ ∴ ٢ = ٢ (١ − ش^{ن})

∴ ١ = ش^{ن} ∴ ن = ٠ سنة

أي أن الآلة تتوقف عن العمل بعد ٠ سنوات

١٢

∵ ب = $\frac{\text{أ}}{\text{ن}}$ ∴ ن = $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$

∴ ن = $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ = $\frac{٩٠}{٣٠}$ = ٣ سنوات

∴ عدد الأقساط = ٣ × ١٢ = ٣٦ قسطًا

إجابات
تمارين

التفاضل وحساب المثلثات

إجابات الوحدة الثالثة

تمارين 12

1

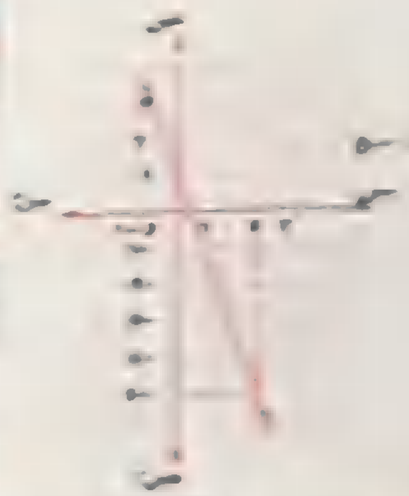
س	٠,٩	٠,٩٩	٠,٩٩٩	١	٢	٣	٣,٠١	٣,٠٠١
ق(س)	١٣,٥	١٣,٩٥	١٣,٩٩٥	غير معرفة	١٤	غير معرفة	١٤,٠٠٥	١٤,٠٠٥

∴ نهـا ق(س) = ١٤
س ← ٣

2

(١) جبريًا :

∴ نهـا (١ − ٢ س) = −٥
س ← ٢



عدديًا :

س	١,٩	١,٩٩	١,٩٩٩	٢	٢,٠٠١	٢,٠١	٢,١
ق(س)	−٢,٨	−٣,٩٨	−٣,٩٩٨	غير معرفة	−٤,٠٠٢	−٤,٠٢	−٤,٢

∴ نهـا (١ − ٢ س) = −٥
س ← ٢

(٢) جبريًا :

∴ نهـا (س² − ٢)
س ← ٠

عدديًا :

س	−٠,١	−٠,٠١	−٠,٠٠١	٠	٠,٠٠١	٠,٠١	٠,١
ق(س)	−١,٩٩	−١,٩٩٩٩	−١,٩٩٩٩٩٩	غير معرفة	−١,٩٩٩٩٩٩	−١,٩٩٩٩	−١,٩٩

∴ نهـا (س² − ٢) = −٢
س ← ٠

3

(١) غير معرفة (٢) ∞
(٣) ∞ (٤) ∞

4

(١) غير معرفة (٢) ∞
(٣) −∞ (٤) غير موجودة

5

(١) ٢ (٢) ١ (٣) ١
(٤) ١ (٥) ١,٥ (٦) ١,٥

6

(١) ١ (٢) −١ (٣) ٣ (٤) غير موجودة

7

(١) ٢ (٢) ١ (٣) ١ (٤) ١

8

(١) غير معرفة (٢) ∞
(٣) ∞ (٤) ∞

9

(١) غير معرفة (٢) ∞
(٣) −∞ (٤) غير موجودة

10

(١) ١ (٢) ١ (٣) ١ (٤) غير موجودة
(٥) غير معرفة (٦) ٢ (٧) ٢ (٨) ٢

11

(١) صفر (٢) ∞
(٣) غير موجودة (٤) غير موجودة

12

(١) صفر (٢) −∞ (٣) غير موجودة
(٤) −١ (٥) غير موجودة
(٦) ١ (٧) صفر (٨) غير موجودة
(٩) صفر (١٠) غير موجودة

13

(١) ٤ (٢) غير موجودة
(٣) غير موجودة (٤) ٤ ، ٤ ، غير معرفة
(٥) ٢ (٦) ٢ (٧) ٢
(٨) ٢ (٩) ١ (١٠) غير موجودة
(١١) ٤ (١٢) غير موجودة

14

(١) (جـ) (٢) (بـ) (٣) (−١) (٤) (١١)
(٥) (د) (٦) (١) (٧) (جـ)

إرشادات لحل رقم 14

(١) لاحظ أن كلًا من الشكلين (أ) ، (بـ) ، (جـ) تحتوي على قفزة عند س = ٣ وبالتالي لا توجد قيمة نهاية عند س = ٣

أما شكل (بـ) يحتوي على فجوة عند س = ٣ وبالتالي توجد له نهاية عند س = ٣

(٢) عندما س ←

∴ طول الوتر أ جـ ← طول القطر (٢ نق)

أي أن س ← ١

(٣) عندما س ← $\frac{\pi}{٢}$

∴ س ← $\frac{\pi}{٢}$ − $\frac{\pi}{٢}$

أي أن س ← ٠

(٤) ∵ المنحنى يقطع محور السينات عند س = ٠

∴ المنحنى مر بالنقطة (٠ ، ٠)

∴ ق(٠) = ٠

∴ نهـا ق(س) = صفر
س ← ٠

(٥) ∵ المنحنى يقطع محور السينات عند س = ٢

∴ المنحنى مر بالنقطة (٢ ، ٠)

∴ ق(٢) = ٠

∴ نهـا ق(س) = ٠
س ← ٢

(٦) ∵ نهـا ق(س) = ٢
س ← ٠

∴ نهـا ق(س) = ٢
س ← ٠

(٧) ∵ نهـا ق(س) = ٢
س ← ٠

∴ نهـا ق(س) = ٢
س ← ٠

∴ نهـا ق(س) = ٢
س ← ٠

(٨) ∵ نهـا ق(س) = ٢
س ← ٠

∴ نهـا ق(س) = ٢
س ← ٠

15

(١) −١ (٢) −١ (٣) −١ (٤) −١
(٥) −١ (٦) −١ (٧) −١ (٨) −١
(٩) −١ (١٠) −١ (١١) −١ (١٢) −١

16

(١) ٢ (٢) ٢ (٣) ٢ (٤) ٢
(٥) ٢ (٦) ٢ (٧) ٢ (٨) ٢

$$= \lim_{x \to 2} \frac{8}{3x + 8} = 8$$

(٢٤) $$\lim_{x \to 2} \frac{8(3 - x)}{(3 - x)(3 + x)}$$

$$= \lim_{x \to 3} \frac{x + 3}{4x + 3} = \frac{5}{8}$$

(٢٥) $$\lim_{x \to 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{(4x + 3)(x - 1)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x + 1}{-7} = \frac{2}{-7}$$

(٢٦) $$\lim_{x \to 6} \frac{(x - 6)(x + 6)}{-(x - 6)}$$

$$= \lim_{x \to 6} (x - 6) = -\frac{12}{2}$$

(٢٧) $$\lim_{x \to 4} \frac{(4x - 1)}{(4x - 1)(x - 4)}$$

$$= \lim_{x \to 4} \frac{x - 4}{x - 3} = \frac{4}{3}$$

(٢٨) $$\lim_{x \to 3} \frac{(x - 3)(x + 1)}{(x - 3)(x + 1)}$$

$$= \lim_{x \to 3} \frac{x + 1}{x} = \frac{4}{3}$$

(٢٩) $$\lim_{x \to 1} \frac{(x - 3)(x + 1)}{x(x - 3)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{(x - 3)(x + 1)}{(x + 2)(x - 3)}$$

(٣٠) $$\lim_{x \to 1} \frac{(x - 3)(x + 3)}{(x + 2)(x + 1)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x + 3}{x + 2} = \frac{4}{3}$$

(٣١) $$\lim_{x \to 3} \frac{(x - 3)(x + 3)}{(x + 2)(x - 3)}$$

$$= \lim_{x \to 3} \frac{x + 3}{x + 2} = \frac{6}{5}$$

(٣٢) $$\lim_{x \to 3} \frac{(x - 3)(x + 3)}{(x + 2)(x + 1)(x - 3)}$$

$$= \lim_{x \to 3} \frac{x + 3}{x^2 + 3x + 2} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

(٣٣) $$\lim_{x \to 1} \frac{x(x + 1)}{(x + 1)(x - 1)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x}{x - 1} = \frac{1}{0}$$

(٣٤) $$\lim_{x \to 1} \frac{x(x + 1)}{x^2 - x - 2}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x + 1}{x + 2} = 2$$

(٣٥) $$\lim_{x \to 1} \frac{x(x + 1)}{(x + 1 - 1)(x + 1 + 1)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

(٣٦) $$\lim_{x \to 1} \frac{x(x + 1)}{(x + 1)^2 - (x + 1) + 1} = \frac{2}{3}$$

(٣٧) $$\lim_{x \to 1} \frac{x(x + 1)}{(x + 1 + 1)[(x + 1)^2 - (x + 1) + 1]}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x + 1}{x^2 - x + 1} = \frac{2}{3}$$

(٣٨) $$\lim_{x \to 1} \frac{(x - 1)(x + 1)(x + 1)}{(x - 1 - 1)(x - 1 + 1)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{0}{2(x - 1)} = \frac{0}{-2}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{0 \cdot x}{2x(x - 1)}$$

(٣٩) $$\lim_{x \to 1} \frac{0 \cdot x}{2x^2 - 2x}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x + 1}{x + 2} = 2$$

(٤٠) $$\lim_{x \to 1} \frac{x(x + 1)}{(x + 1 - 1)(x + 1 + 1)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x(x + 1)}{x(x + 2)} = \frac{2}{3}$$

(٤١) $$\lim_{x \to 1} \frac{x(x + 1)}{x^2 + 3x + 2}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x(x + 1)}{x^2 + 3x + 2}$$

(٤٢) $$\lim_{x \to 1} \frac{x(x + 1)}{x^2 - x - 2}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

(٤٣) $$\lim_{x \to 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)(x + 2)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

(٤٤) $$\lim_{x \to 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)(x + 2)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

(٤٥) $$\lim_{x \to 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)(x + 2)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

(٤٦) $$\lim_{x \to 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)(x + 2)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

(٤٧) $$\lim_{x \to 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)(x + 2)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

(٤٨) $$\lim_{x \to 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)(x + 2)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

(٤٩) $$\lim_{x \to 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)(x + 2)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

(٥٠) $$\lim_{x \to 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)(x + 2)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

(٥١) $$\lim_{x \to 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)(x + 2)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

(٥٢) $$\lim_{x \to 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)(x + 2)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

(٥٣) $$\lim_{x \to 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)(x + 2)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

(٥٤) $$\lim_{x \to 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)(x + 2)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

(٥٥) $$\lim_{x \to 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)(x + 2)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

(٥٦) $$\lim_{x \to 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)(x + 2)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

(٥٧) $$\lim_{x \to 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)(x + 2)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

(٥٨) $$\lim_{x \to 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)(x + 2)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

(٥٩) $$\lim_{x \to 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)(x + 2)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

(٦٠) $$\lim_{x \to 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)(x + 2)}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x + 1}{x + 2} = \frac{2}{3}$$

③ $\underset{\text{س}\to 4}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{س}(\text{س}-4)(\text{س}^2+4\text{س}-5)}{(\text{س}-4)}$

$= \underset{\text{س}\to 4}{\text{نهـا}} \text{س}(\text{س}^2+4\text{س}-5) = 108$

④ $\underset{\text{س}\to 2}{\text{نهـا}} \dfrac{(\text{س}+2)(2\text{س}^2-\text{س}+2)}{(\text{س}+2)(\text{س}^2-2\text{س}+4)}$

$= \underset{\text{س}\to 2}{\text{نهـا}} \dfrac{(2\text{س}^2-\text{س}+2)}{\text{س}^2-2\text{س}+4} = \dfrac{12}{12} = 1$

⑤ $\underset{\text{س}\to 2}{\text{نهـا}} \dfrac{(\text{س}+2)^2}{(\text{س}-3)(\text{س}+2)^2}$

$= \underset{\text{س}\to 2}{\text{نهـا}} \dfrac{1}{\text{س}-3} = \dfrac{1}{5}$

⑥ $\underset{\text{س}\to 1}{\text{نهـا}} \dfrac{(\text{س}-1)^2(\text{س}-3)}{\text{س}(\text{س}-1)^2}$

$= \underset{\text{س}\to 1}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{س}-3}{\text{س}} = -2$

د

① $\underset{\text{س}\to 9}{\text{نهـا}} \dfrac{(\sqrt{\text{س}}-3)(\sqrt{\text{س}}+3)}{(\text{س}-9)(\sqrt{\text{س}}+3)}$

$= \underset{\text{س}\to 9}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{س}-9}{(\text{س}-9)(\sqrt{\text{س}}+3)}$

$= \underset{\text{س}\to 9}{\text{نهـا}} \dfrac{1}{\sqrt{\text{س}}+3} = \dfrac{1}{6}$

② $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{(\sqrt{\text{س}-1}-2)(\sqrt{\text{س}-1}+2)}{(\text{س}-5)(\sqrt{\text{س}-1}+2)}$

$= \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{س}-1-4}{(\text{س}-5)(\sqrt{\text{س}-1}+2)}$

$= \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{1}{\sqrt{\text{س}-1}+2} = \dfrac{1}{4}$

③ $\underset{\text{س}\to 4}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{س}+1}{\sqrt{\text{س}+5}-2} \times \dfrac{\sqrt{\text{س}+5}+2}{\sqrt{\text{س}+5}+2}$

$= \underset{\text{س}\to 4}{\text{نهـا}} \dfrac{(\text{س}+1)(\sqrt{\text{س}+5}+2)}{\text{س}+5-4}$

$= \underset{\text{س}\to 4}{\text{نهـا}} (\sqrt{\text{س}+5}+2) = 4$

④ $\underset{\text{س}\to 3}{\text{نهـا}} \dfrac{(\sqrt{3-2\text{س}}-\sqrt{3})(\sqrt{3-2\text{س}}+\sqrt{3})}{\text{س}(\sqrt{3-2\text{س}}+\sqrt{3})}$

$= \underset{\text{س}\to 3}{\text{نهـا}} \dfrac{3-2\text{س}-3}{\text{س}[\sqrt{3-2\text{س}}+\sqrt{3}]}$

$= \underset{\text{س}\to 3}{\text{نهـا}} \dfrac{-2}{\sqrt{3-2\text{س}}+\sqrt{3}} = \dfrac{-1}{\sqrt{3}}$

⑤ $\underset{\text{س}\to 1}{\text{نهـا}} \dfrac{(\sqrt{2\text{س}+9}-3)(\sqrt{2\text{س}+9}+3)}{\text{س}(\text{س}+1)(\sqrt{2\text{س}+9}+3)}$

$= \underset{\text{س}\to 1}{\text{نهـا}} \dfrac{2\text{س}+9-9}{\text{س}(\text{س}+1)(\sqrt{2\text{س}+9}+3)}$

$= \underset{\text{س}\to 1}{\text{نهـا}} \dfrac{2}{(\text{س}+1)(\sqrt{2\text{س}+9}+3)} = \dfrac{1}{3}$

⑥ $\underset{\text{س}\to 5}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{س}(\text{س}-5)}{(\sqrt{\text{س}+4}-3)} \times \dfrac{(\sqrt{\text{س}+4}+3)}{(\sqrt{\text{س}+4}+3)}$

$= \underset{\text{س}\to 5}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{س}(\text{س}-5)(\sqrt{\text{س}+4}+3)}{\text{س}+4-9}$

$= \underset{\text{س}\to 5}{\text{نهـا}} \text{س}(\sqrt{\text{س}+4}+3) = 30$

⑦ $\underset{\text{س}\to 2}{\text{نهـا}} \dfrac{(\text{س}-3)(\text{س}+2)(\sqrt{5\text{س}-6}+3)}{(\sqrt{5\text{س}-6}-3)(\sqrt{5\text{س}-6}+3)}$

$= \underset{\text{س}\to 2}{\text{نهـا}} \dfrac{(\text{س}-3)(\text{س}+2)(\sqrt{5\text{س}-6}+3)}{5\text{س}-6-9}$

$= \underset{\text{س}\to 2}{\text{نهـا}} \dfrac{(\text{س}-3)(\text{س}+2)(\sqrt{5\text{س}-6}+3)}{5(\text{س}-3)}$

$= \underset{\text{س}\to 2}{\text{نهـا}} \dfrac{(\text{س}+2)(\sqrt{5\text{س}-6}+3)}{5} = 6$

⑧ $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{(\sqrt{1+\text{س}}-\sqrt{1-\text{س}})(\sqrt{1+\text{س}}+\sqrt{1-\text{س}})}{2\text{س}(\sqrt{1+\text{س}}+\sqrt{1-\text{س}})}$

$= \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{1+\text{س}-1+\text{س}}{2\text{س}(\sqrt{1+\text{س}}+\sqrt{1-\text{س}})}$

$= \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{1}{\sqrt{1+\text{س}}+\sqrt{1-\text{س}}} = \dfrac{1}{2}$

⑨ $\underset{\text{س}\to 1}{\text{نهـا}} \dfrac{(\text{س}-1)(\sqrt{2\text{س}-1}+\sqrt{\text{س}})}{(\sqrt{2\text{س}-1}-\sqrt{\text{س}})(\sqrt{2\text{س}-1}+\sqrt{\text{س}})}$

$= \underset{\text{س}\to 1}{\text{نهـا}} \dfrac{(\text{س}-1)(\sqrt{2\text{س}-1}+\sqrt{\text{س}})}{2\text{س}-1-\text{س}}$

$= \underset{\text{س}\to 1}{\text{نهـا}} \dfrac{(\text{س}-1)(\sqrt{2\text{س}-1}+\sqrt{\text{س}})}{2(\text{س}-1)}$

$= \underset{\text{س}\to 1}{\text{نهـا}} \dfrac{\sqrt{2\text{س}-1}+\sqrt{\text{س}}}{2} = 1$

⑩ $\underset{\text{س}\to 1}{\text{نهـا}} \dfrac{\sqrt{\text{س}^2+8}-2}{\text{س}-1} \times \dfrac{\sqrt{\text{س}^2+8}+2}{\sqrt{\text{س}^2+8}+2}$

$= \underset{\text{س}\to 1}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{س}^2+8-9}{(\text{س}+1)(\sqrt{\text{س}^2+8}+2)}$

$= \underset{\text{س}\to 1}{\text{نهـا}} \dfrac{(\text{س}-1)(\text{س}+1)}{(\text{س}+1)(\sqrt{\text{س}^2+8}+2)}$

$= \underset{\text{س}\to 1}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{س}-1}{\sqrt{\text{س}^2+8}+2} = \dfrac{1}{4}$

⑪ $\underset{\text{س}\to 1}{\text{نهـا}} \dfrac{(1-\text{س})(2+\sqrt{\text{س}^2+3})}{(2-\sqrt{\text{س}^2+3})(2+\sqrt{\text{س}^2+3})}$

$= \underset{\text{س}\to 1}{\text{نهـا}} \dfrac{(1-\text{س})(2+\sqrt{\text{س}^2+3})}{4-\text{س}^2-3}$

$= \underset{\text{س}\to 1}{\text{نهـا}} \dfrac{(1-\text{س})(2+\sqrt{\text{س}^2+3})}{(1-\text{س})(1+\text{س})}$

$= \underset{\text{س}\to 1}{\text{نهـا}} \dfrac{2+\sqrt{\text{س}^2+3}}{1+\text{س}} = 2$

⑫ $\underset{\text{س}\to 2}{\text{نهـا}} \dfrac{(\sqrt{\text{س}+10}-2)(\sqrt{\text{س}+10}+2)(\sqrt{\text{س}-2}+1)}{(\sqrt{\text{س}-2}-1)(\sqrt{\text{س}+10}+2)(\sqrt{\text{س}-2}+1)}$

$= \underset{\text{س}\to 2}{\text{نهـا}} \dfrac{(\text{س}+10-4)(\sqrt{\text{س}-2}+1)}{(\text{س}-2-1)(\sqrt{\text{س}+10}+2)}$

$= \underset{\text{س}\to 2}{\text{نهـا}} \dfrac{\sqrt{\text{س}-2}+1}{\sqrt{\text{س}+10}+2} = \dfrac{1}{4}$

⑬ $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{(\sqrt{\text{س}+10}-\sqrt{10})(\sqrt{\text{س}+10}+\sqrt{10})(\sqrt{\text{س}+2}+\sqrt{2})}{(\sqrt{\text{س}+2}-\sqrt{2})(\sqrt{\text{س}+2}+\sqrt{2})(\sqrt{\text{س}+10}+\sqrt{10})}$

$= \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{(\text{س}+10-10)(\sqrt{\text{س}+2}+\sqrt{2})}{(\text{س}+2-2)(\sqrt{\text{س}+10}+\sqrt{10})}$

$= \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{س}(\sqrt{\text{س}+2}+\sqrt{2})}{\text{س}(\sqrt{\text{س}+10}+\sqrt{10})}$

$= \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{\sqrt{\text{س}+2}+\sqrt{2}}{\sqrt{\text{س}+10}+\sqrt{10}} = \dfrac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{10}} = \sqrt{0.2}$

⑭ $\underset{\text{س}\to 3}{\text{نهـا}} \dfrac{(\text{س}-3)(\sqrt{\text{س}+10}-\sqrt{13})}{(\text{س}-3)(\sqrt{\text{س}+10}+\sqrt{13})}$

$= \underset{\text{س}\to 3}{\text{نهـا}} \dfrac{(\text{س}-3)(\sqrt{\text{س}+10}-\sqrt{13})}{\text{س}^2-\text{س}-6}$

$= \underset{\text{س}\to 3}{\text{نهـا}} \dfrac{(\text{س}-3)(\sqrt{\text{س}+10}-\sqrt{13})}{(\text{س}-3)(\text{س}+2)}$

$= \underset{\text{س}\to 3}{\text{نهـا}} \dfrac{\sqrt{\text{س}+10}-\sqrt{13}}{\text{س}+2} = \dfrac{3}{5}$

---

٦ $\underset{\text{س}\to 2}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{د}(\text{س})-0}{\text{س}-2} = 10$ (لها وجود)

$\therefore \text{د}(2)-0=0 \qquad \therefore \text{د}(2)=0$

$\therefore \underset{\text{س}\to 2}{\text{نهـا}} \text{د}(\text{س}) = \text{د}(2) = 0$

---

٧ $\because \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{د}(\text{س})}{\text{س}^2} = 0$

$\therefore \text{د}(\text{س}) = \text{س}^2(\text{ق}(\text{س}))$

① $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \text{د}(\text{س}) = \text{صفر}$

② $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{د}(\text{س})}{\text{س}} = \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{س}^2(\text{ق}(\text{س}))}{\text{س}}$

$= \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \text{س}(\text{ق}(\text{س}))$

$= \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \text{س} \times \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \text{ق}(\text{س}) = 0 \times 0 = 0$

$\underset{س\to -١}{\text{نهـا}} \frac{(س+١)(س-أ)}{(س+١)} = ٤$

$\therefore \underset{س\to -١}{\text{نهـا}} (س-أ) = ٤$

$\therefore -١ - أ = ٤ \qquad \therefore أ = -٥$

$\because \underset{س\to ١}{\text{نهـا}} \frac{س^٢ + أس + ب}{س - ١}$ موجودة وتساوي ٥

، ∵ المقام = صفر عند س = ١

∴ البسط = صفر عند س = ١

$\therefore ١ + أ + ب = ٠ \qquad \therefore ب = -أ - ١$

$\therefore \underset{س\to ١}{\text{نهـا}} \frac{س^٢ + أس - أ - ١}{س - ١} = ٥$

$\therefore \underset{س\to ١}{\text{نهـا}} \frac{(س^٢ - ١) + (أس - أ)}{س - ١} = ٥$

$\therefore \underset{س\to ١}{\text{نهـا}} \frac{(س-١)(س+١) + أ(س-١)}{(س-١)} = ٥$

$\therefore \underset{س\to ١}{\text{نهـا}} \frac{\cancel{(س-١)}(س+١+أ)}{\cancel{(س-١)}} = ٥$

$\therefore ٢ + أ = ٥ \qquad \therefore أ = ٣$ ومنها $ب = -٤$

$\underset{س\to ١٠٠}{\text{نهـا}} (٠٫٢ س^٢ + ٤٠ س + ١٥٠)$

= ٦١٥٠ جنيهًا

---

① (أ) ② (د) ③ (د) ④ (أ)

إرشادات لحل رقم

① $\because س(د(س) + ١) = د(س) + س^٢$

$\therefore س\, د(س) + س = د(س) + س^٢$

$\therefore س\, د(س) - د(س) = س^٢ - س$

$\therefore (س-١)\, د(س) = س(س-١)$

$\therefore د(س) = \frac{س(س-١)}{(س-١)} = س$

حيث $س \ne ١ \qquad \therefore \underset{س\to ١}{\text{نهـا}} د(س) = ١$

② $\because \underset{س\to ٠}{\text{نهـا}} \frac{\sqrt{م س + ك} - ٣}{س}$

موجودة وتساوي ٢

، ∵ المقام = صفر عند س = ٠

∴ البسط = ٠ عندما س = ٠

$\therefore \sqrt{ك} = ٣ \qquad \therefore ك = ٩$

$، \because \underset{س\to ٠}{\text{نهـا}} \frac{\sqrt{م س + ٩} - ٣}{س} = ٢$

$\therefore \underset{س\to ٠}{\text{نهـا}} \frac{(\sqrt{م س + ٩} - ٣)}{س} \times \frac{(\sqrt{م س + ٩} + ٣)}{(\sqrt{م س + ٩} + ٣)} = ٢$

$\underset{س\to ٠}{\text{نهـا}} \frac{م س + ٩ - ٩}{س(\sqrt{م س + ٩} + ٣)} = ٢$

$\therefore \underset{س\to ٠}{\text{نهـا}} \frac{م}{\sqrt{م س + ٩} + ٣} = ٢$

$\therefore \frac{م}{٦} = ٢ \qquad \therefore م = ١٢$

$\therefore \frac{م}{ك} = \frac{١٢}{٩} = \frac{٤}{٣}$

③ $\because ٢ \underset{س\to ٢}{\text{نهـا}} د(س)$

$- ٥ \underset{س\to ٢}{\text{نهـا}} هـ(س) = ١٠ \qquad (١)$

$، \underset{س\to ٢}{\text{نهـا}} د(س) + \underset{س\to ٢}{\text{نهـا}} هـ(س) = ٦ \qquad (٢)$

وبضرب المعادلة (٢) × ٥

$\therefore ٥ \underset{س\to ٢}{\text{نهـا}} د(س)$

$+ ٥ \underset{س\to ٢}{\text{نهـا}} هـ(س) = ٣٠ \qquad (٣)$

بجمع (١) ، (٣):

$\therefore ٧ \underset{س\to ٢}{\text{نهـا}} د(س) = ٤٠$

$\therefore \underset{س\to ٢}{\text{نهـا}} د(س) = \frac{٤٠}{٧}$

وبالتعويض في (٣)

$\therefore \underset{س\to ٢}{\text{نهـا}} هـ(س) = ٦ - \frac{٤٠}{٧} = \frac{٢}{٧}$

$\therefore \underset{س\to ٢}{\text{نهـا}} \frac{د(س)}{هـ(س)} = \frac{\underset{س\to ٢}{\text{نهـا}} د(س)}{\underset{س\to ٢}{\text{نهـا}} هـ(س)} = \frac{\frac{٤٠}{٧}}{\frac{٢}{٧}}$

= ٢٠

④ $\underset{س\to ٢}{\text{نهـا}} \frac{٢س^٢ - ٥ د(س)}{س - ٢}$

$= \underset{س\to ٢}{\text{نهـا}} \frac{٢س^٢ - ٥ د(س) - ٨ + ٨}{س - ٢}$ [illegible]

$= \underset{س\to ٢}{\text{نهـا}} \frac{٢س^٢ - ٨}{س - ٢} - \underset{س\to ٢}{\text{نهـا}} \frac{٥ د(س) - ٨}{س - ٢}$

$= \underset{س\to ٢}{\text{نهـا}} \frac{٢(س-٢)(س+٢)}{(س-٢)}$

$- \underset{س\to ٢}{\text{نهـا}} \frac{٥ د(س) - ٨}{س - ٢}$

$= \underset{س\to ٢}{\text{نهـا}} ٢(س+٢) - \underset{س\to ٢}{\text{نهـا}} \frac{٥ د(س) - ٨}{س - ٢}$

= ٨ − ٧ = ١

---

① [illegible]

② [illegible]

④ [illegible]

⑤ [illegible]

[illegible]

١

① (د) ② (د) ③ (أ) ④ (أ)

⑤ (ب) ⑥ (د) ⑦ (جـ)

٢

① $\lim_{س \to ٢} \frac{س^٣ - ٢^٣}{س - ٢} = ٣(٢)^٢ = ١٢$

② $\lim_{س \to -٥} \frac{س^٤ - (-٥)^٤}{س - (-٥)} = \frac{٤}{١}(-٥)^{٤-١}$

$= -٥٠٠$

③ $\lim_{س \to ٢} \frac{س^٥ - ٢^٥}{س - ٢} = ٥ \times ٢^٤$

④ $\lim_{س \to -٣} \frac{س^٤ - (-٣)^٤}{س^٥ - (-٣)^٥} = \frac{٤}{٥}(-٣)^{٤-٥} = \frac{-٤}{٣٥}$

⑤ $\lim_{س \to ٢} \frac{س^٦ - (٢)^٦}{س^٧ - (٢)^٧} = \frac{٦}{٧}(٢)^{٦-٧} = \frac{٣}{٧}$

⑥ $\lim_{س \to ٢} \frac{٢(س^٦ - ٦٤)}{س^٢ - ٤}$

$= ٢ \lim_{س \to ٢} \frac{س^٦ - (٢)^٦}{س^٢ - (٢)^٢}$

$= ٢ \times \frac{٦}{٢}(٢)^{٦-٢} = ٩٦$

⑦ $\lim_{س \to -٢} \frac{س^٦ - ٦٤}{٣(س + ٢)}$

$= \frac{١}{٣} \lim_{س \to -٢} \frac{س^٦ - (-٢)^٦}{س - (-٢)}$

$= \frac{١}{٣} \times ٦ \times (-٢)^٥ = -٦٤$

⑧ $\lim_{س \to -١} \frac{س(س^٩ + ١)}{س(س^٦ - ١)}$

$= \lim_{س \to -١} \frac{س^٩ - (-١)^٩}{س^٦ - (-١)^٦}$

$= \frac{٩}{٦}(-١)^٣ = -\frac{٣}{٢}$

⑨ $-١ \times \lim_{س \to ١} \frac{س^٩ - (١)^٩}{س^٧ - (١)^٧}$

$= -١ \times \frac{٩}{٧}(١)^{٩-٧} = \frac{-٩}{٧}$

⑩ $\lim_{س \to -١} \frac{(٢س)^٥ - (-١)^٥}{(٢س)^٦ - (-١)^٦} = \frac{٥}{٦}(-١)^{٥-٦}$

$= -\frac{٥}{٦}$

⑪ $\lim_{س \to -٢} \frac{(٣س)^٥ - (-٢)^٥}{(٣س)^٢ - (-٢)^٢}$

$= \frac{٥}{٢}(-٢)^{٥-٢} = \frac{٢٠}{٣}$

⑫ $\lim_{س \to ٣} \frac{س(١٦س^٤ - ٨١)}{س^٢(٢س - ٣)}$

$= \lim_{س \to \frac{٣}{٢}} \frac{١}{س} \times \lim_{س \to ٣} \frac{(٢س)^٤ - (٣)^٤}{٢س - ٣}$

$= \frac{٢}{٣} \times ٤(٣)^٣ = ٧٢$

٣

① $\lim_{س \to ٢} \frac{س^{-٧} - (٢)^{-٧}}{س - ٢} = -٧(٢)^{-٨} = \frac{-٧}{٢٥٦}$

② $\lim_{س \to -١} \frac{س^{-٤} - (-١)^{-٤}}{س^{-١٨} - (-١)^{-١٨}} = \frac{-٤}{-١٨}(-١)^{١٤} = \frac{٢}{٩}$

③ $\lim_{س \to \sqrt{٢}} \frac{س^٧ - (\sqrt{٢})^٧}{س^٢ - (\sqrt{٢})^٢} = \frac{٧}{٢}(\sqrt{٢})^٥$

$= ١٤\sqrt{٢}$

④ $\lim_{س \to -\sqrt{٢}} \frac{س^٨ - (-\sqrt{٢})^٨}{س^٥ - (-\sqrt{٢})^٥} = \frac{٨}{٥}(-\sqrt{٢})^٣$

$= \frac{-١٦\sqrt{٢}}{٥}$

⑤ $\lim_{س \to -٣} \frac{(\sqrt{٢}س)^٦ - (-٣)^٦}{\sqrt{٢}س - (-٣)} = ٦(-٣)^٥$

$= -١٤٥٨$

⑥ $\lim_{س \to \frac{١}{٢}} \frac{ط^{٢س} - (\frac{١}{٢})^٢}{ط^{س} - (\frac{١}{٢})} = ٢(\frac{١}{٢})^٢ = \frac{٢}{٢}$

⑦ $\lim_{س \to ٢} \frac{س^{-٥} - (٢)^{-٥}}{س^{-٧} - (٢)^{-٧}} = \frac{-٥}{-٧}(٢)^{-٥+٧} = \frac{٥}{٧}(٢)^٢$

⑧ $٨ \times \lim_{س \to ٠} \frac{س^٢ - (\frac{١}{٢})^٢}{س^{٥} - ٠^{٥}}$

$= ٨ \times \lim_{س \to ٠} \frac{س^٢ - (\frac{١}{٢})^٢}{س^{٥} - (٠)^{٥}}$

$= ٨ \times \frac{٢}{٥}(\frac{١}{٢})^{٢-٥} = \frac{٩٦}{٢٥}$

⑨ $\lim_{س \to ٢} \frac{س^٥ - (٢)^٥}{س - ٢} = ٥(٢)^٤ = ١٠٠$

$= \frac{١}{٢٧}$

⑩ $\lim_{س \to ١} \frac{س^{\frac{٣}{٢}} - ١^{\frac{٣}{٢}}}{س^{\frac{٥}{٢}} - ١^{\frac{٥}{٢}}} = \frac{٣}{٢} \div \frac{٥}{٢} = \frac{٣}{٥}$

⑪ $\lim_{س \to ١} \frac{س^{\frac{١}{٣}} - ١^{\frac{١}{٣}}}{س - ١} = \frac{١}{٣}$

⑫ $\lim_{س \to ١} \frac{س^{\frac{٢}{٣}} - (١)^{\frac{٢}{٣}}}{س^٢ - (١)^٢} = \frac{٢}{٣}(١)^{\frac{٢}{٣}-٢} = \frac{٢}{٣}$

⑬ $\lim_{س \to ١٦} \frac{س^{\frac{١}{٢}} - ١٦^{\frac{١}{٢}}}{س - ١٦} = \frac{١}{٢}(١٦)^{\frac{١}{٢}-١} = ١٨$

⑭ $\lim_{س \to ١} \frac{س^{\frac{٢}{٣}} - (١)^{\frac{٢}{٣}}}{س^٢ - (١)^٢} = \frac{٢}{٣}$

⑮ $\lim_{س \to ١} \frac{س^{\frac{١}{٢}}[س^{١٠} - ١]}{س^{\frac{٣}{٢}}[س^٤ - ١]}$

$= \lim_{س \to ١} س^{-\frac{١}{٢}} \times \lim_{س \to ١} \frac{س^{١٠} - (١)^{١٠}}{س^٤ - (١)^٤}$

$= ١ \times \frac{١٠}{٤} = \frac{٥}{٢}$

⑯ $\frac{١}{٢} \lim_{س \to ١} \frac{س^٤ - ٢٥٦}{س - ٤}$

$= \frac{١}{٢} \lim_{س \to ١} \frac{س^٤ - ٤^٤}{س - ٤} = \frac{١}{٢} \times ٤(٤)^٣ = ١٢٨$

⑰ $\lim_{س \to ١} \frac{\frac{١}{٤}(س^٨ - ١)}{\frac{١}{٣}(س^٦ - ١)}$

$= \frac{٣}{٤} \lim_{س \to ١} \frac{س^٨ - (١)^٨}{س^٦ - (١)^٦}$

$= \frac{٣}{٤} \times ٨(١)^{٨-٦} = ٦$

⑱ $\lim_{س \to ٠} \frac{\frac{٥}{٢}[(١ + س)^٢ - ١]}{س}$

$= \frac{٥}{٢} \lim_{س \to ٠} \frac{(١ + س)^٢ - ١}{س}$

$= \frac{٥}{٢} \lim_{س \to ٠} (س + ٢)$

$= \frac{٥}{٢}(٠ + ٢) = ٥$

٤

① $\lim_{س \to ٢} \frac{(س + ٢)^٥ - ٢^٥}{س^٥ - ٢^٥}$

$= \lim_{س \to ٢} \frac{(س + ٢)^٥ - (٢)^٥}{س^٥ - (٢)^٥}$

$= \frac{٥}{٥}(٢)^{٥-٥} = ١$

② $\lim_{س \to ٠} \frac{(س + ٤)^٥ - (٤)^٥}{س}$

$= \lim_{س \to ٠} \frac{(س + ٤)^٥ - (٤)^٥}{س - (٠)}$

$= ٥(٤)^٤ = ١٢٨٠$

③ $\lim_{س \to ٢} \frac{(س + ٢)^٥ - ٤^٥}{س^٥ - ٢^٥}$

$= \lim_{س \to ٢} \frac{(س + ٢)^٥ - (٤)^٥}{س^٥ - (٢)^٥}$

$= \frac{٥}{٥}(٤)^{٥-٥} = ١$

④ $\lim_{س \to ٢} \frac{(٢س + ٥)^٥ - ٩^٥}{س}$

$= \frac{١}{٢} \lim_{س \to ٢} \frac{(٢س + ٥)^٥ - (٩)^٥}{س - (٠)}$

$= \frac{١}{٢} \times ٥(٩)^٤ = ٣٢٨٠٥$

⑤ $\lim_{س \to ٢} \frac{(٢س + ١)^٥ - ٥^٥}{س}$

$= \lim_{س \to ٢} \frac{(٢س + ١)^٥ - (٥)^٥}{س - (٠)}$

$= ١٠(٢س + ١)^٤ = ٣٢٠٠٠$

٥

① $\lim_{س \to ٢} \frac{(س - ٢)^٥ - (٠)^٥}{س - ٢}$

$= ٥(٠)^٤ = ٠$

② $\lim_{س \to ٠} \frac{(س + ٤)^٥ - (٤)^٥}{س}$

$= ٥(٤)^٤ = ١٢٨٠$

③ $\lim_{س \to ٢} \frac{(س - ٢)^٥ - (٠)^٥}{س - ٢}$

$= ٥(٠)^٤ = ٠$

④ $\lim_{س \to ٢} \frac{(س + ٢)^٥ - (٤)^٥}{س - ٢}$

$= ٥(٤)^٤ = ٢٨٠$

⑤ $\lim_{س \to ٠} \frac{(٢س + ٥)^٥ - ٥^٥}{س}$

$= \lim_{س \to ٠} \frac{(٢س + ٥)^٥ - (٥)^٥}{س - (٠)}$

$= ١٠(٢س + ٥)^٤ = ٣٢٠٠٠$

⑥ $\lim_{س \to ٢} \frac{(س - ٤)^٥ - (-٢)^٥}{س - ٢}$

$= \lim_{س \to ٢} \frac{(س - ٤)^٥ - (-٢)^٥}{س - (٢)}$

$= ٥(س - ٤)^٤ = ٥(-٢)^٤ = ٨٠$

⑦ $\lim_{س \to ٠} \frac{(٢س + ٥)^٥ - ٥^٥}{س}$

$= \lim_{س \to ٠} \frac{(٢س + ٥)^٥ - (٥)^٥}{س - (٠)}$

$= ١٠(٢س + ٥)^٤ = ٣٢٠٠٠$

⑧ $\lim_{س \to ٢} \frac{(٢س + ١)^٥ - ٥^٥}{س - ٢}$

$= \lim_{س \to ٢} \frac{(٢س + ١)^٥ - (٥)^٥}{س - (٢)}$

$= ١٠(٢س + ١)^٤ = ٣٢٠٠٠$

⑨ $\lim_{س \to ٢} \frac{(س - ٢)^٥ - (٠)^٥}{(س - ٥)}$

$$= \frac{1}{2}(\text{[illegible]})_{\frac{2}{3}-1} = \frac{\text{[illegible]}}{3}$$

(٢٦) $$\lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{(x + 2x) - 12}{(x + 2x)_{\frac{2}{3}} - (12)_{\frac{2}{3}}}$$

$$= \frac{2}{3}(7)_{-\frac{1}{3}} = \frac{12}{3}$$

(٢٧) $$\lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{(x + 1) - 7}{(x + 1)_{\frac{2}{3}} - (7)_{\frac{2}{3}}}$$

$$= \frac{2}{3}(12)_{-\frac{1}{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$= \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{(12 + x) - (12)}{(12 + x)_{\frac{2}{3}} - (12)_{\frac{2}{3}}}$$

(٢٨) $$\lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{12 + x - 12}{\frac{1}{3}12 + x - 12}$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}(1)_{-\frac{1}{3}} = \frac{4}{9}$$

$$= \frac{2}{3} \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{(1 + 3x) - (1)}{(1 + 3x)_{\frac{2}{3}} - (1)_{\frac{2}{3}}}$$

(٢٩) $$\frac{2}{3} \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{3x}{\frac{1}{3}1 + 3x - 1}$$

$$= 3 \times 3(-1)_0 = 27$$

(٣٠) $$3 \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{(3x + 3) - (-1)}{(3x + 3)_0 - (-1)_0}$$

$$= \frac{10}{-3} \times 3(1)\sqrt{-1} = -\frac{3}{3}\sqrt{-1}$$

$$= \frac{10}{-3} \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{(\sqrt{-1} - 3\sqrt{-1}) - \sqrt{-1}}{(\sqrt{-1} - 3\sqrt{-1})_{\text{[illegible]}} - \sqrt{-1}}$$

(٣١) $$\frac{10}{-3} \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{-3\sqrt{-1}}{(\sqrt{-1} - 3\sqrt{-1})_{\text{[illegible]}} - \sqrt{-1}}$$

$$= 3 \times 0\sqrt{-1} = 0(1)\sqrt{-1}$$

$$= 3 \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{(\sqrt{-1} + 3\sqrt{-1}) - \sqrt{-1}}{(\sqrt{-1} + 3\sqrt{-1})_0 - \sqrt{-1}_0}$$

(٣٢) $$3 \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{3\sqrt{-1}}{(\sqrt{-1} + 3\sqrt{-1})_0 - \sqrt{-1}_0}$$

$$= \frac{9}{-3} \times 0(1)_2 = -3$$

$$= \frac{9}{-3} \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{(1 - 3\sqrt{-1}) - 1}{(1 - 3\sqrt{-1})_0 - 1_0}$$

(٣٣) $$\frac{9}{-3} \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{-3\sqrt{-1}}{(1 - 3\sqrt{-1})_0 - 1_0}$$

$$= 3(1)_0 + 3(1)_1 = 27$$

$$= \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{\sqrt{-1} - 3}{\sqrt{-1}_0 - 3_0} + \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{\sqrt{-1} - 3}{\sqrt{-1}_1 - 3_1}$$

(٣٤) $$\lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{\sqrt{-1} - 3}{\sqrt{-1}_0 - 3\sqrt{-1} + \sqrt{-1}_1 - 3}$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

$$+ \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{\sqrt{-1} - 1}{(\sqrt{-1})_{\frac{2}{3}} - (1)_{\frac{2}{3}}}$$

$$= \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{\sqrt{-1} - 1}{(\sqrt{-1})_{\frac{2}{3}} - (1)_{\frac{2}{3}}}$$

(٣٥) $$\lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{\sqrt{-1} - 1}{\frac{1}{3}\sqrt{-1} + \frac{2}{3}\sqrt{-1}}$$

$$= 3(-1)_0 + 3(-1)_1 = 21$$

$$+ \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{\sqrt{-1} - (-1)}{\sqrt{-1}_0 - (-1)_0}$$

$$= \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{\sqrt{-1} - (-1)}{\sqrt{-1}_0 - (-1)_0}$$

(٣٦) $$\lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{\sqrt{-1} + 1}{\sqrt{-1}_0 + 1 + \sqrt{-1}_1 + 1}$$

$$= 11(1)_{10} + 7(1)_0 = 21$$

$$+ \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{\sqrt{-1} - 1}{\sqrt{-1}_0 - (1)_0}$$

$$= \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{\sqrt{-1} - 1}{\sqrt{-1}_{11} - (1)_{11}}$$

(٣٧) $$\lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{\sqrt{-1} - 1}{\sqrt{-1}_{11} - 1 + \sqrt{-1}_7 - 1}$$

$$= -\frac{3}{3} \times 5 \times (1)_2 = -\frac{3}{5}$$

$$\times \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{(\sqrt{-1} + 3) - 1}{(\sqrt{-1} + 3)_0 - 1_0}$$

$$= \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{\sqrt{-1} - 3}{1}$$

(٣٨) $$\lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{(\sqrt{-1} - 3)(\sqrt{-1} + 3)}{(\sqrt{-1} + 3)_0 - 1}$$

$$= \left(\frac{1}{5}\right) \times (-3)_{\text{[illegible]}} = -7$$

(٣٩) $$\lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{(\sqrt{-1} - 1) - (-3)}{(\sqrt{-1} - 1)_0 - (-3)_0}$$

$$\because f = 3(x)$$

$$\because \sqrt{x} = 1 \qquad \because \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{f}{g} = \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{3}{1} = 3$$

$$\therefore \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{\text{[illegible]}}{\text{[illegible]}} \qquad \because f_0 = 3_0$$

$$\because \frac{3}{2}\sqrt{x}_0 = 1_0 \qquad \because \sqrt{x} = 0_0$$

$$\therefore \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x}_0}{\sqrt{x}_1 - \sqrt{x}_0} = \frac{3}{2}(\sqrt{x})_0$$

$$\lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{\sqrt{x} - (-1)}{\sqrt{x}_0 - (-1)_0} = 0(-1)_0 = 0_0$$

$$\because 3 = 0$$

$$\because \frac{-3}{20}(x)_0 = -3_0 \qquad \because 3_0 = 0_0$$

$$\therefore \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{\sqrt{x}_1 - 3_1}{\sqrt{x}_{20} - 3_{20}} = -3$$

(١) (٢) (٣) (٤) (٥)

$$= -\frac{5}{6} \times 3 \times 0(-3)_0 = -0_{21}$$

$$\times 3 \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{(3\sqrt{x} - 3) - (-3)}{(3\sqrt{x} - 3)_0 - (-3)_0}$$

(١٠) $$\lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{3(\sqrt{x} - 3)}{3}$$

$$= \frac{33}{3} \times 3(3)_0 = 21$$

$$\times \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 3)_0 - (3)_0}$$

$$= \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{\sqrt{x} + 3}{3}$$

(١١) $$\lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 3)}{(\sqrt{x} + 3)_0 - 3_0}$$

$$= \frac{3}{3} \times \frac{3}{2}(3)_{\text{[illegible]}} = 21$$

$$= \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{\sqrt{x}}{3} + \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{(\sqrt{x} - 3)^2 - 9}{(\sqrt{x} - 3)_0 - 3_0}$$

(١٢) $$\lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3)}{(\sqrt{x} - 3)_0 - 3_0}$$

$$= \left[\frac{2}{3}(x)\right]_0^1 = \frac{2}{3}(x)_0^1 = \frac{2}{3}$$

$$= \left(\lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{\sqrt{x}_1 - 1_0}{\sqrt{x}_1 - 1_0}\right) + \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{\sqrt{x}_1 - 1_0}{\sqrt{x}_1 - 1_0}$$

$$\lim_{x \to \text{[illegible]}} \left(\frac{\sqrt{x}_1 - 1_0}{\sqrt{x}_1 - 1_0}\right)$$

(١٣) $$\lim_{x \to \text{[illegible]}} \left[\frac{(\sqrt{x}_1 - 1)_0}{(\sqrt{x}_1 - 1)_0} + \frac{(\sqrt{x}_1 - 1)_0}{(\sqrt{x}_1 - 1)_0}\right]$$

$$= \left[\frac{2}{3}(x)_0^1\right]$$

(١٤) $$\lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{\sqrt{x}_1 - 1_0}{\sqrt{x}_1 - 1_0} + \left[\lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{\sqrt{x}_1 - 1_0}{\sqrt{x}_1 - 1_0}\right]$$

$$= (\sqrt{x})_0 (x)_0 = \sqrt{x}_0$$

$$= \lim_{x \to \text{[illegible]}} \left(\frac{\sqrt{x}_1 - 1_0}{\sqrt{x}_1 - 1_0}\right) + \lim_{x \to \text{[illegible]}} \left(\frac{\sqrt{x}_1 - 1_0}{\sqrt{x}_1 - 1_0}\right)$$

$$= \sqrt{x}_0$$

(١٥) $$\lim_{x \to \text{[illegible]}} \left(\frac{\sqrt{x}_1 - 1}{\sqrt{x}_1 - 1} + \frac{\sqrt{x}_1 - 1}{\sqrt{x}_1 - 1}\right)$$

$$= \frac{2}{3}(x)_0 + \frac{2}{3}(x)_0 = \frac{2\sqrt{x}}{3}$$

(١٦) $$\lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{\sqrt{x}_1 - 1_0}{\sqrt{x}_1 - 1_0} + \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{\sqrt{x}_1 - 1_0}{\sqrt{x}_1 - 1_0}$$

$$= \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{\sqrt{x}_1 - 1_0}{\sqrt{x}_1 - 1_0}$$

$$= \lim_{x \to \text{[illegible]}} \frac{\sqrt{x}_1 - 1_0}{\sqrt{x}_1 - 1_0}$$

$$= \text{نهـا}_{\text{س} \to 1} \frac{\text{س}^{\frac{2}{5}} - (1)^{\frac{2}{5}}}{\text{س} - 1} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{15}$$

⑧ $$\text{نهـا}_{\text{س} \to 0} \frac{(1 - \text{س})^{10} \left[\left(\frac{1 + \text{س}}{1 - \text{س}}\right)^{10} - 1\right]}{(1 - \text{س})^{9} \left[\left(\frac{1 + \text{س}}{1 - \text{س}}\right)^{9} - 1\right]}$$

$$= \text{نهـا}_{\text{س} \to 0} (1 - \text{س})^{1}$$

$$\times \text{نهـا}_{\text{س} \to 0} \frac{\left(\frac{1 + \text{س}}{1 - \text{س}}\right)^{10} - 1}{\left(\frac{1 + \text{س}}{1 - \text{س}}\right)^{9} - 1}$$

$$= 1 \times \text{نهـا}_{\text{س} \to 0} \frac{\left(\frac{1 + \text{س}}{1 - \text{س}}\right)^{10} - 1}{\left(\frac{1 + \text{س}}{1 - \text{س}}\right)^{9} - 1}$$

$\because$ $\text{س} \to 0$ $\quad \therefore \frac{1 + \text{س}}{1 - \text{س}} \to 1$

$$\therefore \text{نهـا}_{\left(\frac{1 + \text{س}}{1 - \text{س}}\right) \to 1} \frac{\left(\frac{1 + \text{س}}{1 - \text{س}}\right)^{10} - (1)^{10}}{\left(\frac{1 + \text{س}}{1 - \text{س}}\right)^{9} - (1)^{9}}$$

$$= \frac{10}{9} (1)^{7} = \frac{5}{9}$$

⑨ $$\text{نهـا}_{\text{س} \to 1} \frac{\text{س}^{12} - 1}{\text{س}^{2} (\text{س} - 1) + (\text{س} - 1)}$$

$$= \text{نهـا}_{\text{س} \to 1} \frac{\text{س}^{12} - 1}{(\text{س} - 1)(\text{س}^{2} + 1)}$$

$$= \text{نهـا}_{\text{س} \to 1} \frac{1}{\text{س}^{2} + 1} \times \text{نهـا}_{\text{س} \to 1} \frac{\text{س}^{12} - (1)^{12}}{\text{س} - 1}$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 (1)^{11} = 6$$

---

① $$\text{نهـا}_{\text{س} \to 1} \frac{\text{س}^{\frac{1}{2}} (\text{س} - 1)}{\text{س}^{\frac{1}{2}} (\text{س}^{9} - 1)}$$

$$= \text{نهـا}_{\text{س} \to 1} \frac{\text{س} - 1}{\text{س}^{9} - 1} = \frac{1}{9} (1)^{-8} = \frac{1}{9}$$

② $$\frac{5}{7} \text{نهـا}_{\text{س} \to 0} \frac{(1 + 5\text{س})^{10} - 1}{5\text{س}}$$

$$\times \text{نهـا}_{\text{س} \to 0} \frac{7\text{س}}{(1 + 7\text{س})^{9} - 1}$$

$$= \frac{5}{7} \text{نهـا}_{(1 + 5\text{س}) \to 1} \frac{(1 + 5\text{س})^{10} - (1)^{10}}{(1 + 5\text{س}) - (1)}$$

$$\times \text{نهـا}_{(1 + 7\text{س}) \to 1} \frac{(1 + 7\text{س}) - 1}{(1 + 7\text{س})^{8} - (1)^{8}}$$

$$= \frac{5}{7} \times 10 (1)^{9} \times \frac{1}{8} (1)^{-7} = \frac{25}{28}$$

③ $$\text{نهـا}_{\text{س} \to 0} \frac{\sqrt[3]{\text{س} + 8} - 2}{\text{س}}$$

$$\times \text{نهـا}_{\text{س} \to 0} \frac{\text{س}}{(\text{س} + 2)^{3} - 243}$$

$$= \text{نهـا}_{(\text{س} + 8) \to 8} \frac{(\text{س} + 8)^{\frac{1}{3}} - (8)^{\frac{1}{3}}}{(\text{س} + 8) - (8)}$$

$$\times \text{نهـا}_{(\text{س} + 2) \to 2} \frac{(\text{س} + 2) - (2)}{(\text{س} + 2)^{5} - (2)^{5}}$$

$$= \frac{1}{3} (8)^{-\frac{2}{3}} \times \frac{1}{5} (2)^{-4} = \frac{1}{4860}$$

④ $$\text{نهـا}_{\text{س} \to 2} \frac{\sqrt[3]{2\text{س} - 2} - 1}{(2\text{س} - 4)}$$

$$\times \text{نهـا}_{\text{س} \to 2} \frac{2\text{س} - 4}{\sqrt[3]{2\text{س} - 5} - 1}$$

$$= \text{نهـا}_{(2\text{س} - 2) \to 1} \frac{(2\text{س} - 2)^{\frac{1}{3}} - (1)^{\frac{1}{3}}}{(2\text{س} - 2) - 1}$$

$$\times \frac{2}{3} \text{نهـا}_{(2\text{س} - 5) \to 1} \frac{(2\text{س} - 5) - 1}{(2\text{س} - 5)^{\frac{1}{5}} - (1)^{\frac{1}{5}}}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times 5 (1)^{\frac{4}{5}} = \frac{10}{9}$$

⑤ $$\text{نهـا}_{\text{س} \to 2} \frac{(\text{س}^{2} - 3)^{5} - 1}{(\text{س} - 2)(\text{س} + 2)} \times (\text{س} + 2)$$

$$= \text{نهـا}_{(\text{س}^{2} - 3) \to 1} \frac{(\text{س}^{2} - 3)^{5} - (1)^{5}}{(\text{س}^{2} - 3) - 1}$$

$$\times \text{نهـا}_{\text{س} \to 2} (\text{س} + 2) = 5 (1)^{4} \times 4 = 20$$

⑦ $$\text{نهـا}_{\text{س} \to 1} \frac{(5\text{س} + 2)^{7} - 1 + 2\text{س} - 2}{\text{س} - 1}$$

$$= \text{نهـا}_{\text{س} \to 1} \frac{(5\text{س} + 2)^{7} - 1}{\text{س} - 1}$$

$$+ \text{نهـا}_{\text{س} \to 1} \frac{2\text{س} - 2}{\text{س} - 1}$$

$$= 5 \text{نهـا}_{(5\text{س} + 2) \to 7} \frac{(5\text{س} + 2)^{7} - 1}{(5\text{س} + 2) - 7}$$

$$+ \text{نهـا}_{\text{س} \to 1} 2 \left(\frac{\text{س} - 1}{\text{س} - 1}\right)$$

$$= 5 \times 7 (1)^{6} + 2 = 37$$

⑧ $$\text{نهـا}_{\text{س} \to 1} \frac{(4\text{س} + 5)^{7} - 1}{\text{س} - 1}$$

$$+ \text{نهـا}_{\text{س} \to 1} \frac{4\text{س} - 4}{\text{س} - 1}$$

$$= 4 \times 7 (1)^{6} + 4 = 54$$

⑧ $$\text{نهـا}_{\text{س} \to 0} \frac{\sqrt[5]{\text{س} + 1} - 1 - \sqrt[5]{\text{س} + 1} + 1}{\text{س}}$$

$$= \text{نهـا}_{\text{س} \to 0} \frac{\sqrt[5]{\text{س} + 1} - 1}{\text{س}}$$

$$- \text{نهـا}_{\text{س} \to 0} \frac{\sqrt[5]{\text{س} + 1} - 1}{\text{س}}$$

$$= \text{نهـا}_{\text{س} \to 0} \frac{(\text{س} + 1)^{\frac{1}{5}} - (1)^{\frac{1}{5}}}{\text{س}}$$

$$- \text{نهـا}_{\text{س} \to 0} \frac{(\text{س} + 1)^{\frac{1}{5}} - (1)^{\frac{1}{5}}}{\text{س}}$$

$$= \frac{1}{5} (1)^{-\frac{4}{5}} - \frac{1}{5} (1)^{-\frac{4}{5}} = \frac{2}{5}$$

⑨ $$\text{نهـا}_{\text{س} \to 10} \frac{(\text{س} - 10)^{\frac{1}{2}} - 1 - (\text{س} - 10)^{\frac{1}{2}} + 10}{\text{س}}$$

$$= \text{نهـا}_{\text{س} \to 10} \frac{(\text{س} - 10)^{\frac{1}{2}} - (1)^{\frac{1}{2}}}{\text{س}}$$

$$- \text{نهـا}_{\text{س} \to 10} \frac{(\text{س} - 10) - (1)}{\text{س}}$$

$$= \frac{1}{2} - 7 = -6\frac{1}{2}$$

⑩ $$\text{نهـا}_{\text{س} \to 1} \frac{\sqrt[3]{\text{س} - 1} - 0}{\text{س} - 2}$$

$$\div \text{نهـا}_{\text{س} \to 1} \frac{\sqrt[3]{\text{س} - 1} - 1}{\text{س} - 2}$$

$$= \text{نهـا}_{(\text{س} - 1) \to 0} \frac{(\text{س} - 1)^{\frac{1}{3}} - (1)^{\frac{1}{3}}}{(\text{س} - 1) - (1)}$$

$$+ \text{نهـا}_{(\text{س} - 1) \to 1} \frac{(\text{س} - 1)^{\frac{1}{3}} - (1)^{\frac{1}{3}}}{(\text{س} - 1) - (1)}$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

⑪ $$\text{نهـا}_{\text{س} \to 1} \frac{\text{س}^{2} - (1)^{2}}{\text{س} - 1} + \text{نهـا}_{\text{س} \to 1} \frac{\text{س}^{3} - (1)^{3}}{\text{س} - 1}$$

$$+ \text{نهـا}_{\text{س} \to 1} \frac{\text{س}^{11} - (1)^{11}}{\text{س} - 1} = 2 + 3 + 11 = 16$$

⑫ $$\text{نهـا}_{\text{س} \to 2} \frac{\text{س}^{4} (\text{س} - 2)^{3} - \text{س}^{4} + 16}{\text{س} - 2}$$

$$= \text{نهـا}_{\text{س} \to 2} \text{س}^{4} \left[\frac{(\text{س} - 2)^{3} - 1}{\text{س} - 2}\right]$$

$$+ \text{نهـا}_{\text{س} \to 2} \frac{\text{س}^{4} - 16}{\text{س} - 2}$$

$$= \left(\text{نهـا}_{\text{س} \to 2} \text{س}^{4}\right) \left(\text{نهـا}_{(\text{س} - 2) \to 0} \frac{(\text{س} - 2)^{3} - 1}{(\text{س} - 2) - 0}\right)$$

$$+ \text{نهـا}_{\text{س} \to 2} \frac{\text{س}^{4} - 2^{4}}{\text{س} - 2}$$

$$= 16 \times 3 (2)^{2} + 4 (2)^{3} = 128$$

⑤ بقسمة كل من البسط والمقام على س^{2}

(٥) $\underset{\text{س} \to ٢}{\text{نهـا}} \frac{\text{س}^٣ \left[\sqrt{\text{س}+٦} - ٢\text{س}^٢ + ٢\text{س}^٢ - ٦\text{س}\right]}{\text{س} - ٢}$

$= \underset{\text{س} \to ٢}{\text{نهـا}} \frac{\text{س}^٣ \left[\sqrt{\text{س}+٦} - ٢\right]}{\text{س} - ٢}$

$= \underset{\text{س} \to ٢}{\text{نهـا}} \frac{٢\left(\text{س}^٣ - ٣٢\right)}{\text{س} - ٢}$

$= \left(\underset{\text{س} \to ٢}{\text{نهـا}} \text{س}^٢\right) \left(\underset{\text{س} \to ٢}{\text{نهـا}} \frac{(\text{س}+٦)^{\frac{١}{٢}} - (٨)^{\frac{١}{٢}}}{(\text{س}+٦) - (٨)}\right)$

$+ ٢ \underset{\text{س} \to ٢}{\text{نهـا}} \frac{\text{س}^٥ - ٢^٥}{\text{س} - ٢}$

$= ٢^٢ \times \frac{١}{٢}(٨)^{\frac{١}{٢} - ١} + ٢ \times ٥ \times ٢^٥ - ١$

$= ١٦٢\frac{٢}{٣}$

الخانات تمارين 15

(١) بقسمة كل من البسط والمقام على س

$\underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \frac{٣ - \frac{٥}{\text{س}}}{٢ + \frac{٨}{\text{س}}} = \frac{٧}{٢}$

(٢) بقسمة كل من البسط والمقام على $\text{س}^٢$

$\underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \frac{\frac{٢}{\text{س}} - \frac{٥}{\text{س}^٢}}{٢ + \frac{٨}{\text{س}^٢}} = \text{صفر}$

(٣) بقسمة كل من البسط والمقام على س

$\underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \frac{٢\text{س} - \frac{٥}{\text{س}}}{٢ + \frac{٨}{\text{س}}} = \infty$

(٤) بقسمة كل من البسط والمقام على س

$\underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \frac{\frac{١}{\text{س}} - ٢}{٣ - \frac{١}{\text{س}}} = \frac{-٢}{٣}$

(٥) بقسمة كل من البسط والمقام على $\text{س}^٢$

$\underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \frac{\frac{٥}{\text{س}^٢} - \frac{٦}{\text{س}} - ٣}{٢ + \frac{١}{\text{س}} + \frac{٤}{\text{س}^٢}} = \frac{-٣}{٢}$

(٦) عند س ← ∞ فإن |س| = س

∴ $\underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \frac{\text{س}^٢ - ٢}{\text{س}^٢ + ١}$

بقسمة كل من البسط والمقام على $\text{س}^٢$

$\underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \frac{١ - \frac{٢}{\text{س}^٢}}{١ + \frac{١}{\text{س}^٢}} = ١$

(٧) بقسمة كل من البسط والمقام على $\text{س}^٢$

$\underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \frac{\frac{٦}{\text{س}^٢} - ٤}{٧ - \frac{٢}{\text{س}^٢}} = \frac{-٤}{٧} = \frac{-٤}{٧}$

(٨) بقسمة كل من البسط والمقام على $\text{س}^٥$

$\underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \frac{\frac{٥}{\text{س}^٥} + ٤}{٨ + \frac{١}{\text{س}} - \frac{٢}{\text{س}^٥}} = \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$

(٩) بقسمة كل من البسط والمقام على $\text{س}^٢$

$\underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \frac{\frac{٧}{\text{س}} + \frac{١}{\text{س}^٢}}{٤ - \frac{٨}{\text{س}} + \frac{١}{\text{س}^٢}} = \frac{\text{صفر}}{٤} = \text{صفر}$

(١٠) بقسمة كل من البسط والمقام على $\text{س}^٤$

$\underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \frac{٥\text{س}^٢ + \frac{٢}{\text{س}^٢} - \frac{١}{\text{س}^٤}}{٦ + \frac{١٢}{\text{س}^٤}} = \frac{\infty}{٦} = \infty$

(١١) بقسمة كل من البسط والمقام على $\text{س}^{١٤}$

$\underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \frac{\frac{٥}{\text{س}^{١٤}} - \frac{٧}{\text{س}^٦} + ٣}{\frac{٧}{\text{س}^{١٤}} - ٦ + \frac{٢}{\text{س}^٨}} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

(١٢) $\underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \left(\frac{٧}{\text{س}^٢} + \frac{٢}{\text{س}} - ٣\right) = -٣$

(١٣) $\underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \frac{\frac{٥}{\text{س}^٣} + \frac{١}{\text{س}^٢} - ٢}{\frac{٧}{\text{س}^٣} - \frac{٢}{\text{س}^٢} + ٨} = \frac{-٢}{٨}$

(١٤) عند س ← ∞ فإن |٢س^٦ − (٢س)^٢|

∴ $\underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \frac{٥\text{س}^٣ - ٤\text{س}^٢ + ٢}{٧ - \text{س} + ٨\text{س}^٣}$

بقسمة كل من البسط والمقام على $\text{س}^٣$

$\underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \frac{٥ - \frac{٤}{\text{س}} + \frac{٢}{\text{س}^٣}}{\frac{٧}{\text{س}^٣} - \frac{١}{\text{س}^٢} + ٨} = \frac{٥}{٨}$

(١٥) $\underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \left(\text{س}^٣ + ٥\text{س}^٢ + ١\right)$

$= \infty + \infty + ١ = \infty$

(١٦) $\underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \left[\sqrt{\text{س}^٢ + ٥\text{س} + ٧} + \text{س}\right]$

$= \sqrt{\infty + \infty + ٧} + \infty = \infty$

(١٧) $\underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \left(٥ + \text{س} - \text{س}^٢\right) = ٥ + \infty - \infty$

= كمية غير معينة

∴ $\underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \text{س}^٢ \left(\frac{٥}{\text{س}^٢} + \frac{١}{\text{س}} - ١\right)$

$= \underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \text{س}^٢ \times \underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \left(\frac{٥}{\text{س}^٢} + \frac{١}{\text{س}} - ١\right)$

$= \infty \times -١ = -\infty$

(١) بقسمة كل من البسط والمقام على $\text{س}^٢$

$\underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \frac{\left(٢ + \frac{٩}{\text{س}}\right)\left(٢ + \frac{٧}{\text{س}}\right)}{\left(١ + \frac{١}{\text{س}}\right)\left(٥ + \frac{٤}{\text{س}}\right)} = \frac{٢ \times ٢}{١ \times ٥} = \frac{٦}{٥}$

(٢) بقسمة كل من البسط والمقام على $\text{س}^٢$

$\underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \frac{٢ - \frac{٤}{\text{س}} + \frac{٥}{\text{س}^٢}}{\left(١ + \frac{٢}{\text{س}}\right)} = \frac{٢}{١} = ٢$

(٣) بقسمة كل من البسط والمقام على $\text{س}^٢$

$\underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \frac{٦ - \frac{٥}{\text{س}}}{\left(\frac{٢}{\text{س}} - ١\right)\left(١ + \frac{٢}{\text{س}}\right)} = \frac{٦}{-١} = -٦$

(٤) بقسمة كل من البسط والمقام على $\text{س}^٢$

$\underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \frac{٨ - \frac{١}{\text{س}^٢} + \frac{١}{\text{س}^٢}}{\left(١ + \frac{١}{\text{س}}\right)\left(٢ - \frac{٢}{\text{س}^٢}\right)} = \frac{٨}{٢} = ٤$

(٥) بقسمة كل من البسط والمقام على س

$\underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \frac{١ - \frac{٢}{\text{س}} + \frac{٥}{\text{س}^٢}}{\left(\frac{٢}{\text{س}} - ٢\right)^٢} = \frac{١}{٨}$

(٦) بقسمة كل من البسط والمقام على $\text{س}^٢$

$\underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \frac{\left(٢ + \frac{٣}{\text{س}}\right)\left(٤ - \frac{٥}{\text{س}^٢}\right)}{\left(٣ - \frac{٨}{\text{س}^٢}\right)\left(٥ - \frac{٢}{\text{س}}\right)} = \frac{٨}{١٥}$

(٧) بقسمة كل من البسط والمقام على $\text{س}^٢$

$\underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \frac{\left(٢ + \frac{٣}{\text{س}}\right)\left(٥ - \frac{١}{\text{س}}\right)\left(١ - \frac{٣}{\text{س}}\right)}{١ \times \left(١ + \frac{١}{\text{س}}\right)\left(٢ - \frac{١}{\text{س}}\right)} = \frac{١٠}{٢}$

(٨) بقسمة كل من البسط والمقام على س = $\sqrt{\text{س}^٢}$

$\underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \frac{\left(\frac{٧}{\sqrt{\text{س}^٢}} + ١\right)\left(\frac{٣}{\sqrt{\text{س}^٢}} + ١\right)}{\frac{٣}{\text{س}} - ٤} = \frac{١}{٤}$

(٩) بقسمة كل من البسط والمقام على $\text{س}^٢$

$\underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \frac{\left(٦ - \frac{٥}{\text{س}}\right)\left(٣ - \frac{٤}{\text{س}^٢}\right)^٢}{\left(٢ - \frac{٢}{\text{س}}\right)^٣} = \frac{٦ \times ٩}{٢٧} = ٢$

(١٠) بقسمة كل من البسط والمقام على $\text{س}^٥$

$\underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \frac{\left(١ + \frac{٢}{\text{س}}\right)^٣\left(٢ - \frac{٣}{\text{س}^٢}\right)}{٣\left(١ + \frac{٧}{\text{س}^٢}\right)}$

$= \frac{١^٣ \times ٢}{١ \times ٣} = \frac{٢}{٣}$

(١١) بقسمة كل من البسط والمقام على $\text{س}^٦ = \left(\text{س}^٣\right)^٢$

$\underset{\text{س} \to \infty}{\text{نهـا}} \frac{\left(٢ - \frac{١}{\text{س}^٢}\right)^٣}{١٨ + \frac{١}{\text{س}^٢} + \frac{١}{\text{س}^٦}} = \frac{٢٧}{١٨} = \frac{٣}{٢}$

① بقسمة كل من البسط والمقام على س = $\sqrt{\text{س}^2}$

$$\lim_{\text{س}\to\infty} \frac{2 + \frac{3}{\text{س}}}{\sqrt{9 + \frac{25}{\text{س}^2}}} = \frac{2}{3}$$

② بقسمة كل من البسط والمقام على س

$$\lim_{\text{س}\to\infty} \frac{\sqrt{4 + \frac{3}{\text{س}^2}}}{1} = \sqrt{4} = 2$$

③ بقسمة كل من البسط والمقام على س = $\sqrt{\text{س}^2}$

$$\lim_{\text{س}\to\infty} \frac{2 + \frac{1}{\text{س}}}{\sqrt{4 + \frac{3}{\text{س}} - \frac{4}{\text{س}^2}}} = \frac{2}{2} = 1$$

④ بقسمة كل من البسط والمقام على س = $\sqrt[3]{\text{س}^3}$

$$\lim_{\text{س}\to\infty} \frac{2 - \frac{3}{\text{س}}}{\sqrt[3]{125 + \frac{5}{\text{س}^3}}} = \frac{2}{5}$$

⑤ بقسمة كل من البسط والمقام على س = $\sqrt[3]{\text{س}^3}$

$$\lim_{\text{س}\to\infty} \frac{\sqrt[3]{8 + \frac{5}{\text{س}^2} - \frac{2}{\text{س}^3}}}{2 + \frac{2}{\text{س}}} = \frac{2}{2}$$

⑥ بقسمة كل من البسط والمقام على س^2 = $\sqrt{\text{س}^2}$

$$\lim_{\text{س}\to\infty} \frac{2 - \frac{4}{\text{س}^2}}{\sqrt{1 + \frac{9}{\text{س}^6}}} = -2$$

⑦ بقسمة كل من البسط والمقام على س = $\sqrt{\text{س}^2}$ = $\sqrt{\text{س}^2}$

$$\lim_{\text{س}\to\infty} \frac{\sqrt{9 - \frac{3}{\text{س}} + \frac{8}{\text{س}^2}}}{\sqrt[3]{125 + \frac{2}{\text{س}^2} + \frac{3}{\text{س}}}} = \frac{3}{5}$$

⑧ بقسمة كل من البسط والمقام على $\sqrt{\text{س}^2}$ = $\sqrt{\text{س}^4}$

$$\lim_{\text{س}\to\infty} \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{\text{س}^2}}}{\sqrt{1 + \frac{2}{\text{س}^4}}} = \frac{1}{1} = 1$$

⑨ بقسمة كل من البسط والمقام على $\sqrt[3]{\text{س}^3}$ = $\sqrt[3]{\text{س}^6}$

$$\lim_{\text{س}\to\infty} \frac{\sqrt[3]{8 + \frac{1}{\text{س}^3}}}{\sqrt[3]{32 + \frac{1}{\text{س}^4}}} = \frac{2}{2} = 1$$

⑩ بقسمة كل من البسط والمقام على $\sqrt[3]{\text{س}^3}$ = $\sqrt[3]{\text{س}^4}$

$$\lim_{\text{س}\to\infty} \frac{\sqrt[3]{8 + \frac{1}{\text{س}^3}}}{1 - \frac{3}{\text{س}^4}} = 2$$

⑪ بقسمة كل من البسط والمقام على $\sqrt{\text{س}}$

$$\lim_{\text{س}\to\infty} \frac{\sqrt{3 - \frac{2}{\text{س}}} - \sqrt{12 + \frac{7}{\text{س}}}}{\sqrt{27 - \frac{5}{\text{س}}}}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - 2\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \frac{-1}{3}$$

⑫ بقسمة كل من البسط والمقام على س = $\sqrt{\text{س}^2}$

$$\lim_{\text{س}\to\infty} \frac{\sqrt{4 + \frac{7}{\text{س}^2}} + 2}{2 + \frac{9}{\text{س}}} = \frac{5}{2}$$

⑬ بقسمة كل من البسط والمقام على

$\sqrt{\text{س}^6}$ = $\sqrt{\text{س}^9}$ = $\sqrt{\text{س}^3}$

$$\lim_{\text{س}\to\infty} \frac{\sqrt{1 + \frac{8}{\text{س}^3}} - \sqrt{\frac{1}{\text{س}^2} + \frac{4}{\text{س}^9}}}{\sqrt{1 + \frac{9}{\text{س}^3}}} = 1$$

⑭ بقسمة كل من البسط والمقام على س^2 = س $\sqrt{\text{س}^2}$

$$\lim_{\text{س}\to\infty} \frac{2 - \frac{1}{\text{س}} - \frac{2}{\text{س}^2}}{\left(1 + \frac{1}{\text{س}}\right)\sqrt{25 + \frac{1}{\text{س}^2}}} = \frac{2}{5}$$

٤

① (د)	② (أ)	③ (جـ)
④ (جـ)	⑤ (جـ)	⑥ (جـ)
⑦ (ب)	⑧ (ب)	⑨ (د)
⑩ (د)	⑪ (ب)	⑫ (ب)
⑬ (جـ)	⑭ (جـ)	

٥

① $\lim_{\text{س}\to\infty} 7 + \lim_{\text{س}\to\infty} \frac{2\text{س}^2}{(\text{س}+3)^2}$

$$= 7 + \lim_{\text{س}\to\infty} \frac{2}{\left(1 + \frac{3}{\text{س}}\right)^2} = 7 + 2 = 9$$

② $\lim_{\text{س}\to\infty} \frac{\text{س}}{2\text{س}+1} + \lim_{\text{س}\to\infty} \frac{3\text{س}^2}{(\text{س}-3)^2}$

$$= \lim_{\text{س}\to\infty} \frac{1}{2 + \frac{1}{\text{س}}} + \lim_{\text{س}\to\infty} \frac{3}{\left(1 - \frac{3}{\text{س}}\right)^2}$$

$$= \frac{1}{2} + 3 = \frac{7}{2}$$

③ $\lim_{\text{س}\to\infty} \frac{3}{2} - \lim_{\text{س}\to\infty} \frac{3\text{س}}{2\text{س}+7}$

$$= \frac{3}{2} - \lim_{\text{س}\to\infty} \frac{3}{2 + \frac{7}{\text{س}}} = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = \frac{0}{2}$$

④ $\lim_{\text{س}\to\infty} \frac{2\text{س}^3 - 3\text{س}^2 - \text{س}}{2\text{س}^3 + 1}$

$$= \lim_{\text{س}\to\infty} \frac{-\text{س}}{2\text{س}^2 + 1}$$

$$= \lim_{\text{س}\to\infty} \frac{\frac{-1}{\text{س}}}{2 + \frac{1}{\text{س}^2}} = \frac{\text{صفر}}{2} = \text{صفر}$$

⑤ $\lim_{\text{س}\to\infty} \frac{(\text{س}^2 - 1)(\text{س} - 2) - (\text{س}^2 + 1)(\text{س} + 2)}{\text{س}^2 + 1}$

$$= \lim_{\text{س}\to\infty} \frac{\text{س}^3 - 2\text{س}^2 - \text{س} + 2 - \text{س}^3 - 2\text{س}^2 - \text{س} - 2}{\text{س}^2 + 1}$$

$$= \lim_{\text{س}\to\infty} \frac{-4\text{س}^2 - 2\text{س}}{\text{س}^2 + 1}$$

$$= \lim_{\text{س}\to\infty} \frac{-4 - \frac{2}{\text{س}}}{1 + \frac{1}{\text{س}^2}} = \frac{-4}{1} = -4$$

⑥ $\lim_{\text{س}\to\infty} \frac{(\sqrt{\text{س}^2 + 2\text{س}} - \sqrt{\text{س}^2 + 2\text{س}})(\sqrt{\text{س}^2 + 2\text{س}} + \sqrt{\text{س}^2 + 2\text{س}})}{(\sqrt{\text{س}^2 + 2\text{س}} + \sqrt{\text{س}^2 + 2\text{س}})}$

$$= \lim_{\text{س}\to\infty} \frac{\text{س}^2 + 2\text{س} - \text{س}^2 - 2\text{س}}{\sqrt{\text{س}^2 + 2\text{س}} + \sqrt{\text{س}^2 + 2\text{س}}}$$

$$= \lim_{\text{س}\to\infty} \frac{0\text{س}}{\sqrt{\text{س}^2 + 2\text{س}} + \sqrt{\text{س}^2 + 2\text{س}}}$$

$$= \lim_{\text{س}\to\infty} \frac{0}{\sqrt{1 + \frac{2}{\text{س}}} + \sqrt{1 + \frac{2}{\text{س}}}} = \frac{0}{2} = 0$$

⑦ $\lim_{\text{س}\to\infty} \frac{\sqrt{4\text{س}^2 + 1} - \sqrt{\text{س}^2 + 10}}{\text{س}}$

$$= \lim_{\text{س}\to\infty} \frac{\sqrt{4 + \frac{1}{\text{س}^2}} - \sqrt{1 + \frac{10}{\text{س}^2}}}{1} = \frac{2-1}{1} = 1$$

⑧ $\lim_{\text{س}\to\infty} \frac{(\sqrt{\text{س}^2 + 5\text{س}} - \text{س})(\sqrt{\text{س}^2 + 5\text{س}} + \text{س})}{\sqrt{\text{س}^2 + 5\text{س}} + \text{س}}$

$$= \lim_{\text{س}\to\infty} \frac{\text{س}^2 + 5\text{س} - \text{س}^2}{\sqrt{\text{س}^2 + 5\text{س}} + \text{س}}$$

$$= \lim_{\text{س}\to\infty} \frac{5\text{س}}{\sqrt{\text{س}^2 + 5\text{س}} + \text{س}}$$

$$= \lim_{\text{س}\to\infty} \frac{5}{\sqrt{1 + \frac{5}{\text{س}}} + 1} = \frac{5}{2}$$

⑨ $\underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{س}\left(\sqrt{\text{٤س}^2+1}-\text{٢س}\right)\left(\sqrt{\text{٤س}^2+1}+\text{٢س}\right)}{\left(\sqrt{\text{٤س}^2+1}+\text{٢س}\right)}$

$= \underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{س}\left(\text{٤س}^2+1-\text{٤س}^2\right)}{\left(\sqrt{\text{٤س}^2+1}+\text{٢س}\right)}$

$= \underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} \dfrac{1}{\sqrt{4+\frac{1}{\text{س}^2}}+2} = \frac{1}{4}$

⑩ بقسمة كل من البسط والمقام على $\text{س}^{17} = (\text{س}^5)(\text{س}^2)^6$

$= (\text{س}^7)(\text{س}^2)^5$

$\underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} \dfrac{\left(2-\frac{1}{\text{س}}\right)^5\left(1+\frac{3}{\text{س}^2}\right)^6}{\left(1+\frac{1}{\text{س}}\right)^7\left(1-\frac{5}{\text{س}^2}\right)^5}$

$= \dfrac{(2)^5(1)^6}{(1)^7(1)^5} = 32$

حل آخر:

$\underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} \dfrac{\left[\text{س}\left(2-\frac{1}{\text{س}}\right)\right]^5\left[\text{س}^2\left(1+\frac{3}{\text{س}^2}\right)\right]^6}{\left[\text{س}\left(1+\frac{1}{\text{س}}\right)\right]^7\left[\text{س}^2\left(1-\frac{5}{\text{س}^2}\right)\right]^5}$

$= \underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{س}^5\left(2-\frac{1}{\text{س}}\right)^5\times\text{س}^{12}\left(1+\frac{3}{\text{س}^2}\right)^6}{\text{س}^7\left(1+\frac{1}{\text{س}}\right)^7\times\text{س}^{10}\left(1-\frac{5}{\text{س}^2}\right)^5}$

$= \underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{س}^{17}\left(2-\frac{1}{\text{س}}\right)^5\left(1+\frac{3}{\text{س}^2}\right)^6}{\text{س}^{17}\left(1+\frac{1}{\text{س}}\right)^7\left(1-\frac{5}{\text{س}^2}\right)^5}$

$= \dfrac{(2)^5\times(1)^6}{(1)^7\times(1)^5} = 32$

⑪ بضرب كل من البسط والمقام فى مرافق البسط والمقام

$\therefore \underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} \dfrac{\left(\sqrt{\text{٤س}+1}-\sqrt{\text{٤س}-1}\right)\left(\sqrt{\text{٤س}+1}+\sqrt{\text{٤س}-1}\right)\left(\sqrt{\text{٤س}+1}+\sqrt{\text{٤س}-1}\right)}{\left(\sqrt{\text{٤س}+1}-\sqrt{\text{٤س}-1}\right)\left(\sqrt{\text{٤س}+1}+\sqrt{\text{٤س}-1}\right)\left(\sqrt{\text{٤س}+1}+\sqrt{\text{٤س}-1}\right)}$

$= \underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} \dfrac{(\text{س}+1-\text{س}+1)\left(\sqrt{\text{٤س}+1}+\sqrt{\text{٤س}-1}\right)}{(\text{٤س}+1-\text{٤س}+1)\left(\sqrt{\text{س}+1}+\sqrt{\text{س}-1}\right)}$

$= \underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} \dfrac{\sqrt{\text{٤س}+1}+\sqrt{\text{٤س}-1}}{\sqrt{\text{س}+1}+\sqrt{\text{س}-1}}$

وبقسمة كل من البسط والمقام على $\sqrt{\text{س}}$

$\therefore \underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} \dfrac{\sqrt{4+\frac{1}{\text{س}}}+\sqrt{4-\frac{1}{\text{س}}}}{\sqrt{1+\frac{1}{\text{س}}}+\sqrt{1-\frac{1}{\text{س}}}} = \dfrac{2+2}{1+1} = 2$

٦

① بقسمة كل من البسط والمقام على س^2

$\underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} \left(\dfrac{3-\frac{5}{\text{س}}+\frac{1}{\text{س}^2}}{4-\frac{7}{\text{س}^2}}\right)^{\frac{1}{\text{س}}} = \left(\frac{3}{4}\right)^{\text{صفر}} = 1$

② $\underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{س}+1}{\sqrt{\text{س}^2-1}} + \underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} \text{أ}^{\frac{1}{\text{س}}}$

$= \underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} \left(\dfrac{1+\frac{1}{\text{س}}}{\sqrt{1-\frac{1}{\text{س}^2}}}\right) + \text{أ}^{\text{صفر}} = 1 + 1 = 2$

③ $\underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} \dfrac{2-\frac{3}{\text{س}}}{\sqrt[3]{27-\frac{15}{\text{س}^2}+\frac{2}{\text{س}^3}}} + \underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} 8^{\frac{1}{\text{س}}}$

$= \frac{2}{3} + 1 = 1\frac{2}{3}$

④ $\underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} \dfrac{5}{1-\frac{1}{\text{س}^2}} - \underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} (13)^{\frac{1}{\text{س}}}$

$= -5 - 1 = -6$

٧

∵ النهاية موجودة وتساوى ٢

∴ درجة البسط = درجة المقام ∴ ن = ٢

$\therefore \underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{٤أس}^2-\text{٤س}+5}{3-\text{٩س}+\text{٨س}^2} = 2$

بقسمة كل من البسط والمقام على س^2

$\therefore \underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{٤أ}-\frac{4}{\text{س}}+\frac{5}{\text{س}^2}}{\frac{3}{\text{س}^2}-\frac{9}{\text{س}}+8} = 2$

$\therefore \frac{\text{٤أ}}{8} = 2 \quad \therefore \text{أ} = 6$

٨

$\underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} \dfrac{\sqrt{\text{أ}+\frac{3}{\text{س}^2}}}{\sqrt{\text{٤}+\frac{7}{\text{س}^2}}} = -1 \quad \therefore \frac{\sqrt{\text{أ}}}{2} = -1$

$\therefore \sqrt{\text{أ}} = -2 \quad \therefore \text{أ} = -8$

٩

$\underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} \dfrac{\left(\sqrt{\text{أس}^2+\text{٣ب س}+5}-\text{٢س}\right)}{1} \times \dfrac{\left(\sqrt{\text{أس}^2+\text{٣ب س}+5}+\text{٢س}\right)}{\left(\sqrt{\text{أس}^2+\text{٣ب س}+5}+\text{٢س}\right)}$

$= \underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{أس}^2+\text{٣ب س}+5-\text{٤س}^2}{\sqrt{\text{أس}^2+\text{٣ب س}+5}+\text{٢س}} = 3$

∵ أكبر درجة فى المقام هى ١ ∴ درجة البسط = ١

∴ $\text{أس}^2 - \text{٤س}^2 = 0 \quad \therefore \text{أ} = 4$

$\therefore \underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{٣ب س}+5}{\sqrt{\text{أس}^2+\text{٣ب س}+5}+\text{٢س}} = 3$

(بقسمة كل من البسط والمقام على س)

$\therefore \underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{٣ب}+\frac{5}{\text{س}}}{\left(\sqrt{\text{أ}+\frac{\text{٣ب}}{\text{س}}+\frac{5}{\text{س}^2}}+2\right)} = 3$

$\therefore \dfrac{\text{٣ب}}{\sqrt{\text{أ}}+2} = 3$

∴ $\text{٣ب} = 3 \times (\sqrt{4}+2) \quad \therefore \text{ب} = 4$

١٠

$\because \underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} \dfrac{2-\text{أس}^2}{3-\text{ب س}+\text{س}^2} = 5$

$\therefore \underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} \dfrac{\frac{2}{\text{س}^2}-\text{أ}}{\frac{3}{\text{س}^2}-\frac{\text{ب}}{\text{س}}+1} = 5 \quad \therefore \text{أ} = -5$

$\because \underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} \dfrac{2+5\text{س}^2}{3-\text{ب س}+\text{س}^2} = 2$

$\therefore \dfrac{2+5(-3)^2}{3+3\text{ب}+(-3)^2} = 2 \quad \therefore 7+3\text{ب} = 11$

$\therefore \text{ب} = 2$

١١

$\underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{س}^2+1-(\text{أس}+\text{ب})(\text{س}+1)}{\text{س}+1} = 2$

$\therefore \underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{س}^2-\text{أس}^2-(\text{أ}+\text{ب})\text{س}+1-\text{ب}}{\text{س}+1} = 2$

∵ النهاية موجودة وتساوى ٢

∴ درجة البسط = درجة المقام

∴ $\text{س}^2 - \text{أس}^2 = 0 \quad \therefore \text{أ} = 1$

∴ $\text{أ} + \text{ب} = -2 \quad \therefore \text{ب} = -3$

١٢

∵ النهاية تساوى ∞

∴ درجة البسط أكبر من درجة المقام

∴ أ + ١ = صفر ومنها أ = −١

∴ ٧ − ب = صفر ومنها ب = ٧

١٣

① بقسمة كل من البسط والمقام على س^2

$\underset{\text{س}\to\infty}{\text{نهـا}} \dfrac{1+\frac{1}{\text{س}^2}}{\left(2+\frac{2}{\text{س}^2}\right)^2} = \frac{1}{4}$

② $\underset{\text{س}\to\text{صفر}}{\text{نهـا}} \dfrac{\left(2+\frac{1}{\text{س}^2}\right)^3-6}{\frac{1}{\text{س}^2}}$

$= \underset{\text{س}\to\text{صفر}}{\text{نهـا}} \dfrac{\left(2+\frac{1}{\text{س}^2}\right)^3-6}{9-\left(\frac{1}{\text{س}^2}+9\right)} = 24$

③ $\underset{\text{س}\to\text{صفر}}{\text{نهـا}} \dfrac{\left(2+\frac{5}{\text{س}^2}\right)^3-243}{\frac{1}{\text{س}^2}}$

$= \underset{\text{س}\to\text{صفر}}{\text{نهـا}} \dfrac{\left(2+\frac{1}{\text{س}^2}\right)^3-6}{\left(\frac{1}{\text{س}^2}-2\right)} + 5(243-5)$

④ بالضرب في المرافق

$$\text{نهـا}_{\text{س}\to\infty} \frac{\left(\sqrt{\text{س}^2+2}-\text{س}\right)\left(\sqrt{2\text{س}^2+1}\right)\left(\sqrt{\text{س}^2+2}+\text{س}\right)}{\sqrt{\text{س}^2+2}+\text{س}}$$

$$= \text{نهـا}_{\text{س}\to\infty} \frac{\left(\text{س}^2+2-\text{س}^2\right)\left(\sqrt{2\text{س}^2+1}\right)}{\sqrt{\text{س}^2+2}+\text{س}}$$

$$= \text{نهـا}_{\text{س}\to\infty} \frac{2\left(\sqrt{2\text{س}^2+1}\right)}{\sqrt{\text{س}^2+2}+\text{س}}$$

$$= \text{نهـا}_{\text{س}\to\infty} \frac{2\left(\sqrt{2+\frac{1}{\text{س}^2}}\right)}{\sqrt{1+\frac{2}{\text{س}^2}}+1} = \sqrt{2}$$

⑤ $\text{نهـا}_{\text{س}\to\infty} \left(\frac{2}{\text{س}}-\frac{1}{\text{س}^2}\right)\sqrt{4\text{س}^2+1}$

$$= \text{نهـا}_{\text{س}\to\infty} \frac{2\sqrt{4\text{س}^2+1}}{\text{س}} - \text{نهـا}_{\text{س}\to\infty} \frac{\sqrt{4\text{س}^2+1}}{\text{س}^2}$$

$$= \text{نهـا}_{\text{س}\to\infty} \frac{2\sqrt{4+\frac{1}{\text{س}^2}}}{1} - \text{نهـا}_{\text{س}\to\infty} \frac{\sqrt{\frac{4}{\text{س}^2}+\frac{1}{\text{س}^4}}}{1}$$

= ٢ × ٢ − صفر = ٤

⑥ بقسمة كل من البسط والمقام على $\sqrt{\text{س}} = \sqrt{\text{س}^2}$

$$\text{نهـا}_{\text{س}\to\infty} \frac{5+\frac{16}{\sqrt{\text{س}}}-3\sqrt{\frac{1}{\text{س}}-\frac{1}{\text{س}^2}}}{\frac{1}{\sqrt{\text{س}}}+\sqrt{4+\frac{1}{\text{س}^2}}} = \frac{5}{2}$$

اجابات تمارين 16

١

① ١ ② صفر ③ صفر ④ $\frac{5}{8}$

⑤ $\frac{2}{5}$ ⑥ ١ ⑦ $\frac{3}{4}$ ⑧ $\frac{3}{4}$

⑨ صفر ⑩ ٤ ⑪ صفر ⑫ $\frac{1}{6}$

٢

① (أ) ② (ب) ③ (جـ) ④ (جـ) ⑤ (د)

⑥ (د) ⑦ (ب) ⑧ (جـ) ⑨ (ب)

٣

① $\text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{\frac{\text{جا}\,2\text{س}}{\text{س}}}{\frac{\text{ظا}\,5\text{س}}{\text{س}}} = \frac{2}{5}$

② $\text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{\frac{\text{جا}\,\text{س}}{5}}{\frac{\text{ظا}\,\frac{2\text{س}}{3}}{\text{س}}} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{10}$

③ $\text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{\text{جا}\,3\text{س}}{5\text{س}} - \text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{\text{جا}\,2\text{س}}{5\text{س}}$

$= \frac{3}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$

④ $\text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{\frac{\text{جا}\,\text{س}}{\text{س}} + \frac{\text{ظا}\,\text{س}}{\text{س}}}{\frac{\text{جا}\,\text{س}}{\text{س}}} = \frac{1+1}{1} = 2$

⑤ $\text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{\text{جتا}\,3\text{س}}{\frac{\text{ظا}\,2\text{س}}{\text{س}}} = \frac{1}{2}$

⑥ $\text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{5\text{س}}{\text{جا}\,\text{س}} - \text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{\text{ظا}\,2\text{س}}{\text{س}}$

$= 5 - 2 = 3$

⑦ $\text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{3+\frac{\text{جا}\,\text{س}}{\text{س}}}{2+\frac{\text{ظا}\,2\text{س}}{\text{س}}} = \frac{3+1}{2+2} = \frac{4}{5}$

⑧ $\text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{2\left(\frac{\text{جا}\,\text{س}}{\text{س}}\right)+4\left(\frac{\text{ظا}\,2\text{س}}{\text{س}}\right)}{2+\frac{\text{جا}\,3\text{س}}{\text{س}}} = \frac{2+8}{2+2} = 2$

⑨ $\text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{\frac{\text{جا}\,\text{س}}{\text{س}} - \frac{3\,\text{ظا}\,\text{س}}{\text{س}}}{5\,\text{جتا}\,\text{س}} = \frac{1-3}{5} = \frac{-2}{5}$

⑩ $\text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{2}{0\left(\frac{\text{ظا}\,\text{س}}{\text{س}}\right)-2\left(\frac{\text{جا}\,3\text{س}}{\text{س}}\right)} = \frac{2}{5-4} = 2$

⑪ بقسمة البسط والمقام على س

$\text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{1+\text{جتا}\,\text{س}}{\frac{\text{جا}\,\text{س}}{\text{س}}\times\text{جتا}\,\text{س}} = \frac{1+1}{1\times 1} = 2$

⑫ $\text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{\frac{\text{ظا}\,3\text{س}}{\text{س}} - \frac{\text{جا}\,4\text{س}}{\text{س}}}{2\text{س}} = \frac{3-4}{2} = \frac{-1}{2}$

⑬ $\text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{\text{س}+\frac{\text{جا}\,3\text{س}}{\text{س}}}{5\,\text{جا}\,2\text{س}} = \frac{0+3}{10} = \frac{3}{10}$

⑭ $\text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{\frac{\text{ظا}\,2\text{س}}{\text{س}}+2\,\text{جتا}\,\text{س}}{\frac{\text{جا}\,3\text{س}}{\text{س}}} = \frac{2+2}{3} = \frac{4}{3}$

⑮ $\text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{2\,\text{جا}\,\frac{1}{2}\text{س}}{\text{س}} = \frac{2}{2}$

⑯ $\text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \left[\frac{\text{جا}\,\frac{1}{5}\text{س}}{\text{س}} + \frac{\text{ظا}\,\frac{1}{5}\text{س}}{\text{س}}\right] = \frac{2}{5}$

⑰ $\text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \left(\frac{3\,\text{جا}\,4\text{س}}{5\text{س}} + 4\,\text{جا}\,4\text{س}\right) = \frac{12}{5}$

⑱ $\text{نهـا}_{(\text{س}-3)\to 0} \frac{\text{جا}\,3(\text{س}-3)}{2(\text{س}-3)} = \frac{3}{2}$

⑲ بقسمة كل من البسط والمقام على س

$\text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{\frac{\text{جا}\,24\text{س}}{\text{س}}\times\text{جتا}\,6\text{س}}{\frac{\text{ظا}\,6\text{س}}{\text{س}}\times\text{جتا}\,24\text{س}} = \frac{24\times 1}{6\times 1} = 4$

⑳ النهاية $= \frac{\frac{1}{2}\,\text{جتا}\left(-3\times\frac{1}{2}+1\right)}{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{2}{3}$

㉑ $\text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \left[\frac{\text{جا}^2\text{س}}{\text{س}^2}\times\text{س}\right]$

$= \text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{\text{جا}^2\text{س}}{\text{س}^2}\times\text{نهـا}_{\text{س}\to 0}\,\text{س}$

= ١ × ٠ = صفر

٤

① $\text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{1}{5}\times\frac{\text{جا}\,2\text{س}}{\text{س}^2} = \frac{1}{5}\times 2^2 = \frac{4}{5}$

② $\text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{\frac{\text{جا}\,2\text{س}}{\text{س}}}{\frac{\text{ظا}\,2\text{س}}{\text{س}}} = \text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{\left(\frac{\text{جا}\,2\text{س}}{\text{س}}\right)}{\left(\frac{\text{ظا}\,2\text{س}}{\text{س}}\right)} = \frac{4}{4}$

③ $\text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{\frac{\text{جا}\,\frac{1}{2}\text{س}}{\text{س}}}{\frac{\text{ظا}\,2\text{س}}{\text{س}}} = \text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{\left(\frac{\text{جا}\,\frac{1}{2}\text{س}}{\text{س}}\right)}{\left(\frac{\text{ظا}\,2\text{س}}{\text{س}}\right)} = \frac{1}{4}$

④ $\text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{\frac{\text{جا}\,2\text{س}}{\text{س}}}{\left(\frac{\text{جا}\,\text{س}}{\text{س}}\right)\left(\frac{\text{ظا}\,2\text{س}}{\text{س}}\right)} = \frac{2}{1}$

⑤ $\frac{1}{2}\,\text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \left(\frac{\text{ظا}\,2\text{س}}{\text{س}}\right) = \frac{1}{2} = 2$

⑥ $\text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{\frac{\text{ظا}\,2\text{س}}{\text{س}}}{\left(\frac{\text{جا}\,2\text{س}}{\text{س}}\right)} = \frac{1}{2}$

⑦ $\text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{\frac{\text{جا}\,\text{س}}{\text{س}}}{\left(\frac{\text{جا}\,\text{س}}{\text{س}}\right)\left(\frac{\text{ظا}\,2\text{س}}{\text{س}}\right)} = \frac{1}{2}$

⑧ $\text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{\frac{\text{جا}\,2\text{س}}{\text{س}}}{2+\left(\frac{\text{جا}\,2\text{س}}{\text{س}}\right)^2} = \frac{4}{9+1} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

⑨ $\text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{1+\left(\frac{\text{ظا}\,2\text{س}}{\text{س}}\right)^2}{2+\left(\frac{\text{جا}\,2\text{س}}{\text{س}}\right)^2} = \frac{1+1}{9+2} = \frac{2}{11}$

⑩ $\text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{\frac{\text{ظا}\,\text{س}}{\text{س}}}{4-\left(\frac{\text{جا}\,2\text{س}}{\text{س}}\right)^2} = \frac{1}{4-9} = \frac{-1}{5}$

⑪ $\text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{2\text{س}+\frac{\text{جا}\,5\text{س}}{\text{س}}}{-1-\frac{\text{ظا}^2\,2\text{س}}{\text{س}^2}} = \frac{0+5}{-1-9} = \frac{5}{-8}$

⑫ $\text{نهـا}_{\text{س}\to 0} \frac{2+\frac{5\,\text{ظا}\,\text{س}}{\text{س}}+2\frac{\text{جا}\,\text{س}}{\text{س}}}{\frac{\text{جا}\,2\text{س}}{\text{س}}\,\text{جتا}\,2\text{س}} = \frac{2+5+2}{1\times 2} = 5$

٥

$\left(1-\text{جتا}\,\text{س}\right)\left(1+\text{جتا}\,\text{س}\right)$

$\text{جا}\,5\text{س}$

(١٣) $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{\dfrac{\text{جا}^2 ٦\text{س}}{\text{س}} + \dfrac{\text{جا}^2 ٢\text{س}}{\text{س}^2}}{\dfrac{\text{ظا}^2 ٣\text{س}}{\text{س}^2} + ١} = \dfrac{٦ + ٤}{٩ + ١}$

$= \dfrac{٦}{١٠} = \dfrac{٣}{٥}$

(١٤) $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \left(\dfrac{\text{ظا}^2 ٣\text{س}}{\text{س}^2} + \dfrac{\text{جا}^2 ٥\text{س}}{\text{س}^2}\right) = ٣ + ٢٥ = ٢٨$

(١٥) $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \left(\dfrac{\text{جا}٥\text{س}^2}{٢\text{س}^2} + \dfrac{\text{جا}^2 ٥\text{س}}{٢\text{س}^2}\right) = \dfrac{٥}{٢} + \dfrac{١٢٥}{٢} = ٦٥$

(١٦) $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \left(\dfrac{٢\text{س} + \dfrac{\text{جا}٣\text{س}}{\text{س}}}{٢\text{س} + \dfrac{\text{ظا}٦\text{س}}{\text{س}}}\right)^2 = \left(\dfrac{١}{٢}\right)^2 = \dfrac{١}{١٦}$

(١٧) $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \left(\dfrac{\text{ظا}\text{س}}{\text{س}}\right)^2 + \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \left(\dfrac{\text{ظا}٣\text{س}}{\text{س}}\right)^2$

$+ \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \left(\dfrac{\text{ظا}٥\text{س}}{\text{س}}\right)^2 = ١ + ٩ + ٢٥ = ٣٥$

(١٨) $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{جا}\text{س}}{\text{س}} \times \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \left(\dfrac{\text{جا}٣\text{س}}{\text{س}}\right)^2$

$\times \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \left(\dfrac{\text{جا}٤\text{س}}{\text{س}}\right)^2 = ١ \times ٤ \times ٦٤ = ٢٥٦$

(١٩) $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{\dfrac{\text{ظا}٦\text{س}}{\text{س}} - \dfrac{\text{ظا}(-٣\text{س})}{\text{س}}}{\text{جتا}٥\text{س} + \text{جتا}٢\text{س}} = \dfrac{٦ - (-٣)}{١ + ١} = \dfrac{٩}{٢}$

(٢٠) $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{جا}\text{س}\left(\sqrt{\text{س} + ٢} + \sqrt{٢}\right)}{\left(\sqrt{\text{س} + ٢} - \sqrt{٢}\right)\left(\sqrt{\text{س} + ٢} + \sqrt{٢}\right)}$

$= \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{جا}\text{س}\left(\sqrt{\text{س} + ٢} + \sqrt{٢}\right)}{\text{س} + ٢ - ٢}$

$= \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{جا}\text{س}}{\text{س}} \times \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \left(\sqrt{\text{س} + ٢} + \sqrt{٢}\right)$

$= ١ \times ٢\sqrt{٢} = ٢\sqrt{٢}$

(٢١) $\underset{\text{س}\to ٣}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{ظا}(\text{س} - ٣)}{(\text{س} - ٣)}$

$\times \underset{\text{س}\to ٣}{\text{نهـا}} \dfrac{١}{\text{س}^2 + ٣\text{س} + ٩} = ١ \times \dfrac{١}{٢٧} = \dfrac{١}{٢٧}$

(٢٢) $\underset{\text{س}\to ١}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{جا}(\text{س} - ١)}{(\text{س} - ١)} \times \underset{\text{س}\to ١}{\text{نهـا}} \dfrac{١}{(\text{س} + ٢)}$

$= ١ \times \dfrac{١}{٣} = \dfrac{١}{٣}$

٥

(١) $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{٣(١ - \text{جتا}\text{س})}{\text{س}} = ٣ \times ٠ = ٠$

(٢) $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \left(\dfrac{-(١ - \text{جتا}\text{س})}{\text{س}} \times \dfrac{\text{س}}{\text{جا}\text{س}}\right) = ٠ \times ١ = ٠$

(٣) $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{\dfrac{١ - \text{جتا}\text{س}}{\text{س}} + \dfrac{\text{جا}\text{س}}{\text{س}}}{\dfrac{١ - \text{جتا}\text{س}}{\text{س}} - \dfrac{\text{جا}\text{س}}{\text{س}}} = \dfrac{٠ + ١}{٠ - ١} = -١$

(٤) $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \left(\dfrac{١ - \text{جتا}٣\text{س}}{\text{س}} + \dfrac{١ - \text{جتا}٤\text{س}}{\text{س}}\right)$

$= \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} ٣\left(\dfrac{١ - \text{جتا}٣\text{س}}{٣\text{س}}\right)$

$+ \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} ٤\left(\dfrac{١ - \text{جتا}٤\text{س}}{٤\text{س}}\right) = ٠ + ٠ = ٠$

(٥) $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \left(\dfrac{\text{جا}\text{س}}{\text{س}} \times \dfrac{١ - \text{جتا}\text{س}}{\text{س}}\right) = ١ \times ٠ = ٠$

(٦) $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{س}(١ - \text{جتا}\text{س})}{\text{جا}^2 ٣\text{س}}$

$= \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \left(\dfrac{\text{س}^2}{\text{جا}^2 ٣\text{س}} \times \dfrac{١ - \text{جتا}\text{س}}{\text{س}}\right)$

$= \dfrac{١}{٩} \times ٠ =$ صفر

(٧) $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{جا}^2 ٣\text{س}}{٤\text{س}^2} = \dfrac{٩}{٤}$

(٨) $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{٤\text{س}^2}{\text{جا}^2 \frac{١}{٢}\text{س}} = \dfrac{٤}{\left(\frac{١}{٢}\right)^2} = ١٦$

(٩) $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{٢(١ - \text{جتا}٤\text{س})}{٨\text{س}^2} = \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{٢\text{جا}^2 ٤\text{س}}{٨\text{س}^2}$

$= \dfrac{٢}{٨} \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \left(\dfrac{\text{جا}٤\text{س}}{\text{س}}\right)^2 = \dfrac{٢}{٨} \times ١٦ = ٦$

(١٠) $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{جا}^2 \text{س}}{\text{س}^2} = \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \left(\dfrac{\text{جا}\text{س}}{\text{س}}\right)^2 = ١$

(١١) $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \left(\dfrac{١ - \text{جتا}\text{س}}{\text{س}^2} \times \dfrac{١ + \text{جتا}\text{س}}{١ + \text{جتا}\text{س}}\right)$

$= \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \left(\dfrac{\text{جا}^2 \text{س}}{\text{س}^2} \times \dfrac{١}{١ + \text{جتا}\text{س}}\right)$

$= \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{جا}^2 \text{س}}{\text{س}^2} \times \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{١}{١ + \text{جتا}\text{س}}$

$= ١ \times \dfrac{١}{٢} = \dfrac{١}{٢}$

(١٢) $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \left(\dfrac{٤(١ - \text{جتا}\text{س})}{\text{س}^2} \times \dfrac{\text{س}^2}{\text{جا}^2 ٢\text{س}}\right)$

$= \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \left(\dfrac{٤ \times (١ - \text{جتا}\text{س})}{\text{س}^2} \times \dfrac{١ + \text{جتا}\text{س}}{١ + \text{جتا}\text{س}} \times \dfrac{\text{س}^2}{\text{جا}^2 ٢\text{س}}\right)$

$= \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \left(\dfrac{٤\text{جا}^2 \text{س}}{\text{س}^2} \times \dfrac{١}{١ + \text{جتا}\text{س}} \times \dfrac{\text{س}^2}{\text{جا}^2 ٢\text{س}}\right)$

$= ٤ \times ١ \times \dfrac{١}{٢} \times \dfrac{١}{٤} = \dfrac{١}{٢}$

(١٣) $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \left(\dfrac{١ - \text{جتا}٢\text{س}}{\text{س}^2} \times \dfrac{١ + \text{جتا}٢\text{س}}{١ + \text{جتا}٢\text{س}} \times \dfrac{\text{س}}{\text{ظا}٢\text{س}}\right)$

$= \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \left(\dfrac{١ - \text{جتا}^2 ٢\text{س}}{\text{س}^2} \times \dfrac{١}{١ + \text{جتا}٢\text{س}} \times \dfrac{\text{س}}{\text{ظا}٢\text{س}}\right)$

$= \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \left(\dfrac{\text{جا}^2 ٢\text{س}}{\text{س}^2} \times \dfrac{١}{١ + \text{جتا}٢\text{س}} \times \dfrac{\text{س}}{\text{ظا}٢\text{س}}\right)$

$= ٤ \times \dfrac{١}{٢} \times \dfrac{١}{٢} = ١$

(١٤) $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{١ - \text{جتا}٢\text{س}}{-\text{جا}^2 ٢\text{س}}$

$= \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \left(\dfrac{١ - \text{جتا}٢\text{س}}{-\text{جا}^2 ٢\text{س}} \times \dfrac{١ + \text{جتا}٢\text{س}}{١ + \text{جتا}٢\text{س}}\right)$

$= \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \left(\dfrac{\text{جا}^2 ٢\text{س}}{-\text{جا}^2 ٢\text{س}} \times \dfrac{١}{١ + \text{جتا}٢\text{س}}\right)$

$= -\dfrac{٩}{٤} \times \dfrac{١}{٢} = \dfrac{-٩}{٨}$

٦

(١) $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{جا}٢\text{س}}{\text{ظا}٢\text{س}} = \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{جا}٢\text{س}}{\dfrac{\text{جا}٢\text{س}}{\text{س}}} = \text{س}$

(٢) $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \text{س}\left(\dfrac{١}{\text{جا}٢\text{س}} - \dfrac{١}{\text{ظا}٢\text{س}}\right)$

$= \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \left(\dfrac{\text{س}}{\text{جا}٢\text{س}} - \dfrac{\text{س}}{\text{ظا}٢\text{س}}\right)$

$= \dfrac{١}{٢} - \dfrac{١}{٢} = \dfrac{١}{٢}$

(٣) $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{٢\text{س}\,\text{ظا}٢\text{س}}{\text{جا}^2 ٢\text{س}} = \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{٢(\text{ظا}٢\text{س})^2}{\left(\dfrac{\text{جا}٢\text{س}}{\text{س}}\right)^2}$

$= \dfrac{٢ \times ٢}{٤} = \dfrac{٢}{٢}$

(٤) $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{٦\text{س}^2}{\text{جا}٢\text{س} \times \text{ظا}\text{س}}$

$= \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \left[٦ \times \left(\dfrac{\text{س}}{\text{جا}٢\text{س}}\right) \times \left(\dfrac{\text{س}}{\text{ظا}\text{س}}\right)\right]$

$= ٦ \times \dfrac{١}{٢} \times ١ = ٣$

(٥) $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{جا}\text{س}}{\text{ظا}٢\text{س}} = \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{\dfrac{\text{جا}\text{س}}{\text{س}}}{\dfrac{\text{ظا}٢\text{س}}{\text{س}}} = \dfrac{١}{٢}$

(٦) $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{س}}{\text{جا}\text{س}} = ١$

(٧) $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{س}\,\text{جا}٢\text{س}}{\text{جا}^2 ٢\text{س}} = \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{س}}{\left(\dfrac{\text{جا}٢\text{س}}{\text{س}}\right)} = \dfrac{٢}{٢}$

(٨) $\underset{\text{س}\to \frac{\pi}{٢}}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{ظا}٢\left(\frac{\pi}{٢} - \text{س}\right)}{\text{ظا}\left(\frac{\pi}{٢} - \text{س}\right)} = \dfrac{٢}{١} = ٢$

(٩) $\underset{\text{س}\to \frac{\pi}{٢}}{\text{نهـا}} \dfrac{\dfrac{\text{ظا}٢\left(\frac{\pi}{٢} - \text{س}\right)}{\left(\frac{\pi}{٢} - \text{س}\right)}}{\dfrac{\text{ظا}٤\left(\frac{\pi}{٢} - \text{س}\right)}{\left(\frac{\pi}{٢} - \text{س}\right)}} = \dfrac{٢}{٤} = \dfrac{١}{٢}$

(١٠) $\underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{\text{جا}\text{س}}{\text{ظا}٢\text{س}} = \underset{\text{س}\to 0}{\text{نهـا}} \dfrac{\dfrac{\text{جا}\text{س}}{\text{س}}}{\dfrac{\text{ظا}٢\text{س}}{\text{س}}} = \dfrac{١}{٢}$

٥

(١) (ب) (٢) (ب) (٣) (أ) (٤) (ب)

(٥) (ب) (٦) (أ) (٧) (ب) (٨) (أ)

(١١) $\underset{(\pi - س) \to ٠}{\text{نهـا}} \frac{\text{جا}(\pi - س)}{-(\pi - س)} = -١$

(١٢) $\underset{(س + \pi) \to ٠}{\text{نهـا}} \frac{\text{ظا}(س + \pi)}{س + \pi} = ١$

(١٣) $\underset{س \to \frac{\pi}{٢}}{\text{نهـا}} \frac{٢س - \pi}{\text{جا}(\frac{\pi}{٢} - س)}$

$= \underset{\frac{\pi}{٢} - س \to ٠}{\text{نهـا}} \frac{-٢(\frac{\pi}{٢} - س)}{\text{جا}(\frac{\pi}{٢} - س)} = -٢$

(١٤) $\underset{(\frac{\pi}{٢} - س) \to ٠}{\text{نهـا}} \frac{\text{ظا}(\frac{\pi}{٢} - س)}{٢(\frac{\pi}{٢} - س)} = \frac{١}{٢}$

(١٥) $\underset{س \to ١}{\text{نهـا}} \frac{\text{جا}(\pi - \pi س)}{١ - س}$

$= \underset{(١ - س) \to ٠}{\text{نهـا}} \frac{\text{جا}\pi(١ - س)}{١ - س} = \pi$

(١٦) $\underset{(س + ١) \to ٠}{\text{نهـا}} \frac{١ + س}{\text{جا}(\frac{\pi}{٢} + \frac{\pi}{٢}س)}$

$= \underset{(س + ١) \to ٠}{\text{نهـا}} \frac{(١ + س)}{\text{جا}[\frac{\pi}{٢}(١ + س)]} = \frac{٢}{\pi}$

(١٧) $\underset{س \to ١}{\text{نهـا}} (١ - س)\,\text{ظا}(\frac{\pi}{٢} - \frac{\pi}{٢}س)$

$= \underset{(١ - س) \to ٠}{\text{نهـا}} \frac{(١ - س)}{\text{ظا}(\frac{\pi}{٢}(١ - س))} = \frac{٢}{\pi}$

٨

(١) $\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \frac{\text{جاس}}{س} = ١$

(٢) $\underset{س \to \frac{\pi}{٢}}{\text{نهـا}} \frac{\text{جاس}}{س} = \frac{١}{\frac{\pi}{٢}} = \frac{٢}{\pi}$

(٣) $\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \frac{\text{جاس}}{س} = \frac{\text{صفر}}{\pi} = \text{صفر}$

٩

(١) $\underset{س \to ٥}{\text{نهـا}} \frac{\text{جا}(س - ٥)}{(س - ٥)(س + ٥)} = \underset{س \to ٥}{\text{نهـا}} \frac{١}{س + ٥}$

$\times \underset{(س - ٥) \to ٠}{\text{نهـا}} \frac{\text{جا}(س - ٥)}{س - ٥} = \frac{١}{١٠} \times ١ = \frac{١}{١٠}$

(٢) $\underset{(س - ٥) \to ٠}{\text{نهـا}} \left[\frac{\text{جا}(س - ٥)}{(س - ٥)}\right]^٢ = (١)^٢ = ١$

(٣) $\underset{س \to ٥}{\text{نهـا}} \left[(س - ٥) \times \frac{\text{جا}(س - ٥)^٢}{(س - ٥)^٢}\right]$

$= \underset{س \to ٥}{\text{نهـا}} (س - ٥) \times \underset{(س - ٥)^٢ \to ٠}{\text{نهـا}} \frac{\text{جا}(س - ٥)^٢}{(س - ٥)^٢}$

= صفر × ١ = صفر

١٠

(١) (د) (٢) (جـ) (٣) (د) (٤) (جـ) (٥) (ب)

إرشادات لحل رقم ١٠

(١) يمكننا باستخدام تجريب قيم أ المعطاة استنتاج أن النهاية = ١ عندما أ = ٢

(٢) $\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} س\,\text{قا}(\frac{\pi}{٢} + س) = \underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} (-س\,\text{قاس})$

$= \underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \frac{-س}{\text{جاس}} = -١$

(٣) $\underset{س \to \frac{\pi}{٤}}{\text{نهـا}} \frac{١ - \text{ظاس}}{\text{جتاس} - \text{جاس}}$ ، بالضرب × جتاس بسطًا ومقامًا ،

$= \underset{س \to \frac{\pi}{٤}}{\text{نهـا}} \frac{(\text{جتاس} - \text{جاس})}{\text{جتاس}(\text{جتاس} - \text{جاس})}$

$= \underset{س \to \frac{\pi}{٤}}{\text{نهـا}} \frac{١}{\text{جتاس}} = \sqrt{٢}$

(٤) $\underset{س \to \sqrt{٥}}{\text{نهـا}} \frac{\text{جا}(س^٢ - ٥)}{\text{ظا}(\pi س^٢)}$

$= \underset{س \to \sqrt{٥}}{\text{نهـا}} \frac{\text{جا}(س^٢ - ٥)}{-\text{ظا}(-\pi س^٢)}$

$= \underset{س \to \sqrt{٥}}{\text{نهـا}} \frac{\text{جا}(س^٢ - ٥)}{-\text{ظا}(٥\pi - \pi س^٢)}$

$= \underset{س \to \sqrt{٥}}{\text{نهـا}} \frac{\text{جا}(س^٢ - ٥)}{\text{ظا}(\pi(س^٢ - ٥))} = \frac{١}{\pi}$

(٥) خسا قا س = القسمة والنظام هي س

$\therefore \underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \frac{\frac{\text{جاس}}{س} + \frac{\text{جاس}}{س} + \frac{\text{جاس}}{س} + \frac{\text{ظاس}}{س} + \frac{\text{ظاس}}{س} + \frac{\text{ظاس}}{س}}{\frac{\text{ظاس}}{س} + \frac{\text{ظاس}}{س} + \frac{\text{ظاس}}{س}}$

$= ١$

١١

(١) بالقسمة بسطًا ومقامًا على ظا٢س

$\underset{\text{ظا}٢س \to ٠}{\text{نهـا}} \frac{٢ - ٤\,\text{ظا}٢س + ٧\,\text{ظا}^٢ ٢س}{٥\,\text{ظا}^٢ ٢س + ٢} = \frac{٩}{٢}$

(٢) $\underset{س \to ١}{\text{نهـا}} \frac{\text{جا}[(س + ١)(س - ٢)]}{س - ١}$

$= \underset{(س + ١)(س - ٢) \to ٠}{\text{نهـا}} \frac{\text{جا}[(س + ١)(س - ٢)]}{(س + ١)(س - ٢)}$

$\times \underset{س \to ١}{\text{نهـا}} (س - ٢) = ١ \times (-٢) = -٢$

(٣) ∵ س ← ∞ ∴ $\frac{١}{س}$ ← ٠

$\therefore \underset{\frac{١}{س} \to ٠}{\text{نهـا}} \frac{\text{ظا}\frac{٤}{س} + \text{جا}\frac{٣}{س}}{\frac{١}{س}}$

$= \underset{\frac{١}{س} \to ٠}{\text{نهـا}} \left[\frac{\text{ظا}\frac{٤}{س}}{\frac{١}{س}} + \frac{\text{جا}\frac{٣}{س}}{\frac{١}{س}}\right] = ٤ + ٣ = ٧$

(٤) $\underset{\text{جاس} \to ٠}{\text{نهـا}} \frac{١}{٥} \times \left[\frac{\text{جا}(\text{جاس})}{(\text{جاس})}\right] = \frac{١}{٥}$

(٥) $\underset{\text{جتاس} \to ٠}{\text{نهـا}} \frac{\text{جا}(١ - \text{جتاس})}{(١ - \text{جتاس})} = ١$

(٦) $\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \left(\frac{\text{ظا}(\text{ظا}٥س)}{\text{ظا}٥س} \times \frac{\text{ظا}٥س}{٤س}\right)$

$= \underset{\text{ظا}٥س \to ٠}{\text{نهـا}} \frac{\text{ظا}(\text{ظا}٥س)}{\text{ظا}٥س} \times \underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \frac{\text{ظا}٥س}{٤س}$

$= ١ \times \frac{٥}{٤} = \frac{٥}{٤}$

(٧) $\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \left(\frac{٢\,\text{ظاس}}{س} \times \frac{١}{٢\,\text{ظاس}}\right) = ٢ \times \frac{١}{٢} = ١$

(٨) $\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \left(\frac{\text{ظا}(\text{جاس})}{\text{جاس}} \times \frac{\text{جاس}}{٢س}\right)$

$\underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \frac{\text{ظا}(\text{جاس})}{\text{جاس}} \times \underset{س \to ٠}{\text{نهـا}} \frac{\text{جاس}}{٢س}$

$= ١ \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}$

(٩) $\underset{س \to \frac{\pi}{٢}}{\text{نهـا}} \frac{\text{جا}(\frac{\pi}{٢} - س)}{٢\,\text{ظا}(\frac{\pi}{٢} - س)} = \frac{١}{٢}$

(١٠) $\underset{س \to \frac{\pi}{٢}}{\text{نهـا}} \frac{\frac{\pi}{٢} - س}{٢\,\text{ظا}(\frac{\pi}{٢} - س)} = \frac{١}{٢}$

(١١) $\underset{س \to \frac{\pi}{٢}}{\text{نهـا}} \frac{\text{جا}(\frac{\pi}{٢} - س)}{\text{جا}(\frac{٣\pi}{٢} - ٣س)}$

$= \underset{س \to \frac{\pi}{٢}}{\text{نهـا}} \frac{\text{جا}(\frac{\pi}{٢} - س)}{(\frac{\pi}{٢} - س)} \div \frac{\text{جا}(\frac{٣\pi}{٢} - ٣س)}{(\frac{\pi}{٢} - س)}$

$= ١ \div \frac{٣}{٢} = \frac{٢}{٣}$

اختبارات تفاضل 17

١

$\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}} د(س) = (٢)^٢ + ٦ = ١٠$

$\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}} د(س) = ٢(٢) + ١ = ١٠$

$\therefore د(٢) = د(٢) = ١٠$

$\therefore \underset{س \to ٢}{\text{نهـا}} د(س) = ١٠$

$f(x_1) = \lim_{x \to x_1} x = 3$

(d) $f(x_2) = \lim_{x \to x_2} x_2 = 3$

$\because \lim_{x \to x_1} f(x) = 1$

(e) $f(x_3) = f(x_4) = x_3 = 1$ (لأن x [illegible])

$\because \lim_{x \to x_1} f(x)$ غير موجودة

$\therefore f(x_3) \neq f(x_4)$

$\lim_{x \to x_1} f(x) = x_3 = 1$

(f) $\lim_{x \to x_1} f(x) = 1 - 2 = -2$

(g)

$\therefore f(x_5) = f(x_6) = 1 \quad \because \lim_{x \to x_1} f(x) = 1$

$= \lim_{x \to x_1} \frac{2 + \frac{x}{7x}}{3 + \frac{x}{7x \cdot 2}} = \frac{2+1}{3+2} = 1$

$f(x_7) = \lim_{x \to x_1} \frac{2x + 7x}{3x + 7 \cdot 2x}$

$f(x_8) = \lim_{x \to x_1} f(x) = 1$

(h)

$\therefore f(x_9) \neq f(x_{10})$

$f(x_9) \neq f(x_{10})$

(i)

$f(x_{11}) = f(x_{12}) = -1 \quad \because \lim_{x \to 2} f(x) = -1$

$f(x_{13}) = \lim_{x \to 2} = \frac{(x-2)}{(x-2)(x-3)} = -1$

$f(x_{14}) = \lim_{x \to 2} f(x) = 2 \times 2 - 5 = -1$

$\therefore f(x_{15}) = -1 + 0 = 5 \quad \because 0 = -2$

$\therefore f(x_{16}) = 1 + 2 \cdot 2 = 5 \quad \because 2 = 1$

$\because f(x_{17}) = f(x_{18}) = 5$

$\therefore \lim_{x \to 2} f(x) = 5$

(j)

$\therefore f(x_{19}) = f(x_{20}) \quad \because \lim_{x \to 1} f(x) = 2$

$f(x_{21}) = \lim_{x \to 1} (x + 2) = 2$

$= \lim_{x \to (x-2) \to 1} \frac{(x-2) - 1}{(x-2)^2 - 1^2} = 2$

$f(x_{22}) = \lim_{x \to 1} \frac{x - 3}{(x-2)^2 - 1}$

(k)

$\therefore f(x_{23}) = f(x_{24}) \quad \because \lim_{x \to 2} f(x) = 2$

$f(x_{25}) = \lim_{x \to 2} \frac{7x}{2x} = 2$

$= \lim_{x \to 2} \left(\frac{2x+1}{2} + 1\right) = 2$

$= \lim_{x \to 2} \frac{x + 1 - 1}{x\left(\frac{2x+1}{2} + 1\right)}$

$f(x_{26}) = \lim_{x \to 2} \left(\frac{\frac{2x+1}{2} - 1}{x} \times \frac{\frac{2x+1}{2} + 1}{\frac{2x+1}{2} + 1}\right)$

(l)

$\because \lim_{x \to 2} f(x) = x^2$

$f(x_{27}) = f(x_{28}) = x^2$

(m)

$\because \lim_{x \to 2} f(x) = 1$

$\therefore f(x_{29}) = f(x_{30}) = 1$

$f(x_{31}) = \lim_{x \to x_1} (x_1 - 1) = 7$

$f(x_{32}) = \lim_{x \to x_2} (x_2 + 1) = -1$

$\because f(x) = \begin{cases} x_1 - 1 & , x < 2 \\ x_2 + 1 & , x > 2 \end{cases}$

$= x_2 + \frac{x - 2}{|x - 2|}$

$\therefore f(x) = x_2 + \frac{x - 2}{\sqrt{x_2 - 2x + 1}}$

(n)

$\therefore f(x_{33}) = f(x_{34}) = 2 \quad \because \lim_{x \to 2} f(x) = 2$

$f(x_{35}) = 2$

(o) $f(x_{36}) = \lim_{x \to 2} \frac{7x}{2x} = 2$

$\lim_{x \to \frac{2}{3}} f(x)$ غير موجودة

$\therefore f\left(\frac{2}{3}\right)$ غير موجودة

(p) $f\left(\frac{2}{3}\right) = 2 \cdot 7 \cdot \frac{2}{3} = \frac{28}{3}$

$\because \lim_{x \to -\frac{2}{3}} f(x)$ غير موجودة

$\therefore f\left(\frac{2}{-3}\right)$ غير موجودة

(q) $f\left(\frac{2}{-3}\right) = \lim_{x \to \left(-\frac{2}{3}\right)} \frac{7x}{2x} = \frac{-14}{-3} = \frac{14}{3}$

(r)

$1^2 + 2y + 2 = -11 \quad \because y = \frac{2}{-11}$

$\because 2y + 2 = 11 \quad \because y = 3$

$\because |2y + 2| = 11$

$\therefore \lim_{x \to 1} |2x + 2| = 11$

(s)

$\therefore f(x_{37}) = f(x_{38}) = 2 \quad \because f(x_{37}) = y = 2$

(t)

$\because y = 2$

$\because -(1 - 1) = 2(1) - 2y$

$\because f(x_{39}) = f(x_{40})$

$\therefore \lim_{x \to 1} f(x)$ غير موجودة $x = 1$

$= \begin{cases} 2x - 2y & , x > 1 \\ -(x - 1) & , x < 1 \end{cases}$

$f(x) = \begin{cases} 2x - 2y & , x > 1 \\ \frac{-(x-1)}{(x-1)^2} & , x < 1 \end{cases}$

(u)

$\therefore f(x_{41}) = (x_{42}) \quad \because \lim_{x \to 2} f(x) = 2$

$f(x_{43}) = 2$

$f(x_{44}) = \lim_{x \to 2} (-x_1 + 2) = 2$

$f(x) = \begin{cases} 2 & , x > 2 \\ -x_1 + 2 & , x < 2 \end{cases}$

(v)

$\therefore f(x_{45}) \neq f(x_{46}) \quad \because \lim_{x \to 2} f(x)$ غير موجودة

$f(x_{45}) = 2 + 2 = 4$

$f(x_{46}) = 2 - 2 = -2$

$= \begin{cases} x - 2 & , x < 2 \\ x + 2 & , x > 2 \end{cases}$

$= \begin{cases} \frac{x}{x(x-2)} & , x < 2 \\ \frac{x}{x(x+2)} & , x > 2 \end{cases}$

$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x_1 - 2x} & , x < 2 \\ \frac{x}{x_1 + 2x} & , x > 2 \end{cases}$

$f(x) = \frac{x}{x_1 + 2|x|}$

(w)

$\because \lim_{x \to 2} f(x)$ غير موجودة

$\therefore f(x_{47}) \neq f(x_{48})$

$\because \lim_{x \to 2} f(x) = 2$

د (π) = نهـا_{س ← π} ٢ جا س / (π − س)

= نهـا_{س ← π} ٢ جا (π − س) / (π − س) = ٢

، د (π) = نهـا_{س ← π} (١ − جتا س) = ٢

∵ د (π) = د (π) ∴ نهـا_{س ← π} د (س) = ٢

٢٠

① أولاً : (ب) ثانياً : (أ) ثالثاً : (د)

② (جـ) ③ (ب) ④ (ب) ⑤ (أ)

⑥ (أ) ⑦ (جـ) ⑧ (ب) ⑨ (ب)

⑩ (د) ⑪ (أ) ⑫ (د) ⑬ (ب)

⑭ (أ) ⑮ (أ) ⑯ (جـ) ⑰ (جـ)

⑱ (د)

٢١

(د + ر) (س) = { س² − ٢ س + ٢ ، س ≤ ١ ؛ ٢ س² − ٥ س + ٤ ، س > ١ }

(د + ر) (١⁺) = نهـا_{س ← ١⁺} (س² − ٢ س + ٢) = ١

(د + ر) (١⁻) = نهـا_{س ← ١⁻} (٢ س² − ٥ س + ٤) = ١

∵ (د + ر) (١⁺) = (د + ر) (١⁻)

∴ نهـا_{س ← ١} [د (س) + ر (س)] = ١

٢٢

∵ نهـا_{س ← ١} د (س) موجودة

∴ د (١⁻) = د (١⁺)

٢ (−١) − ٢ = −أ + ب ∴ أ − ب = ٥ (١)

∵ نهـا_{س ← ٢} د (س) موجودة ∴ د (٢⁻) = د (٢⁺)

٢ أ + ب = ٦ − ٢

∴ أ = ٢ ∴ ٢ أ + ب = ٢ (٢)

ومنها ب = −٢

٢٣

∵ الدالة لها نهاية عند س = ٠

∴ د (٠⁺) = د (٠⁻)

∴ نهـا_{س ← ٠} أ س / (√(س + ٤) − ٢) = نهـا_{س ← ٠} جا ٢ س / س

∴ نهـا_{س ← ٠} (أ س / (√(س + ٤) − ٢)) × ((√(س + ٤) + ٢) / (√(س + ٤) + ٢)) = ٢ / أ

∴ نهـا_{س ← ٠} أ س (√(س + ٤) + ٢) / س = ٢ / أ

∴ ٤ أ = ٢ / أ ∴ ٤ أ² = ٢ ∴ أ = ± √(٢) / ٢

٢٤

① د (٥⁺) = نهـا_{س ← ٥⁺} √(س − ٥) = صفر

د (٥⁻) غير موجودة

∴ نهـا_{س ← ٥} د (س) غير موجودة

② د (٢⁺) غير موجودة

د (٢⁻) = نهـا_{س ← ٢⁻} √(٢ − س) = صفر

∴ نهـا_{س ← ٢} د (س) غير موجودة

③ د (−١⁺) غير موجودة

د (−١⁻) = نهـا_{س ← (−١)⁻} √(س² − ١) = صفر

∴ نهـا_{س ← −١} د (س) غير موجودة

د (١⁺) = نهـا_{س ← ١⁺} √(س² − ١) = صفر

د (١⁻) غير موجودة

∴ نهـا_{س ← ١} د (س) غير موجودة

④ د (−٢⁻) غير موجودة

د (−٢⁺) = نهـا_{س ← (−٢)⁺} √(٤ − س²) = صفر

∴ نهـا_{س ← −٢} د (س) غير موجودة

، د (٢⁺) غير موجودة

، د (٢⁻) = نهـا_{س ← ٢⁻} √(٤ − س²) = صفر

∴ نهـا_{س ← ٢} د (س) غير موجودة

٢٥

① د (٠⁻) = نهـا_{س ← ٠⁻} ((س + ٣٢)^{١/٥} − ٢) / (س (س + ٣٢))

= نهـا_{س ← ٠⁻} [١ / (س + ٣٢) × ((س + ٣٢)^{١/٥} − ٢) / س]

= ١ / ٣٢ × ٦ × ٢^{٤/٥} = ٦

، د (٠⁺) = نهـا_{س ← ٠⁺} ١٢ س / (١ − (جا س + جتا س)²)

= نهـا_{س ← ٠⁺} ١٢ س / (١ − (١ + ٢ جا س جتا س))

= نهـا_{س ← ٠⁺} ١٢ س / (٢ جا س جتا س) = ٦

، ∵ د (٠⁺) = د (٠⁻) = ٦

∴ نهـا_{س ← ٠} د (س) = ٦

② د (٠⁻) = نهـا_{س ← ٠⁻} ((١ − جتا س) / (جا² ٢ س) × (١ + جتا س) / (١ + جتا س))

= نهـا_{س ← ٠⁻} ((١ − جتا² س) / (جا² ٢ س) × ١ / (١ + جتا س))

= نهـا_{س ← ٠⁻} جا² س / جا² ٢ س

× نهـا_{س ← ٠⁻} ١ / (١ + جتا س)

= ١ / ٤ × ١ / ٢ = ١ / ٨

، د (٠⁺) = نهـا_{س ← ٠⁺} ١ / ٢ س² جتا ٦ س / جا² ٢ س

= نهـا_{س ← ٠⁺} ١ / ٢ س² جتا ٦ س / (٤ س²)

= ١ / ٢ × ١ / ٤ × ١ = ١ / ١٦

، ∵ د (٠⁺) = د (٠⁻) = ١ / ١٦

∴ نهـا_{س ← ٠} د (س) = ١ / ١٦

٢٦

∵ |س| = { س ، س ≥ ٠ ؛ −س ، س < ٠ }

① نهـا_{س ← ٠⁺} جا |س| / س = نهـا_{س ← ٠⁺} جا س / س = ١

، نهـا_{س ← ٠⁻} جا |س| / س = نهـا_{س ← ٠⁻} جا (−س) / س

= −١

∴ النهاية اليمنى ≠ النهاية اليسرى

∴ نهـا_{س ← ٠} جا |س| / س غير موجودة

② نهـا_{س ← ٠⁺} جا |س| / س = نهـا_{س ← ٠⁺} جا س / س = ١

، نهـا_{س ← ٠⁻} جا |س| / س = نهـا_{س ← ٠⁻} جا (−س) / س

= نهـا_{س ← ٠⁻} جا س / س = ١

∵ النهاية اليمنى = النهاية اليسرى = ١

∴ نهـا_{س ← ٠} جا |س| / س = ١

٢٧

نهـا_{س ← ١} √(٢ س − ١) / س = نهـا_{س ← ١} √(٢ س) / س

= نهـا_{س ← ١} √(٢ س) / س

∵ |√س| = { √س ، س ≥ ٠ ؛ −√س ، س < ٠ }

∴ نهـا_{س ← ١} √(٢ س) / س = نهـا_{س ← ١} √(٢ س) / س = √(٢) / ١

∵ نهـا (جا س / س) = نهـا (جا س / س) = ١

∵ الدالة عندما س = ٠ فإن جا س = ٠

∴ النهاية اليمنى ≠ النهاية اليسرى

∴ نهـا (√(جا س) / س) غير موجودة

٢٠

نهـا (ق (س) + هـ (س))

= نهـا (ق (س)) + نهـا (هـ (س))

= ١١ + ٧ = ١٨

• نهـا (ق (س) + هـ (س))

= نهـا (ق (س)) + نهـا (هـ (س))

= ١٠ + ٨ = ١٨

∴ نهـا (ق (س) + هـ (س))

= نهـا (ق (س) + هـ (س))

∴ نهـا [ق (س) + هـ (س)] = ١٨

٢١

① ∵ نهـا ١ / (س − ٢) = ١ / ٠ = ∞

• نهـا ١ / (س − ٢) = ١ / ٠ = ∞

∴ نهـا ١ / (س − ٢) غير موجودة

② ∵ نهـا د (س) = ٠ / ٠

نهـا د (س) = ١ / ٠ = ∞

∴ نهـا د (س) غير موجودة

٢٢

د (س) = { ١ + س (س + ٢) / (−(س + ٢)) ، −٣ < س < −٢
١ + س (س + ٢) / (س + ٢) ، −٢ < س < ٠
٢ س + ١ ، ٠ < س < ٣ }

= { ١ − س ، −٣ < س < −٢
١ + س ، −٢ < س < ٠
٢ س + ١ ، ٠ < س < ٣ }

① نهـا د (س) غير موجودة

نهـا د (س) = ٤

∴ نهـا د (س) غير موجودة

② نهـا د (س) = ١ − (−٢) = ٣

نهـا د (س) = ١ + (−٢) = −١

∴ نهـا د (س) غير موجودة

③ نهـا د (س) = ١

نهـا د (س) = ١

∴ نهـا د (س) = ١

④ نهـا د (س) = ٢ (٣) + ١ = ٧

نهـا د (س) غير موجودة

∴ نهـا د (س) غير موجودة

٢٣

∵ نهـا د (٣) = نهـا (٢ س − ٣)/(س − ٣)

= ٢ نهـا (٢ س − ٣)/(س − ٣)

× (٢ (س − ٣))/(٢ (س − ٣))

= ٢ نهـا (٢ س − ٣)²/(٢ (س − ٣))

= نهـا (٢ س − ٣)(٢ س − ٣)/(٢ (س − ٣))

= ٢/٢ × ٤/٢ × ٤ = ٤/٢

∵ الدالة لها نهاية عند س = ٣

∴ د (٣) = د (٣) ∴ ٤/٢ = ٣ ك ∴ ك = ٤/٣

٢٤

∵ الدالة لها نهاية عند س = ٢

∴ د (٢) = د (٢)

∴ نهـا (س² + ٢ س − ١٥)/(س − ٢) (س − ٣) = ١٥

∵ المقام = صفر عندما س = ٢

∴ البسط = صفر عندما س = ٢

∴ (٢)² + ٢ (٢) + ب = ٠

∴ ب = −(٤ + ٢) = −٦

∴ نهـا (س² + ٢ س − ٦)/(س − ٢) (س − ٣) = ١٥

∴ نهـا (س − ٢)(س + ٣)/(س − ٢)(س − ٣) = ١٥

∴ نهـا (س + ٣)/(س − ٣) = ١٥

٢٥

① ب = ٠ (جا ب = س)

∴ نهـا جا ب = نهـا جا س

∴ نهـا جا ب = ٠

② نهـا د (س) = ٠

∴ التصنيف لها بين الفئة (٠ ، ٠٫٥) هو

تكرار حد هذه الفئة

∴ ب = ٠٫٥ تقريبا

∴ التصنيف لها بين الفئة (٠ ، ٠٫٥) هو

تكرار حد هذه الفئة

∴ نهـا د (س) = ٠

③ نهـا د (س) = ٠

∴ التصنيف لها بين الفئة (٠ ، ٠٫٥) هو

تكرار حد هذه الفئة

∴ ب = ٠٫٥ تقريبا

∴ التصنيف لها بين الفئة (٠ ، ٠٫٥) هو

تكرار حد هذه الفئة

∴ نهـا د (س) = ٠

① ∵ د دالة كثيرة حدود ، $\lim_{س \to ٢}$ د (س) = ٣

∴ منحنى الدالة يمر بالنقطة (٢ ، ٣)

∴ منحنى $د^{-١}$ يمر بالنقطة (٣ ، ٢)

∴ $\lim_{س \to ٣}$ $د^{-١}$ (س) = ٢

② ∵ منحنى د (س + ١) هو نفس منحنى د (س) مزاحة أفقية مقدارها وحدة واحدة في اتجاه $\overline{س}$

• ∵ $\lim_{س \to ٢}$ د (س) = ٥ عند س = ٢

∴ $\lim_{س \to ١}$ د (س + ١) = ٥ عندما س = ١

أي أن : $\lim_{س \to ١}$ د (س + ١) = ٥

③ ∵ $\lim_{س \to -٢}$ $\frac{[د(س)]^٢ - ٦٤}{د(س) - ٤}$

• لاحظ أن عند س = -٢

فإن د (س) = د (-٢) أي أن : د (س) = ٤

• $\lim_{س \to -٢}$ $\frac{[د(س)]^٢ - (٤)^٢}{[د(س)] - (٤)}$ = ٢ $(٤)^١$ = ٨

④ من الرسم نجد أن د (س) = س - ١

• ق (س) = - س + ٢

∴ $\lim_{س \to ١}$ $\frac{د(س)}{ق(س)}$ = $\lim_{س \to ١}$ $\frac{س - ١}{-س + ٢}$

= $\lim_{س \to ١}$ $\frac{س - ١}{-(س - ١)}$ = -١

⑤

لاحظ أن : منحنى |د (س)| هو نفس منحنى د (س) بعد انعكاس الجزء الموجود أسفل محور السينات لأعلى كما بالشكل السابق

ومن الرسم ∴ $\lim_{س \to ٢}$ |د (س)| = ١

⑥ ∵ د (س) = $\frac{٤}{٣}$ س + ٤

وبتبديل المتغيرين ∴ س = $\frac{٤}{٣}$ ص + ٤

∴ ص = $\frac{٣}{٤}$ (س - ٤) = $\frac{٣}{٤}$ س - ٣

∴ $د^{-١}$ (س) = $\frac{٣}{٤}$ س - ٣

∴ $\lim_{س \to ٢}$ $\frac{د(س)}{د^{-١}(س)}$

= $\lim_{س \to ٢}$ $\frac{\frac{٤}{٣}س + ٤}{\frac{٣}{٤}س - ٣}$ = $\frac{١٦}{٩}$

إجابات تمارين 18

أولاً: جاوب على الأسئلة عند نقطة

①

① ∵ د (-١) = $\lim_{س \to -١}$ (س^٢ + س - ٢) = -٢

∴ الدالة د متصلة عند س = -١

② ∵ د (٩) = $\lim_{س \to ٩}$ $\sqrt{س - ١}$ = ٢

∴ الدالة د متصلة عند س = ٩

③ ∵ د (١) = $\lim_{س \to ١}$ $\frac{س^٢ - ١}{س - ٢}$ = ٢

∴ الدالة د متصلة عند س = ١

• ∵ د (٢) غير معرفة

∴ الدالة د غير متصلة عند س = ٢

④ د (٣) = $\lim_{س \to ٣}$ (٥ - |س - ١٢|) = ٥

∴ الدالة د متصلة عند س = ٣

⑤ ∵ د (٤) = $\lim_{س \to ٤}$ (|س - ٤| + |س + ٢٠|) = ٣٦

∴ الدالة د متصلة عند س = ٤

• ∵ د (-٢) = $\lim_{س \to -٢}$ (|س - ٤| + |س + ١|) = ٦

∴ الدالة د متصلة عند س = -٢

⑥ ∵ د $\left(\frac{١}{٢}\right)$ = ٤ $\left(\frac{١}{٢}\right)^٢$ + ٣ = ٤

• د $\left(\frac{١}{٢}^-\right)$ = $\lim_{س \to \frac{١}{٢}^-}$ (٤ س^٢ + ٣) = ٤

• د $\left(\frac{١}{٢}^+\right)$ = $\lim_{س \to \frac{١}{٢}^+}$ (٥ - ٢ س) = ٤

∴ د $\left(\frac{١}{٢}\right)$ = د $\left(\frac{١}{٢}^-\right)$ = د $\left(\frac{١}{٢}^+\right)$

∴ الدالة د متصلة عند س = $\frac{١}{٢}$

⑦ ∵ د (-١) = $\lim_{س \to -١}$ ٢ س = -٢

∴ الدالة د متصلة عند س = -١

• ∵ الدالة د غير معرفة عند س = ١

∴ الدالة د غير متصلة عند س = ١

⑧ • عند س = -٢

د (-٢) = ١ ، د (-٢)^٢ = ١

• د (-٢)^٢ = $\lim_{س \to -٢}$ (س + ١) = ٢

• ∵ د (-٢)^٢ ≠ د (-٢)^٢

∴ الدالة د غير متصلة عند س = -٢

• عند س = -١

د (-١) = -٢ + ٣ = ١

• د (-١)$^-$ = ١

• د (-١)$^+$ = $\lim_{س \to -١}$ (٢ س + ٣) = ١

∴ د (-١)$^-$ = د (-١)$^+$ = د (-١)^٢

∴ الدالة د متصلة عند س = -١

⑨ ∵ د (١) = ٤

• د (١)^٢ = $\lim_{س \to ١}$ (س^٢ + ٣) = ٤

• د (١)^٢ = $\lim_{س \to ١}$ $\frac{س^٢ - ١}{س - ١}$

• ∵ د (١)^٢ = د (١)^٢ = د (١)^٢

∴ الدالة د متصلة عند س = ١

⑩ د (س) = $\begin{cases} س^٢ & ، س < ٠ \\ ٢ & ، س = ٠ \\ س^٢ & ، س > ٠ \end{cases}$

د (٠) = ٢

• د (٠)$^+$ = $\lim_{س \to ٠}$ س^٢ = ٠

• د (٠)$^-$ = $\lim_{س \to ٠}$ (-س^٢) = ٠

∵ د (٠) ≠ $\lim_{س \to ٠}$ د (س)

∴ الدالة د غير متصلة عند س = ٠

⑪ د (س) = $\begin{cases} ١ & ، س < ٢ \\ ٢ & ، س = ٢ \\ -١ & ، س > ٢ \end{cases}$

د (٢) = ٢ ، د (٢)$^+$ = ١ ، د (٢)$^-$ = -١

∵ د (٢) ≠ د (٢)$^+$ ≠ د (٢)$^-$

∴ الدالة د غير متصلة عند س = ٢

⑫ د (س) = $\begin{cases} \frac{س^٣ - س^٢ - ٢}{س - ٢} & ، س \neq ٢ \\ ٢ & ، س = ٢ \end{cases}$

= $\begin{cases} \frac{(س - ٢)(س^٢ + س + ١)}{س - ٢} & ، س \neq ٢ \\ ٢ & ، س = ٢ \end{cases}$

= $\begin{cases} س^٢ + س + ١ & ، س \neq ٢ \\ ٢ & ، س = ٢ \end{cases}$

∴ د (٢) = ٧

• د (٢)$^+$ = $\lim_{س \to ٢}$ (س^٢ + س + ١) = ٧

∴ الدالة د متصلة عند س = ٢

⑬ د(٢) = ٣ × ٤ + ٢ = ١٤

∵ نهـا_{س←٢} د(س) = نهـا_{س←٢} (س² − ٢²)/(س² − ٢²)

= ٧/٤ (٢)² = ١٤

∴ د(٢) = نهـا_{س←٢} د(س)

∴ الدالة د متصلة عند س = ٢

⑭ د(٠) = ٠

∵ د(٠) = ٢ نهـا_{س←٠} جاس = ٠

∵ د(٠) = نهـا_{س←٠} (١ − جتاس)/س = ٠

∴ د(٠) = د(٠⁻) = د(٠⁺)

∴ الدالة د متصلة عند س = ٠

⑮ د(٢) = ١/٤

∵ د(٢⁺) = نهـا_{س←٢⁺} (١ − ٣/س²) = ١/٤

∵ د(٢⁻) = نهـا_{س←٢⁻} جا(س − ٢)/(س² − ٤)

= نهـا_{س←٢⁻} جا(س − ٢)/(س − ٢)

× نهـا_{س←٢⁻} ١/(س + ٢) = ١ × ١/٤ = ١/٤

∵ د(٢) = د(٢⁻) = د(٢⁺)

∴ الدالة د متصلة عند س = ٢

⑯ د(س) = { −س² + ٤ ، س ≥ ٠
{ ٤ ، س < ٠

د(٠) = ٤

∵ د(٠⁻) = نهـا_{س←٠⁻} (−س² + ٤) = ٤

∵ د(٠⁺) = ٤

∴ د(٠) = د(٠⁺) = د(٠⁻)

∴ الدالة د متصلة عند س = ٠

⑰ د(س) = { (س − ١)(س + ٢)/|س + ٢| ، س ≠ −٢
{ ٢ ، س = −٢

= { س − ١ ، س > −٢
{ ٢ ، س = −٢
{ −س + ١ ، س < −٢

• عند س = −٢

د(−٢) = ٢

∵ د(−٢⁺) = نهـا_{س←−٢⁺} (س − ١) = −٤

∵ د(−٢⁻) = نهـا_{س←−٢⁻} (−س + ١) = ٤

∵ د(−٢⁺) ≠ د(−٢⁻)

∴ الدالة د غير متصلة عند س = −٢

• عند س = ١

د(١) = صفر

∵ نهـا_{س←١} د(س) = نهـا_{س←١} (س − ١)

= صفر

∵ د(١) = نهـا_{س←١} د(س)

∴ الدالة د متصلة عند س = ١

⑱ د(س) = { −س − ٢ ، س < −٢
{ س + ٢ ، −٢ ≤ س ≤ ٢
{ ١١ − ٣س ، س > ٢

• عند س = −٢

د(−٢) = صفر

∵ د(−٢⁺) = نهـا_{س←−٢⁺} (−س − ٢) = صفر

∵ د(−٢⁻) = نهـا_{س←−٢⁻} (س + ٢) = صفر

∴ د(−٢) = د(−٢⁻) = د(−٢⁺)

∴ الدالة د متصلة عند س = −٢

• عند س = ٢

د(٢) = ٥

∵ د(٢⁺) = نهـا_{س←٢⁺} (س + ٣) = ٥

∵ د(٢⁻) = نهـا_{س←٢⁻} (١١ − ٣س) = ٥

∴ د(٢) = د(٢⁻) = د(٢⁺)

∴ الدالة د متصلة عند س = ٢

⑲ د(٠) = ٣

∵ د(٠⁺) = نهـا_{س←٠⁺} (س + ٣)/(س + ١) = ٣

∵ د(٠⁻) = نهـا_{س←٠⁻} (٥س² + جا٣س)/(س + جا٣س)

= نهـا_{س←٠⁻} ٥ + (جا٣س/س)² / (١ + جا٣س/س)

= (٥ + ٩)/(١ + ٣) = ٣

∴ د(٠) = د(٠⁺) = د(٠⁻)

∴ الدالة د متصلة عند س = ٠

⑳ د(π) = ١

∵ نهـا_{س←π} د(س) = نهـا_{س←π} جاس/(π − س)

= نهـا_{س←π} جا(π − س)/(π − س) = ١

∴ د(π) = نهـا_{س←π} د(س)

∴ الدالة د متصلة عند س = π

① د(−٣) = −٣ + ٣ = ٠

∵ نهـا_{س←−٣} د(س)

= نهـا_{س←−٣} (س + ٣)(س − ١)/(س + ٣) = −٤

∵ الدالة د متصلة عند س = −٣

∴ −٣ + ا = −٤ ∴ ا = −١

② نهـا_{س←٢} د(س)

= نهـا_{س←٢} (س − ٢)(س − ٣)/(س − ٢)(س² + ٢س + ١٤)

= نهـا_{س←٢} (س − ٣)/(س² + ٢س + ١٤) = −١/١٢

∵ د(٢) = −١/١٢

∵ الدالة د متصلة عند س = ٢

∴ −١/١٢ = ١/|ا| ∴ |ا| = ١٢ ∴ ا = ±١٢

③ د(١) = ب

∵ نهـا_{س←١} د(س)

= نهـا_{س←١} (√(س + ٣) − ٢)/(س² − ١) × (√(س + ٣) + ٢)/(√(س + ٣) + ٢)

= نهـا_{س←١} (س + ٣ − ٤)/((س − ١)(س + ١)(√(س + ٣) + ٢))

= نهـا_{س←١} ١/((س + ١)(√(س + ٣) + ٢)) = ١/٨

∵ الدالة د متصلة عند س = ١ ∴ ب = ١/٨

④ د(٠) = ا + ١

∵ نهـا_{س←٠} د(س) = نهـا_{س←٠} جا٢س/س

= نهـا_{س←٠} (جا٢س/س)² / جا٢س/س

= ٠

$\therefore$ الدالة $د$ متصلة عند $س = ٠$ $\because$ $ق = -٤$

$= \lim_{س \to ٠} \left(\frac{س}{\sqrt{٤س}}\right)^٢ \times \frac{١}{٤} = -٤$

$= \lim_{س \to ٠} \frac{س^٢}{-\sqrt{٤س}} \times \lim_{س \to ٠} \frac{\sqrt{٤س}+١}{١}$

$= \lim_{س \to ٠} \left[\frac{س^٢}{\sqrt{٤س}-١} \times \frac{\sqrt{٤س}+١}{١}\right]$

$= \lim_{س \to ٠} \left[\frac{س^٢}{\sqrt{٤س}-١} \times \frac{\sqrt{٤س}+١}{\sqrt{٤س}+١}\right]$

$\lim_{س \to ٠} د(س)$

(٨) $د(٠) = ق$

$\because د(١) = د(٢) : \because ١ = -\frac{١}{٢} ، س = \frac{١}{٢}$

$\therefore ٢ - ٣ق = ٢$ (٢)

$\because ق + ٢ = ٢$ (١)

$\therefore$ الدالة $د$ متصلة عند $س = ٢$

$، د(٢^-) = \lim_{س \to ٢^-} (س^٢ - ٣س) = ٢ - ٣ق$

$، د(٢^+) = \lim_{س \to ٢^+} (ق + س) = ق + ٢$

(٩) $د(٢) = ٢$

$\because د(١) = د(٢) : \because ق = ٢ ، س = -١$

$\therefore ٢ + س = ١٢$ (٢)

$\therefore$ الدالة $د$ متصلة عند $س = ٥$

$، د(٥^-) = \lim_{س \to ٥^-} (ق + س) = ٥ق + س$

$د(٥) = ١٢$

$\therefore ٥ق + س = ١٢$ (١)

$\therefore$ الدالة $د$ متصلة عند $س = -٢$

$، د(-٢^-) = \lim_{س \to -٢^-} (ق + س) = -٢ق + س$

(١٠) $د(-٢) = -٧$

$\because ق + ١ = \frac{١}{٢}$ $\because ق = \frac{١}{٢}$

$\therefore$ الدالة $د$ متصلة عند $س = ٠$

$\because \frac{ق}{١} \times ٠ = ٠$ عندما $ق \in ح - \{٠\}$

$\therefore$ الدالة $د$ متصلة عند $س = ٠$

$= \lim_{س \to ٠} \frac{ق س}{١ - \sqrt{١ - س}} = ٠ \times \frac{ق}{١}$

(١١) $د(٠) = ٠ ، \lim_{س \to ٠} د(س)$

$\because س = ١ ، س = -٢$

$\because (س - ١)(س + ٢) = ٠$

$\because ٢ - س_٢ = س$ $\because س_٢ + س - ٢ = ٠$

$\therefore$ الدالة $د$ متصلة عند $س = س$

(١٢) $د(س_٢) = ٢ - س_٢ ، د(س_٢) = س$

$د(س) = \begin{cases} -٢ & ، س = ١ \\ \frac{س^٢ - ٢س + ٢}{س^٢ - ١} & ، س \neq ١ \end{cases}$

إحداثيات النقطة :

$= \lim_{س \to ١} \frac{(س - ١)(س - ٢)}{(س - ١)(س^٢ + س + ١)} = -٢$

(١٣) $\lim_{س \to ١} \frac{س^٢ - ٢س + ٢}{س^٢ - ١}$

$د(س) = \begin{cases} ٠ & ، س = ٢ \\ \frac{س - ٢}{س^٢ - س - ٢} & ، س \neq ٢ \end{cases}$

إحداثيات النقطة :

$= \lim_{س \to ٢} \frac{س - ٢}{(س + ١)(س - ٢)} = ٠$

(١٤) $\lim_{س \to ٢} \frac{س - ٢}{س^٢ - س - ٢}$

(١) ب	(٢) أ	(١) أ
(١) ج	(٢) د	(٢) ج
(٢) أ	(١) أ	(٢) د

$\therefore د(١) \neq د(٢)$

$د(١) = ١ ، د(٢) = -١$

$= \begin{cases} -١ & ، س < ١ \\ ١ & ، س > ١ \end{cases}$

(١٥) $د(س) = \begin{cases} \frac{س - ١}{-(س - ١)} & ، س < ١ \\ \frac{س - ١}{س - ١} & ، س > ١ \end{cases}$

$د(س) = \begin{cases} \frac{٣}{٢}\sqrt{س} & ، س < ٠ \\ \frac{٣}{٢} & ، س = ٠ \\ \frac{٤س}{٢س + ١ - \sqrt{س}} & ، س > ٠ \end{cases}$

إحداثيات النقطة :

$\because \lim_{س \to ٠} د(س) = \frac{٣}{٢}$

$، د(٠^-) = \lim_{س \to ٠^-} \frac{٣}{٢\sqrt{س}} = \frac{٣}{٢}$

$= \lim_{س \to ٠^+} \left(\frac{٣}{٢} + \frac{٤س}{١ - \sqrt{س}}\right) = \frac{٣}{٢}$

(١٦) $د(٠^+) = \lim_{س \to ٠^+} \frac{٤س}{٢س + ١ - \sqrt{س}}$

$س = ٠$

$\because$ الدالة $د$ متصلة عند $س = ٠$

$\therefore د(٢^-) \neq د(٢^+)$

$، د(٢^-) = \lim_{س \to ٢^-} \frac{س - ٢}{(س - ٢)(س + ٢)} = ٠$

(١٧) $د(٢^+) = \lim_{س \to ٢^+} (س^٢ + ١) = ٥$

$س = ٢$

$\because$ الدالة $د$ غير متصلة عند $س = ٢$

$\therefore د(١^-) \neq د(١^+)$

$د(١^-) = \lim_{س \to ١^-} (٥س - ١) = ٤$

(١٨) $د(١^+) = \lim_{س \to ١^+} (س^٢ + ٣) = ٤$

$د(س) = \begin{cases} ٠ & ، س = ٠ \\ \frac{س - ٥}{٥} - \frac{(س - ٥)(س + ٥)}{٥س} & ، س \neq ٠ \end{cases}$

إحداثيات النقطة :

$= \lim_{س \to ٠} \frac{(س - ٥)(س + ٥)}{٥(س + ٥) - س}$

$= \lim_{س \to ٠} \frac{(س - ٥)(س + ٥)}{٤(س + ٥) - س}$

(١٩) $\lim_{س \to ٠} \left[\frac{س - ٥}{٥} - \frac{(س - ٥)(س + ٥)}{٥س}\right]$

$س = ٥$

$\because$ الدالة $د$ غير متصلة عند $س = ٥$

$\therefore د(-٥) \neq د(٥)$

$د(-٥) = ٥ ، د(٥) = ٠$

$د(س) = \begin{cases} \frac{س}{س + ٥} & ، س < ٠ \\ \frac{س}{س - ٥} & ، س > ٠ \end{cases}$

(٢٠) $د(س) = \begin{cases} \frac{س - ٢}{س^٢ - ٤} & ، س < ٢ \\ \frac{س^٢ - ٤}{س^٢ - ٢س} & ، س > ٢ \end{cases}$

إحداثيات النقطة :

$\lim_{س \to ٢^-} \frac{س - ٢}{س^٢ - ٤} + \lim_{س \to ٢^+} \frac{س^٢ - ٤}{س^٢ - ٢س}$

$س = ٢$

$\because$ الدالة $د$ غير متصلة عند $س = ٢$

(٦٠) د(س) = { جاس / س ، س < ٠ ؛ −جاس / س ، س > ٠ }

∵ د(٠⁺) = نهـا_{س←٠⁺} جاس / س = ١

، د(٠⁻) = نهـا_{س←٠⁻} −جاس / س = −١

، ∵ د(٠⁺) ≠ د(٠⁻)

∴ الدالة لا يمكن إعادة تعريفها لكى تصبح متصلة عند س = ٠

ثانيا تمارين على الاتصال على فترة

١

(١) ∵ الدالة كثيرة حدود ∴ د متصلة على ح

(٢) ∵ الدالة كثيرة حدود ∴ د متصلة على ح

(٣) ∵ الدالة كسرية

، س − ٣ = ٠ ∴ س = ٣

∴ الدالة د متصلة على ح − {٣}

(٤) ∵ الدالة كسرية

، س² − ٥ س + ٦ = ٠

∴ (س − ٣) (س − ٢) = ٠

∴ س = ٣ أ، س = ٢

∴ د متصلة على ح − {٢ ، ٣}

(٥) ∵ الدالة كسرية

، س⁴ − ١٣ س² + ٣٦ = ٠

∴ (س² − ٩) (س² − ٤) = ٠

س = ± ٣ أ، س = ± ٢

∴ د متصلة على ح − {٣ ، −٣ ، ٢ ، −٢}

(٦) ∵ الدالة كسرية

، س² + س + ١ = ٠

لا توجد أصفار للمقام ∴ د متصلة على ح

(٧) ∵ الدالة كسرية

، س³ − س = ٠ ∴ س (س² − ١) = ٠

∴ س = ٠ أ، س = ± ١

∴ د متصلة على ح − {٠ ، ١ ، −١}

(٨) ∵ الدالة على شكل مقياس لكثيرة حدود

∴ د متصلة على ح

(٩) ∵ كل من الدالتين س³ ، جا ٢ س متصلة على ح

∴ د متصلة على ح

(١٠) ∵ كل من الدالتين جاس ، ٣ جتا (س + ١) متصلة على ح ∴ د متصلة على ح

(١١) ∵ كل من الدالتين (٣ س + ٤)² ، جا ٢ س متصلة على ح ∴ د متصلة على ح

(١٢) ∵ الدالة كسرية

، |س| − ٢ = ٠

∴ |س| = ٢ ∴ س = ± ٢

∴ د متصلة على ح − {٢ ، −٢}

(١٣) ∵ الدالة كسرية

، |س| + ١ = ٠ |س| = −١ مرفوض

∴ د متصلة على ح

(١٤) ∵ س − ٢ > ٠ ∴ س > ٢

∴ د متصلة على]٢ ، ∞[

(١٥) ∵ الدوال س² ، (س + ١) ، جا ٣ س متصلة على ح

∴ د متصلة على ح − {−١}

(١٦) ∵ س − ٤ ≤ ٠ ∴ س ≤ ٤

∴ س ∈]−∞ ، ٤[

∴ د متصلة على الفترة]−∞ ، ٤[− {٦}

(١٧) ∵ س − ٣ ≥ ٠

∴ س ≤ ٣ ∴ س ∈]−∞ ، ٣[

∴ د متصلة على الفترة]−∞ ، ٣[− {−٢ ، ٢}

أي أن د متصلة على الفترة]−∞ ، ٣[

(١٨) ∵ س + ٢ > ٠

∴ س > −٢ ∴ س ∈]−٢ ، ∞[

∴ د متصلة على الفترة]−٢ ، ∞[− {٠}

(١٩) ∵ س + ٢ ≤ ٠

∴ س ≤ −٢ ∴ س ∈]−∞ ، −٢]

، س + ٢ ≠ ١ ∴ س ≠ −١

∴ د متصلة على]−∞ ، −٢] − {−١}

(٢٠) ∵ س + ٢ ≤ ٠

س ≤ −٢ ∴ س ∈]−∞ ، −٢]

، ٣ − س ≤ ٠ ٣ ≤ س

∴ س ∈ [٣ ، ∞[

∴ د متصلة على [−٢ ، ٣]

(٢١) ٢٥ − س² > ٠ س² < ٢٥

|س| < ٥ −٥ < س < ٥

∴ د متصلة على الفترة]−٥ ، ٥[

(٢٢) ٥ − |س| ≤ ٠

|س| ≥ ٥ ∴ −٥ ≥ س ≥ ٥

∴ د متصلة على الفترة [−٥ ، ٥]

(٢٣) ∵ جاس = ٠ عندما س = ن π

∴ د متصلة على

ح − {س : س = ن π ، ن ∈ ص}

(٢٤) كل من الدالتين جا ٢ س ، جتا ٥ س متصلة على ح

، ∵ ١ − جاس = ٠ ∴ جاس = ١

∴ س = ٢ ن π

∴ د متصلة على

ح − {س : س = ٢ ن π ، ن ∈ ص}

(٢٥) ∵ ١ + جاس = ٠ ∴ جاس = −١

∴ س = (٣ π / ٢) + ٢ ن π

∴ د متصلة على

ح − {س : س = (٣ π / ٢) + ٢ ن π ، ن ∈ ص}

(٢٦) كل من الدالتين (جا² س ، جاس) متصلة على ح

، س² − ٩ = ٠ ∴ س = ± ٣

∴ د متصلة على ح − {٣ ، −٣}

(٢٧) د متصلة على

ح − {س : س = (π / ٢) + ن π ، ن ∈ ص}

(٢٨) ∵ جاس متصلة على

ح − {س : س = (π / ٢) + ٢ ن π ، ن ∈ ص}

، ∵ جاس = ٠ ∴ جاس = ١

∴ س = ٢ ن π

∴ د متصلة على

ح − {س : س = ٢ ن π ، ن ∈ ص}

∴ الدالة د متصلة على

ح − {٣ ، −٣ ، (π / ٢) + ٢ ن π : ن ∈ ص}

① أولاً : ∵ د (س) = س^{٢} + ١ كثيرة الحدود

∴ د متصلة على]−∞ ، ∞[

، د (س) = ٢ س كثيرة حدود

∴ د متصلة على]−∞ ، ∞[

ثانياً : ∵ د (١) = ٢

، د (١$^{-}$) = $\lim_{\text{س} \to ١^{-}}$ (س^{٢} + ١) = ٢

، د (١$^{+}$) = $\lim_{\text{س} \to ١^{+}}$ (٢ س) = ٢

∴ د (١) = د (١$^{-}$) = د (١$^{+}$)

∴ د متصلة عند س = ١ ∴ د متصلة على ح

② أولاً : ∵ د (س) = س^{٢} كثيرة الحدود

∴ د متصلة على]−∞ ، ∞[

، ∵ د (س) = ٥ س − ٤ كثيرة حدود

∴ د متصلة على]٢ ، ∞[

ثانياً : ∵ د (٣) = ١١

، د (٣$^{-}$) = $\lim_{\text{س} \to ٣^{-}}$ س^{٢} = ٩

، د (٣$^{+}$) = $\lim_{\text{س} \to ٣^{+}}$ (٥ س − ٤) = ١١

∴ د (٣$^{-}$) ≠ د (٣$^{+}$)

∴ د غير متصلة عند س = ٣

∴ د متصلة على ح − {٣}

③ أولاً :

∵ د (س) = س^{٢} − ٢ س + ٢ كثيرة الحدود

∴ د متصلة على]−∞ ، ∞[

، د (س) = ٢ كثيرة حدود

∴ د متصلة على]٢ ، ∞[

∴ د متصلة على]−∞ ، ٢[

، ∵ ه (س) = ٦ − س^{٢} كثيرة حدود

∴ د متصلة على]−∞ ، ∞[

ثانياً : د (٣) = ٢

، د (٣$^{-}$) = $\lim_{\text{س} \to ٣^{-}}$ (س^{٢} − ٢ س + ٢) = ٢

، د (٣$^{+}$) = ٢

∴ د (٣) = د (٣$^{-}$) = د (٣$^{+}$)

∴ د متصلة عند س = ٣

ثالثاً : د (٤) = ٢ ، د (٤$^{-}$) = ٢

، د (٤$^{+}$) = $\lim_{\text{س} \to ٤^{+}}$ (٦ − س^{٢}) = −١٠

∴ د (٤$^{-}$) ≠ د (٤$^{+}$)

∴ د غير متصلة عند س = ٤

∴ د متصلة على ح − {٤}

④ أولاً : د (س) = ١ + ما س

متصلة على]٠ ، $\frac{\pi}{٢}$[

، د (س) = ١ − جتا ٢ س

متصلة على]$\frac{\pi}{٢}$ ، ∞[

ثانياً : د (٠) = ١

، د (٠$^{+}$) = $\lim_{\text{س} \to ٠^{+}}$ (١ + ما س) = ١

∴ د (٠) = د (٠$^{+}$)

∴ د متصلة من اليمين عند س = ٠

ثالثاً : د ($\frac{\pi}{٢}$) = ٢

، د ($\frac{\pi}{٢}^{-}$) = $\lim_{\text{س} \to \frac{\pi}{٢}^{-}}$ (١ + ما س) = ٢

، د ($\frac{\pi}{٢}^{+}$) = $\lim_{\text{س} \to \frac{\pi}{٢}^{+}}$ (١ − جتا ٢ س) = ٢

∴ د ($\frac{\pi}{٢}^{-}$) = د ($\frac{\pi}{٢}^{+}$) = د ($\frac{\pi}{٢}$)

∴ د متصلة عند س = $\frac{\pi}{٢}$

∴ د متصلة على]٠ ، ∞[

⑤ أولاً : د (س) = ما س

متصلة على]$\frac{-\pi ٢}{٤}$ ، $\frac{\pi ٢}{٤}$[

، د (س) = جتا س

متصلة على]$\frac{-\pi ٢}{٤}$ ، ٢ π[

ثانياً : ∵ د ($\frac{-\pi}{٤}$) = $\frac{-\sqrt{٢}}{٢}$

، د ($\frac{-\pi}{٤}^{+}$) = $\lim_{\text{س} \to \frac{-\pi}{٤}^{+}}$ ما س = $\frac{-\sqrt{٢}}{٢}$

∴ د ($\frac{-\pi}{٤}$) = د ($\frac{-\pi}{٤}^{+}$)

∴ د متصلة عند س = $\frac{-\pi}{٤}$

ثالثاً : د ($\frac{\pi ٢}{٤}$) = $\frac{-\sqrt{٢}}{٢}$

د ($\frac{\pi ٢}{٤}^{-}$) = $\lim_{\text{س} \to \frac{\pi ٢}{٤}^{-}}$ ما س = $\frac{-\sqrt{٢}}{٢}$

د ($\frac{\pi ٢}{٤}^{+}$) = $\lim_{\text{س} \to \frac{\pi ٢}{٤}^{+}}$ ما س = $\frac{-\sqrt{٢}}{٢}$

∴ د ($\frac{\pi ٢}{٤}^{-}$) ≠ د ($\frac{\pi ٢}{٤}^{+}$)

∴ د غير متصلة عند س = ($\frac{\pi ٢}{٤}$)

ورابعاً : د (π ٢) = ١

د (π ٢)$^{-}$ = $\lim_{\text{س} \to \pi ٢^{-}}$ جتا س = ١

∴ د (π ٢)$^{-}$ = د (π ٢)

∴ د متصلة من اليسار عند س = ٢ π

∴ د متصلة على الفترة [−$\frac{\pi}{٤}$ ، ٢ π] − {$\frac{\pi ٢}{٤}$}

⑥ أولاً : د (س) = $\frac{\text{س جا س} + \text{جا}^{٢} ٢\text{س}}{٥\text{س}^{٢}}$

متصلة على]٠ ، $\frac{\pi}{٤}$[

، د (س) = ٢ جتا ٢ س متصلة على]٠ ، $\frac{\pi}{٤}$[

ثانياً : د (٠) = ٠

، د (٠$^{+}$) = $\lim_{\text{س} \to ٠^{+}}$ $\frac{\text{جا س}}{\text{س}}$ $\frac{\text{جا}^{٢} ٢\text{س}}{\text{س}}$

= ٢

، د (٠$^{-}$) = $\lim_{\text{س} \to ٠^{-}}$ د (س)

∴ د (٠$^{-}$) = د (٠$^{+}$)

∴ د متصلة عند س = ٠ ∴ د متصلة على ح

⑦ د (س) = $\frac{(\text{س} + ٢)^{٣} - ٨}{\text{س}}$

متصلة على]−∞ ، ٠[،]٠ ، ∞[، د (٠) = ١٠٨

، د (س) = $\frac{\text{س}^{٣} + ٦\text{س}^{٢} + ١٢\text{س}}{\text{س}}$

= ٤ (٣)^{٢} = ١٠٨

∴ د (٠) = $\lim_{\text{س} \to ٠}$ د (س)

∴ د متصلة عند س = ٠ ∴ د متصلة على ح

⑧ ∵ د (س) = $\begin{cases} ٥ + \text{س}^{٢} & \text{، س} \geq ٠ \\ ٥ & \text{، س} < ٠ \end{cases}$

د (س) = ٥ + س^{٢} كثيرة حدود متصلة على]−∞ ، ∞[

، د (س) = ٥ كثيرة حدود متصلة على]−∞ ، ∞[

، د (٠$^{-}$) = ٥ د (٠) = ٥

∴ د (٠$^{-}$) = د (٠) = د (٠$^{+}$)

∴ د متصلة من اليمين عند س = ٠

∴ د متصلة على ح

ثانياً : د (٠) = ٥

، د (٠$^{+}$) = $\lim_{\text{س} \to ٠^{+}}$ $\frac{\text{جا س}}{\text{س}}$ $\frac{\text{جا}^{٢} ٢\text{س}}{\text{س}}$

= ٢

∴ د (٠$^{-}$) = د (٠$^{+}$) = د (٠)

∴ د متصلة عند س = ٠

ثالثاً : د (٣) = ٠

، د (٣$^{-}$) = $\lim_{\text{س} \to ٣^{-}}$ $\sqrt{\text{٩} - \text{س}^{٢}}$ = ٠

∵ د متصلة على]١ ، ∞[

∴ د متصلة على [٠ ، ∞[

متصلة على]٠ ، $\frac{\pi}{٤}$[

، د (س) = ٢ جا ٢ س متصلة على]٠ ، $\frac{\pi}{٤}$[

∵ د (٠) = د (٠⁻) = د (٠⁺)

∴ د متصلة عند س = ٠ ∴ د متصلة على ح

٣

∵ د متصلة عند س = ١

∴ د (١⁺) = د (١⁻) = د (١)

∴ أ + ب = ب + ٤ = ٧

∴ ب = ٣ ، أ = ٤

٤

∵ د متصلة على [−π ، π]

∴ د متصلة عند س = ٠ ∴ د (٠⁻) = د (٠⁺)

∴ $\lim_{س \to ٠} \frac{س + جا ٢س}{جا \frac{١}{٢} س}$ = $\lim_{س \to ٠}$ (س + ك)

∴ $\lim_{س \to ٠} \frac{١ + \frac{جا ٢س}{س}}{\frac{جا \frac{١}{٢} س}{س}}$ = ك

∴ $\frac{١ + ٢}{\frac{١}{٢}}$ = ك ∴ ك = ٦

٥

∵ د (س) متصلة على ح

∴ د متصلة عند س = −١

∴ د (−١⁻) = د (−١⁺)

∴ $\lim_{س \to -١}$ (أ س) = $\lim_{س \to -١}$ (أ س + ب)

∴ −أ = −أ + ب (١)

، د متصلة عند س = ٣

∴ د (٣⁻) = د (٣⁺)

∴ $\lim_{س \to ٣}$ (أ س + ب) = $\lim_{س \to ٣}$ (−٢ س)

∴ ٣أ + ب = −٦ (٢)

من (١) ، (٢) ∴ أ = −$\frac{١}{٢}$ ∴ ب = −$\frac{٩}{٢}$

٦

∵ د (س) متصلة على ح

∴ د (س) لها نهاية عند س = ٩

، ∵ المقام = صفر عندما س = ٩

∴ $\sqrt{٩ - أ}$ − ١ = ٠ ∴ $\sqrt{٩ - أ}$ = ١

∴ أ = ٨

، $\lim_{س \to ٩}$ د (س) = د (٩)

∴ $\lim_{س \to ٩} \frac{\sqrt{س - ٨} - ١}{\sqrt{س} - ٣}$ = ٩ − ب

∴ $\lim_{س \to ٩} \frac{\sqrt{س - ٨} - ١}{\sqrt{س} - ٣} \times \frac{\sqrt{س - ٨} + ١}{\sqrt{س - ٨} + ١} \times \frac{\sqrt{س} + ٣}{\sqrt{س} + ٣}$

= ٩ − ب

∴ $\lim_{س \to ٩} \frac{(س - ٩)(\sqrt{س} + ٣)}{(س - ٩)(\sqrt{س - ٨} + ١)}$ = ٩ − ب

∴ $\frac{٦}{٢}$ = ٩ − ب ∴ ب = ٦

٧

① (د) ② (ب) ③ (ب)

④ (أ) ⑤ (جـ) ⑥ (جـ)

⑦ (ب) ⑧ (د) ⑨ (د)

٨

① أولاً :

د (س) = { س + ١ ، س < ١ ؛ ٣ س − ١ ، ١ ≤ س < ٢ ؛ ٤ س − س² ، س ≥ ٢ }

∵ د (س) = س + ١ كثيرة حدود متصلة]−∞ ، ١[

د (س) = ٣ س − ١ كثيرة حدود متصلة]١ ، ٢[

د (س) = ٤ س − س² كثيرة حدود متصلة [٢ ، ∞[

ثانياً : د (١) = ٢

، د (١⁻) = $\lim_{س \to ١}$ (س + ١) = ٢

، د (١⁺) = $\lim_{س \to ١}$ (٣ س − ١) = ٢

∵ د (١⁻) = د (١⁺) = د (١)

∴ د متصلة عند س = ١

ثالثاً : د (٢) = ٥

د (٢⁻) = $\lim_{س \to ٢}$ (٣ س − ١) = ٥

د (٢⁺) = $\lim_{س \to ٢}$ (٤ س − س²) = ٤

∵ د (٢)⁻ ≠ د (٢)⁺ ∴ د غير متصلة عند س = ٢

∴ د متصلة على ح − {٢}

② د (س) = { س² + ٢ س ، س < −٢ ؛ $\sqrt{٤ - س^٢}$ ، −٢ ≤ س ≤ ٢ ؛ س² + ٢ س ، س > ٢ }

أولاً :

د (س) = س² + ٢ س كثيرة حدود

متصلة على]−∞ ، −٢[

، د (س) = $\sqrt{٤ - س^٢}$ متصلة على]−٢ ، ٢[

، د (س) = س² + ٢ س كثيرة حدود متصلة على

]−٢ ، ∞[

ثانياً : د (−٢) = ٠

، د (−٢)⁺ = $\lim_{س \to -٢}$ $\sqrt{٤ - س^٢}$ = ٠

، د (−٢)⁻ = $\lim_{س \to -٢}$ (س² + ٢ س) = ٠

∵ د (−٢) = د (−٢⁺) = د (−٢⁻)

∴ د متصلة عند س = −٢

د (٢) = ٨

، د (٢⁻) = $\lim_{س \to ٢}$ $\sqrt{٤ - س^٢}$ = ٠

، د (٢⁺) = $\lim_{س \to ٢}$ (س² + ٢ س) = ٨

∵ د (٢⁻) ≠ د (٢⁺) ∴ د غير متصلة عند س = ٢

∴ د متصلة على ح − {٢}

٩

∵ الدالة متصلة على ح

∴ المعادلة (س² + ٢ س + ٩ = ٠) ليس لها حل في ح

∴ ب² − ٤ أ جـ < ٠

∴ ٢² − ٤ × ١ × ٩ < ٠

∴ ٤ < ٣٦

∴ |أ| < ٦

∴ −٦ < أ < ٦

∴ أ ∈]−٦ ، ٦[

١٠

∵ الدالة متصلة على ح

∴ المعادلة (س² + ٦ س + أ = ٠) ليس لها حل في ح

∴ ب² − ٤ أ جـ < ٠

∴ ٣٦ − ٤ × ١ × أ < ٠ ∴ −٤ أ < −٣٦

∴ أ > ٩ ∴ أ ∈]٩ ، ∞[

١١

∵ د (س) = { −س ، س < ٠ ؛ ١ ، س ≥ ٠ }

∴ د (٠) = ١ ، د (٠⁺) = $\lim_{س \to ٠}$ (١) = ١

، د (٠⁻) = $\lim_{س \to ٠}$ (−س) = صفر

، ∵ د (٠⁺) ≠ د (٠⁻)

٢١

∵ نق = $\frac{٧\sqrt{٢}}{٢\,\text{جا}\,٦٠°}$ = ٧ سم

∴ مساحة الدائرة = $\frac{٢٢}{٧}$ × ٧² = ١٥٤ سم²

، محيط الدائرة = ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ٧ = ٤٤ سم

٢٢

∵ ق (∠حـ) = ١٨٠° − (٦٠° + ٤٥°) = ٧٥°

∴ $\frac{أ}{\text{جا}\,٦٠°}$ = $\frac{ب}{\text{جا}\,٤٥°}$ = $\frac{جـ}{\text{جا}\,٧٥°}$

∴ $\frac{أ}{\frac{\sqrt{٣}}{٢}}$ = $\frac{ب}{\frac{\sqrt{٢}}{٢}}$ = $\frac{جـ}{\frac{\sqrt{٦}+\sqrt{٢}}{٤}}$

∴ أ : ب : جـ

= $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$: $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$: $\frac{\sqrt{٦}+\sqrt{٢}}{٤}$ (بالضرب × ٢ $\sqrt{٢}$)

= $\sqrt{٦}$: ٢ : $\sqrt{٣}$ + ١

٢٣

∵ نق = $\frac{١٢}{٢\,\text{جا}\,٥٣°}$ = ٨,١ سم ، $\frac{١٢}{\text{جا}\,٥٣°}$ = $\frac{١٥}{\text{جاحـ}}$

∴ جاحـ = $\frac{١٥\,\text{جا}\,٥٣°}{١٢}$ (موجبة)

∴ ق حـ حادة أو منفرجة

∴ ق (∠حـ) = ٩ ٣٣ ٦٧° أو ٥١° ٢٦ ١١٢°

٢٤

∵ $\frac{٨}{\text{جا}\,٢٥°}$ = $\frac{٦}{\text{جاب}}$ ∴ جاب = $\frac{٦\,\text{جا}\,٢٥°}{٨}$

∴ ق (∠ب) = ٤٥° ٤٨ ٥٩° والحل الآخر مرفوض.

٢٥

∵ ق (∠حـ) = ١٨٠° − (٣٣ ٥٧° + ٤٨ ٤٥°) = ٩٩ ٤٨°

، ∵ $\frac{جـ}{\text{جاحـ}}$ = $\frac{أ + ب + جـ}{\text{جاأ} + \text{جاب} + \text{جاحـ}}$

∴ $\frac{جـ}{\text{جا}\,٩٩\,٤٨°}$ = $\frac{٢٥}{\text{جا}\,٣٣\,٥٧° + \text{جا}\,٤٥\,٤٨° + \text{جا}\,٩٩\,٤٨°}$

∴ $\frac{جـ}{\text{جا}\,٩٩\,٤٨°}$ = $\frac{٢٥}{\text{جا}\,٣٣\,٥٧° + \text{جا}\,٤٥\,٤٨° + \text{جا}\,٩٩\,٤٨°}$ ∴ محيط Δ = ٢٥ سم

∴ محيط Δ = ٢٥ سم = ٥ × ٢٦ سم

٢٦

∵ ق (∠أ) = ١٨٠° − (٤٥° + ٦٠°) = ٧٥°

∴ $\frac{أ}{\text{جا}\,٧٥°}$ = $\frac{ب}{\text{جا}\,٤٥°}$ = $\frac{جـ}{\text{جا}\,٦٠°}$ = ٤٠

∴ أ = ٤٠ جا ٧٥° ≈ ٣٨,٦ سم

، ب = ٤٠ جا ٤٥° ≈ ٢٨,٢ سم

، جـ = ٤٠ جا ٦٠° ≈ ٣٤,٦ سم

∴ مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × ٣٨,٦ × ٢٨,٢ × جا ٦٠°

≈ ٤٧٣ سم²

، محيط المثلث = ٣٨,٦ + ٢٨,٢ + ٣٤,٦ ≈ ١٠٢ سم

٢٧

∵ Δ أ ب جـ متساوي الساقين

∴ ق (∠ب) = ق (∠حـ) = ٣٠°

، ∵ $\frac{جـ}{\text{جاحـ}}$ = ٢ نق ∴ $\frac{جـ}{\text{جا}\,٣٠°}$ = ٢٤

∴ جـ = ٢٤ جا ٣٠° = ١٢ سم ∴ ب = جـ = ١٢ سم

∴ مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × ١٢ × ١٢ جا ١٢٠° = ٤٣,٢ سم²

٢٨

∵ ق (∠حـ) = ١٨٠° − (١٥° + ١٥°) = ١٥٠°

∴ $\frac{أ}{\text{جا}\,١٥°}$ = $\frac{ب}{\text{جا}\,١٥°}$ = $\frac{جـ}{\text{جا}\,١٥٠°}$

∴ إحدى النسب = $\frac{أ + ب + جـ}{\text{جا}\,١٥° + \text{جا}\,١٥° + \text{جا}\,١٥٠°}$

= $\frac{٢٥}{\text{جا}\,١٥° + \text{جا}\,١٥° + \text{جا}\,١٥٠°}$ ≈ ٢٤,٥٧

∴ ٢ نق ≈ ٢٤,٥٧ ∴ نق = ١٢,٢٨٥ سم

∴ مساحة الدائرة = π × (١٢,٢٨٥)² ≈ ٤٧٤ سم²

٢٩

∵ ق (∠حـ) = ١٨٠° − (٦٠° + ٨٣°) = ٣٧°

∴ $\frac{٩}{\text{جا}\,٣٧°}$ = $\frac{جـ}{\text{جا}\,٦٠°}$

∴ $\frac{٩}{\text{جا}\,٣٧°}$ = $\frac{جـ}{\text{جا}\,٦٠°}$

∴ جـ = $\frac{٩\,\text{جا}\,٦٠°}{\text{جا}\,٣٧°}$

∴ أ = ١٠,٩ سم ، ب = ٢ × ١٠,٩ × جتا ٦٠° = ١٠,٩ سم

٣٠

∵ ق (∠حـ) = ١٨٠° − (٦٠° + ٤٥°) = ٧٥°

∴ $\frac{أ}{\text{جا}\,٧٥°}$ = $\frac{١٢}{\text{جا}\,٦٠°}$ ∴ أ = $\frac{١٢\,\text{جا}\,٧٥°}{\text{جا}\,٦٠°}$

، مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × ٤,٢٥ × ١٢ × جا ٦٠° ≈ ٣٣ سم²

٣١

∵ ق (∠أ) = ١٨٠° − (٨٣° + ٥٦°) = ٤١°

، ∵ مساحة Δ أ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ أ ب جا جـ

∴ ٤٥٠ = $\frac{١}{٢}$ أ ب جا ٥٦° ∴ ب = $\frac{٩٠٠}{\text{أ جا}\,٥٦°}$

، ∵ $\frac{أ}{\text{جا}\,٤١°}$ = $\frac{ب}{\text{جا}\,٨٣°}$ ∴ $\frac{أ}{\text{جا}\,٤١°}$ = $\frac{٩٠٠}{\text{أ جا}\,٥٦° \cdot \text{جا}\,٨٣°}$

∴ أ² = $\frac{٩٠٠\,\text{جا}\,٤١°}{\text{جا}\,٥٦° \cdot \text{جا}\,٨٣°}$ ∴ أ ≈ ٣٣ سم

٣٢

∵ $\frac{١}{٢}$ × ١٢ × أب × جا ٦٠° = ٣٣ ∴ أب = ١٢ سم

، ∵ ق (∠أ) ≈ ٥٢° ٣٦'

∴ ق (∠ب) = ق (∠حـ) = $\frac{١٨٠° - ٥٢° ٣٦'}{٢}$ = ٦٣° ٤١'

∴ $\frac{ب حـ}{\text{جا}\,٥٢° ٣٦'}$ = $\frac{١٢}{\text{جا}\,٦٣° ٤١'}$

∴ ب حـ = $\frac{١٢\,\text{جا}\,٥٢° ٣٦'}{\text{جا}\,٦٣° ٤١'}$ ≈ ٧,٦ سم

٣٣

∵ $\frac{\text{جا}\,٦٠°}{\text{جا}\,٤٥°}$ = $\frac{\text{جا}\,٤٥°}{\text{جا}\,٣٠°}$ = $\sqrt{٢}$

أضلاع المثلث الأكبر في الشكل هي (الوتر)

∴ ق (∠حـ) = ١٨٠° − (٦٠° + ٤٥°) = ٧٥°

∴ $\frac{أ}{\text{جا}\,٧٥°}$ = $\frac{٢٠}{\text{جا}\,٤٥°}$

∴ أ = $\frac{٢٠\,\text{جا}\,٧٥°}{\text{جا}\,٤٥°}$ ≈ ٢٧,٣ سم

، في المثلث أ ب جـ

∴ أ ب = $\frac{\text{جا}\,٧٥°}{\text{جا}\,٤٥°}$ = $\frac{٢٠}{\text{جا}\,٣٠°}$ = ٢٠ سم

∴ محيط Δ أ ب جـ = ٢٠ + ٢٠ + ٢٧,٣ = ٦٧,٣ سم

٣٤

في المثلث س ص ع : رسم س ع ⊥ ص ع

∵ ق (∠س ص ع) = ١٨٠° − (٦٠° + ٤٥°) = ٧٥°

∴ $\frac{س ص}{\text{جا}\,٤٥°}$ = $\frac{٦٠}{\text{جا}\,٧٥°}$

∴ س ص = $\frac{٦٠\,\text{جا}\,٤٥°}{\text{جا}\,٧٥°}$

≈ ٤٣,٩ سم

∴ في المثلث س ص ع $\frac{س ص}{\text{جا}\,٩٠°}$ = $\frac{س ع}{\text{جا}\,٤٥°}$

∴ س ع = $\frac{٤٣,٩\,\text{جا}\,٤٥°}{\text{جا}\,٩٠°}$ = ٣١,٠ سم

٢٣

∵ ظا أ = $\frac{١}{٢\sqrt{٢}}$

∴ جا أ = $\frac{١}{٣}$ ∴ $\frac{٨}{\frac{١}{٣}}$ = $\frac{٢٠}{\text{جا حـ}}$

∴ جا حـ ≈ ٠,٨٣

∴ ق (∠حـ) ≈ ٥٦° ٢٧′ أو ١٢٣° ٣٣′

∵ ∠حـ منفرجة. ∴ ق (∠حـ) ≈ ١٢٣° ٣٣′

٢٤

∵ ظا حـ = $\frac{٤}{٣}$

∴ ق (∠حـ) ≈ ٥٣° ٧′ ٤٨″

∴ ق (∠أ) = ١٨٠° − (٣٠° + ٥٣° ٧′ ٤٨″) = ٩٦° ٥٢′ ١٢″

∴ $\frac{\text{أ}}{\text{جا ٩٦° ٥٢′ ١٢″}}$ = $\frac{٥}{\text{جا ٣٠°}}$ = $\frac{\text{حـ}}{\text{جا ٥٣° ٧′ ٤٨″}}$

∴ أ = $\frac{٥ \text{ جا ٩٦° ٥٢′ ١٢″}}{\text{جا ٣٠°}}$ = ١٠ سم

، حـ = $\frac{٥ \text{ جا ٥٣° ٧′ ٤٨″}}{\text{جا ٣٠°}}$ ≈ ٨ سم

، مساحة Δ أ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ أ حـ جا ب

= $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ٨ × جا ٣٠°

= ٢٠ سم²

٢٥

① (د) ② (د) ③ (ب) ④ (أ)

⑤ (د) ⑥ (أ) ⑦ (جـ) ⑧ (جـ)

⑨ (د) ⑩ (ب)

٢٦

∵ $\frac{\text{س جـ + ص جـ + ع جـ}}{\text{جا س + جا ص + جا ع}}$ = ٢ نق

∴ نق = $\frac{٥٦,٨٨}{٢ \times ٢,٣٧}$ = ١٢ سم

٢٧

∵ $\frac{\text{أ}}{\text{جا ٦٠°}}$ = $\frac{\text{ب}}{\text{جا ٤٥°}}$ = $\frac{\text{أ + ب}}{\text{جا ٦٠° + جا ٤٥°}}$

∴ $\frac{\text{أ}}{\text{جا ٦٠°}}$ = $\frac{\text{ب}}{\text{جا ٤٥°}}$ = $\frac{٢\sqrt{٦}}{\text{جا ٦٠° + جا ٤٥°}}$

∴ أ = ٢√٦ سم ، ب = ٢ سم

٢٨

∵ جا أ : جا ب : جا حـ = ٢ : ٤ : ٥

∴ أ : ب : حـ = ٢ : ٤ : ٥

∴ أ = ٢ ك ، ب = ٤ ك ، حـ = ٥ ك

، ∵ حـ − ب = ٥ ك − ٤ ك = ك = ٣

∴ أ = ٦ سم ، ب = ١٢ سم

٢٩

∵ ق (∠أ) : ق (∠ب) : ق (∠حـ) = ٣ : ٤ : ٣

∴ ق (∠أ) = ٣ ك ، ق (∠ب) = ٤ ك ، ق (∠حـ) = ٣ ك

∵ ق (∠أ) + ق (∠ب) + ق (∠حـ) = ١٨٠°

∴ ٣ ك + ٤ ك + ٣ ك = ١٨٠° ∴ ك = ١٨°

∴ $\frac{٥}{\text{جا ٥٤°}}$ = $\frac{\text{ب}}{\text{جا ٧٢°}}$ = $\frac{\text{حـ}}{\text{جا ٥٤°}}$

= $\frac{\text{محيط Δ أ ب حـ}}{\text{جا ٥٤° + جا ٧٢° + جا ٥٤°}}$

∴ محيط Δ أ ب حـ ≈ ١٥,٩ سم

٣٠

∵ ق (∠أ) + ق (∠ب) + ق (∠حـ) = ١٨٠°

∴ ك + ٣ ك + ٥ ك = ١٨٠° ∴ ك = ٢٠°

∴ $\frac{\text{أ}}{\text{جا ٢٠°}}$ = $\frac{\text{ب}}{\text{جا ٦٠°}}$ = $\frac{\text{حـ}}{\text{جا ١٠٠°}}$

= $\frac{١٦}{\text{جا ٢٠° + جا ٦٠° + جا ١٠٠°}}$

∵ ∠أ أصغر الزوايا قياسًا.

∴ أ أصغر الأضلاع طولاً. ∴ أ = ٢,٥ سم

٣١

∵ ق (∠أ) + $\frac{٣}{٢}$ ق (∠ب) + ٢ ق (∠حـ) = ١٨٠°

∴ ق (∠أ) = ٤٠° ، ق (∠ب) = ٦٠° ، ق (∠حـ) = ٨٠°

، ∵ $\frac{\text{أ}}{\text{جا ٤٠°}}$ = $\frac{\text{ب}}{\text{جا ٦٠°}}$ = $\frac{\text{حـ}}{\text{جا ٨٠°}}$ = ٢٠

∴ أ = ٢٠ جا ٤٠° ، ب = ٢٠ جا ٦٠°

∴ مساحة Δ أ ب حـ

= $\frac{١}{٢}$ × ٢٠ جا ٤٠° × ٢٠ جا ٦٠° × جا ٨٠° = ١١٠ سم²

٣٢

بالقسمة على ١٢ ∴ $\frac{\text{جا أ}}{٢}$ = $\frac{\text{جا ب}}{٣}$ = $\frac{\text{جا حـ}}{٤}$

وبوضع أ = ٢ ك ، ب = ٣ ك ، حـ = ٤ ك

∴ ٢ ك + ٣ ك + ٤ ك = ٤٥ ∴ ك = ٥

∴ أ = ١٠ سم ، حـ = ٢٠ سم

٣٣

من خواص التناسب نجد أن :

$\frac{\text{أ + ب − حـ + أ + حـ − ب}}{٣ + ٥}$ = $\frac{\text{أ + حـ − ب + ب + حـ − أ}}{٥ + ٧}$

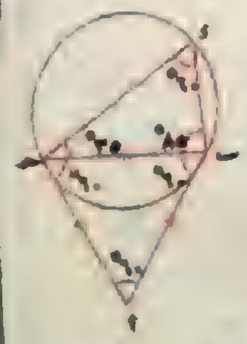
= $\frac{\text{أ + ب − حـ + ب + حـ − أ}}{٣ + ٧}$

∴ $\frac{٢\text{أ}}{٨}$ = $\frac{٢\text{حـ}}{١٢}$ = $\frac{٢\text{ب}}{١٠}$ ∴ $\frac{\text{أ}}{٤}$ = $\frac{\text{حـ}}{٦}$ = $\frac{\text{ب}}{٥}$

∴ أ : ب : حـ = ٤ : ٥ : ٦

∴ جا أ : جا ب : جا حـ = ٤ : ٥ : ٦

٣٤



∵ $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ قطعتان مماستان

للدائرة عند ب ، حـ

∴ أ ب = أ حـ

، ∵ ق (∠أ) = ٦٠°

∴ Δ أ ب حـ مثلث متساوى الأضلاع.

، ∵ مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ أ ب × أ حـ × جا (∠أ)

∴ ٩√٣ = $\frac{١}{٢}$ × (أ ب)² × جا ٦٠°

∴ ٩√٣ = $\frac{\sqrt{٣}}{٤}$ × (أ ب)²

∴ أ ب = ٦ سم ∴ ب حـ = ٦ سم

، ∵ ق (∠د) = ق (∠ب حـ أ) = ٦٠°

(محيطية ومماسية مشتركتان فى $\overset{\frown}{\text{ب حـ}}$)

∴ ق (∠ب حـ د) = ١٨٠° − (٨٥° + ٦٠°) = ٣٥°

∴ فى Δ ب حـ د : $\frac{\text{ب د}}{\text{جا ٣٥°}}$ = $\frac{\text{٤ حـ}}{\text{جا ٨٥°}}$ = $\frac{٦}{\text{جا ٦٠°}}$

∴ ب د = $\frac{٦ \text{ جا ٣٥°}}{\text{جا ٦٠°}}$ ≈ ٤ سم

، د حـ = $\frac{٦ \text{ جا ٨٥°}}{\text{جا ٦٠°}}$ ≈ ٧ سم

∴ محيط المثلث د ب حـ = ٦ + ٤ + ٧ = ١٧ سم

٣٥

فى Δ أ ب حـ :

ق (∠حـ) = $\frac{١}{٢}$ ق (∠أ م ب) = ٤٠°

، ق (∠أ ب حـ) = ١٨٠° − (٤٠° + ٨٥°) = ٥٥°

∴ $\frac{٥}{\text{جا ٤٠°}}$ = $\frac{\text{ب}}{\text{جا ٥٥°}}$ = $\frac{\text{أ}}{\text{جا ٨٥°}}$ = ٢ نق

= $\frac{\text{محيط Δ أ ب حـ}}{\text{جا ٤٠° + جا ٥٥° + جا ٨٥°}}$

∴ محيط Δ أ ب حـ ≈ ١٩,١٢ سم ، نق ≈ ٢,٨٩ سم

∴ مساحة الدائرة = π نق² = π (٢,٨٩)²

≈ ٢٥,٥ سم²

٣٦

∵ أ ب حـ د متوازى أضلاع.

∴ ق (∠حـ) = ٥٠°

فى Δ ب د حـ :

ق (∠ب د حـ) = ١٨٠° − (٥٠° + ٧٠°) = ٦٠°

∴ $\frac{٨}{\text{جا ٥٠°}}$ = $\frac{\text{ب حـ}}{\text{جا ٦٠°}}$ = $\frac{\text{د حـ}}{\text{جا ٧٠°}}$

∴ ب حـ = ٩ سم ، د حـ ≈ ٩,٨ سم

∴ محيط متوازى الأضلاع = ٢ (ب حـ + حـ د)

∴ فى المثلث أ د حـ : $\frac{٢٠}{\text{جا ٣٦° ٣٥′}}$ = $\frac{\text{أ حـ}}{\text{جا ١٢٠°}}$

∴ ق (∠أ د ب)

= ق (∠أ د ب) = ١٨٠° − ٨٠° = ٥٠°

إرشادات لحل رقم ٣٧

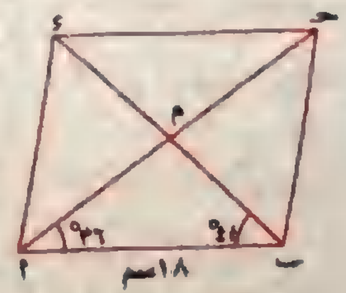
	أ	ب	حـ
	٣	٤	٣
	٣ ك	٤ ك	٣ ك
	٣ ك	٤ ك	٢ ك
	٣ ك	٤ ك	٣ ك

∴ ب حـ = ٩ سم ، ء حـ = ٩,٨ سم

∴ محيط متوازى الأضلاع = ٢ (ب حـ + حـ ء)

≈ ٣٨ سم

٣٧



في Δ أ ب م : ق (∠ أ م ب)

= ١٨٠° − (٤٤° + ٣٦°)

= ١٠٠°

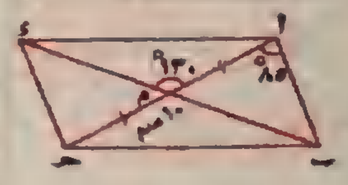
∴ $\frac{١٨}{\text{جا } ١٠٠°} = \frac{\text{أ م}}{\text{جا } ٤٤°}$ ∴ أ م = $\frac{١٨ \times \text{جا } ٤٤°}{\text{جا } ١٠٠°}$

∴ أ حـ = ٢ (أ م) ≈ ٢٥,٣٩ سم

، مساحة ▱ أ ب حـ ء = ٢ × $\frac{١}{٢}$ × ١٨ × ٢٥,٣٩ جا ٣٦°

≈ ٢٦٩ سم²

٣٨



في Δ أ ب م :

ق (∠ م) = ٥٠°

، ق (∠ ب) = ١٨٠° − (٨٥° + ٥٠°) = ٤٥°

∴ $\frac{١٠}{\text{جا } ٤٥°} = \frac{\text{ب م}}{\text{جا } ٨٥°}$

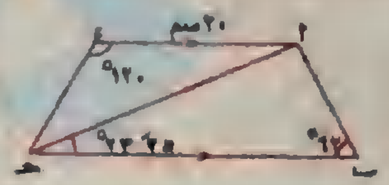
∴ ب م = $\frac{١٠ \text{ جا } ٨٥°}{\text{جا } ٤٥°}$ ≈ ١٤,١ سم

∴ ب ء = ٢ ب م = ٢٨,٢ سم

، مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء

= ٤ × $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ١٤,١ جا ٥٠° ≈ ٢١٦ سم²

٣٩



∵ $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

∴ ق (∠ أ ء حـ)

+ ق (∠ ء حـ ب) = ١٨٠°

∴ ق (∠ ء حـ ب) = ١٨٠° − ١٢٠° = ٦٠°

∴ ق (∠ ء حـ أ) = ٦٠° − ٢٣° ٢٥' = ٣٦° ٣٥'

∴ في المثلث أ ء حـ : $\frac{٢٠}{\text{جا } ٣٦° ٣٥'} = \frac{\text{أ حـ}}{\text{جا } ١٢٠°}$

∴ أ حـ = $\frac{٢٠ \text{ جا } ١٢٠°}{\text{جا } ٣٦° ٣٥'}$ ≈ ٢٩ سم

، في المثلث أ ب حـ :

∵ ق (∠ أ) = ١٨٠° − (٦٢° + ٢٣° ٢٥') = ٩٤° ٣٥'

∴ $\frac{٢٩}{\text{جا } ٦٢°} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{جا } ٩٤° ٣٥'}$

∴ ب حـ = $\frac{٢٩ \text{ جا } ٩٤° ٣٥'}{\text{جا } ٦٢°}$ ≈ ٣٣ سم

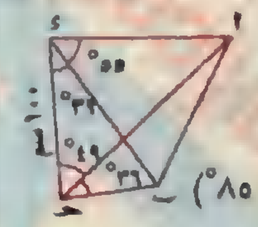
∴ مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ أ حـ × ب حـ × جا ٢٣° ٢٥'

+ $\frac{١}{٢}$ أ حـ × أ ء × جا ٢٣° ٢٥'

= $\frac{١}{٢}$ × ٢٩ (٣٣ + ٢٠) جا ٢٣° ٢٥'

≈ ٣٠٥ سم²

٤٠



في Δ ب ء حـ

ق (∠ ء ب حـ) = ١٨٠° − (٣٢° + ٨٥°)

= ٦٣°

∴ $\frac{\text{ب ء}}{\text{جا } ٨٥°} = \frac{١٠٠}{\text{جا } ٦٣°}$

∴ ب ء = $\frac{١٠٠ \text{ جا } ٨٥°}{\text{جا } ٦٣°}$ ≈ ١١٢ سم

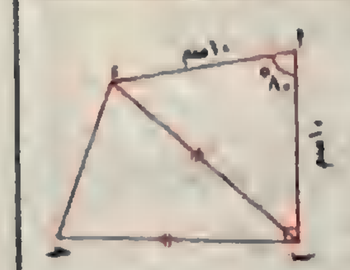
، في Δ أ ء حـ :

ق (∠ ء أ حـ) = ١٨٠° − (٤٩° + ٨٧°) = ٤٤°

∴ $\frac{\text{أ حـ}}{\text{جا } ٨٧°} = \frac{١٠٠}{\text{جا } ٤٤°}$

∴ أ حـ = $\frac{١٠٠ \text{ جا } ٨٧°}{\text{جا } ٤٤°}$ ≈ ١٤٤ سم

٤١



في المثلث أ ب ء :

∵ أ ب = أ ء

∴ ق (∠ أ ب ء) = $\frac{١٨٠° - ٨٠°}{٢}$ = ٥٠°

∴ $\frac{١٠}{\text{جا } ٥٠°} = \frac{\text{ب ء}}{\text{جا } ٨٠°}$

∴ ب ء = $\frac{١٠ \text{ جا } ٨٠°}{\text{جا } ٥٠°}$ ≈ ١٢,٨٦ سم

، ∵ ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠°

∴ ق (∠ ء ب حـ) = ٩٠° − ٥٠° = ٤٠°

∴ مساحة Δ أ ب ء = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ١٠ × جا ٨٠° ≈ ٤٩ سم²

، مساحة Δ ء ب حـ = $\frac{١}{٢}$ × ١٢,٨٦ × ١٢,٨٦ × جا ٤٠°

≈ ٥٣ سم²

∴ مساحة الشكل أ ب حـ ء = ٤٩ + ٥٣ = ١٠٢ سم²

٤٢

① ∵ $\frac{\text{أ}}{\text{جا أ}} = \frac{\text{ب}}{\text{جا ب}} = \frac{\text{حـ}}{\text{جا حـ}}$

بضرب النسبة الأولى × ٣ والثانية × ٤ وبالطرح

∴ $\frac{٣ \text{ أ} - ٤ \text{ ب}}{٣ \text{ جا أ} - ٤ \text{ جا ب}} = \frac{\text{حـ}}{\text{جا حـ}}$

② ∵ $\frac{\text{أ}}{\text{جا أ}} = \frac{\text{ب}}{\text{جا ب}}$ ∴ ب = $\frac{\text{أ جا ب}}{\text{جا أ}}$

∴ مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ أ ب جا حـ = $\frac{\text{أ}^٢ \text{ جا ب جا حـ}}{٢ \text{ جا أ}}$

③ ∵ $\frac{\text{أ}}{\text{جا أ}} = \frac{\text{ب}}{\text{جا ب}} = \frac{\text{حـ}}{\text{جا حـ}}$ = ٢ نق

∴ جا حـ = $\frac{\text{حـ}}{٢ \text{ نق}}$

∴ مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ أ ب × $\frac{\text{حـ}}{٢ \text{ نق}}$ = $\frac{\text{أ ب حـ}}{٤ \text{ نق}}$

٤٣

① (د)	② (جـ)	③ (جـ)	④ (ب)
⑤ (د)	⑥ (جـ)	⑦ (د)	⑧ (ب)
⑨ (جـ)	⑩ (ب)	⑪ (جـ)	

مجموعات تدريب ٣

① ∵ $\frac{\text{أ}}{\text{جا أ}} = \frac{\text{ب}}{\text{جا ب}} = \frac{\text{حـ}}{\text{جا حـ}}$ = ٢ نق = ٦

∴ $\frac{\text{أ}}{\text{جا أ}} \times \frac{\text{ب}}{\text{جا ب}} \times \frac{\text{حـ}}{\text{جا حـ}}$ = ٦ × ٦ × ٦

∴ $\frac{\text{أ ب حـ}}{\text{جا أ جا ب جا حـ}}$ = ٢١٦

② ∵ $\frac{\text{أ}}{\text{جا أ}} = \frac{\text{ب}}{\text{جا ب}} = \frac{\text{حـ}}{\text{جا حـ}}$ = ٢ نق

∴ أ قا أ = ب قا ب = حـ قا حـ = ٢ نق

∴ أ قا أ + ب قا ب + حـ قا حـ = ٦ نق

③ ∵ $\frac{\text{أ + ب + حـ}}{\text{جا أ + جا ب + جا حـ}}$ = ٢ نق

∴ $\frac{\text{جا ب + جا حـ + جا أ}}{\text{جا أ + جا ب + جا حـ}}$ = ٢ نق

∴ ٢ نق = ١ ∴ نق = $\frac{١}{٢}$

∴ محيط الدائرة المارة برؤوس Δ أ ب حـ

= ٢ π نق = ٢ π × $\frac{١}{٢}$ = π

④ ∵ $\frac{\text{أ}}{\text{جا أ}} = \frac{\text{ب}}{\text{جا ب}} = \frac{\text{حـ}}{\text{جا حـ}}$ = ٢ نق

∴ $\frac{\text{جا أ}}{\text{أ}} = \frac{\text{جا ب}}{\text{ب}} = \frac{\text{جا حـ}}{\text{حـ}}$ = $\frac{١}{٢ \text{ نق}}$

وبضرب مقدمات وتوالى النسبة الأولى × أ ، النسبة الثانية × ب ، النسبة الثالثة × حـ

وجمع المقدمات والتوالى

∴ $\frac{\text{أ جا أ + ب جا ب + حـ جا حـ}}{\text{أ}^٢ + \text{ب}^٢ + \text{حـ}^٢}$ = $\frac{١}{٢ \text{ نق}}$

⑤ ∵ $\frac{\text{أ}}{\text{جا أ}} = \frac{\text{ب}}{\text{جا ب}} = \frac{\text{حـ}}{\text{جا حـ}}$ = ١٠

∴ أ = ١٠ جا أ ، ب = ١٠ جا ب

، ∵ مساحة Δ أ ب حـ = ٢٤

∴ $\frac{١}{٢}$ أ ب جا حـ = ٢٤

∴ $\frac{١}{٢}$ × ١٠ جا أ × ١٠ جا ب × جا حـ = ٢٤

∴ جا أ جا ب جا حـ = $\frac{٢٤}{٥٠}$ = $\frac{١٢}{٢٥}$

∴ جا أ جاب جا (١٨٠ − (أ + ب)) = $\frac{١٢}{٢٥}$

∴ جا أ جاب جا (أ + ب) = $\frac{١٢}{٢٥}$

⑥ ∵ ب جـ = $\sqrt{(٦)^٢ + (٨)^٢}$ = ١٠ سم

∴ ب ء = ٤ سم

في Δ أ ب ء : $\frac{ب ء}{جا θ} = \frac{أ ء}{جا ب}$

∴ $\frac{٤}{جا θ} = \frac{أ ء}{٠,٦}$ ∴ أ ء جا θ = ٢,٤ (١)

في Δ أ جـ ء : $\frac{ء جـ}{جا (٩٠ − θ)} = \frac{أ ء}{جا جـ}$

∴ $\frac{٦}{جتا θ} = \frac{أ ء}{٠,٨}$ ∴ أ ء جتا θ = ٤,٨ (٢)

بقسمة (٢) على (١) : ∴ $\frac{جتا θ}{جا θ} = \frac{٤,٨}{٢,٤}$

∴ ظتا θ = ٢

⑦ ∵ جـ ء = ٢ ء ب

∴ مساحة Δ أ جـ ء = ٢ مساحة Δ أ ب ء

$\cancel{٢}$ × $\cancel{ء}$ ء × أ جـ × جا ٦٠°

= ٢ × $\cancel{٢}$ × أ ب × $\cancel{ء}$ ء جا ٤٥°

∴ $\frac{أ ب}{أ جـ} = \frac{(\frac{\sqrt{٣}}{٢})}{(\frac{١}{\sqrt{٢}} \times ٢)} = \frac{\sqrt{٦}}{٤}$

، ∵ $\frac{أ ب}{أ جـ} = \frac{جا ب}{جا جـ}$ ∴ $\frac{جا ب}{جا جـ} = \frac{٤}{\sqrt{٦}} = \frac{٢\sqrt{٦}}{٣}$

⑧ في Δ أ ب ء : ∵ $\frac{ب ء}{جا أ} = \frac{أ ء}{جا ٤٥°}$

∴ $\frac{ب ء}{جا أ} = \frac{٤\sqrt{٢}}{(\frac{١}{\sqrt{٢}})} = ٨$

في Δ ب ء جـ : ∵ $\frac{ب ء}{جا جـ} = \frac{ب جـ}{جا ٩٠°}$

∴ $\frac{ب ء}{جا جـ}$ = ٢ ب جـ ، ∵ جا أ = جا جـ

∴ ٢ ب جـ = ٨ ∴ ب جـ = ٤ سم

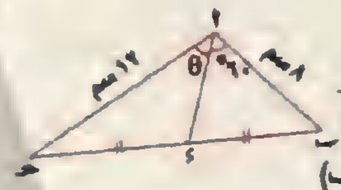
⑨ في Δ جـ ء هـ : ∵ ظا (ء ، هـ جـ) = $\frac{٣}{٤}$

∴ جا جـ = $\frac{٤}{٥}$

، في Δ أ ب جـ : ∵ $\frac{أ ب}{جا جـ}$ = ٢ نق

∴ ٢ نق = $\frac{٦}{(\frac{٤}{٥})}$ ∴ نق = ٣,٧٥ سم

⑩ في Δ أ ب ء :



$\frac{ب ء}{جا ٦٠°} = \frac{٨}{جا (ء أ ب)}$

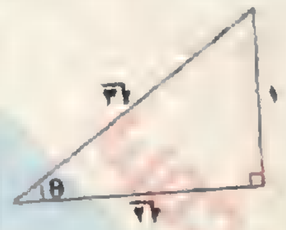
∴ ب ء × جا (ء أ ب)

= ٨ جا ٦٠° = ٤ $\sqrt{٣}$

في Δ أ ء جـ : $\frac{جـ ء}{جا θ} = \frac{١٢}{جا (ء أ جـ)}$ (١)

∴ جـ ء × جا (ء أ جـ) = ١٢ جا θ (٢)

من (١) ، (٢) :



، ∵ ب ء = جـ ء

، جا (ء أ ب)

= جا (ء أ جـ)

∴ ١٢ جا θ = ٤ $\sqrt{٣}$ ∴ جا θ = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

∴ ظا θ = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ ∴ ظا (ء ، أ جـ) = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

⑪ في Δ أ ب جـ :

∵ $\frac{أ ب}{جا ٧٠°} = \frac{٦}{جا ٤٠°}$ = ٢ نق

∴ أ ب = ٨,٧٧ سم ، نق = ٤,٦٦٧ سم

∴ مساحة الجزء المظلل

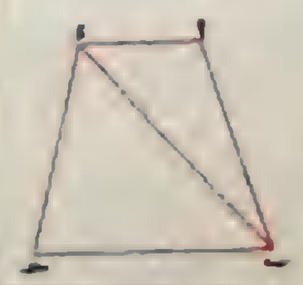
= مساحة الدائرة − مساحة المثلث أ ب جـ

= π نق^٢ − $\frac{١}{٢}$ أ جـ جا ب

= π × (٤,٦٧)^٢ − $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٨,٧٧ × جا ٧٠°

≈ ٤٣,٧ سم^٢

٤٤



في المثلث أ ب ء :

$\frac{أ ء}{جا (ء أ ب)} = \frac{ب ء}{جا أ}$

، من Δ ء ب جـ :

$\frac{ب جـ}{جا (ء ب جـ)} = \frac{ب ء}{جا جـ}$

، ∵ ء أ ، ء جـ متكاملتان ، لأن أ ب جـ ء رباعي دائري ،

∴ جا أ = جا جـ ∴ $\frac{أ ء}{جا (ء أ ب)} = \frac{ب جـ}{جا (ء ب جـ)}$

∴ أ ء × جا (ء ب جـ) = ب جـ × جا (ء أ ب)

٤٥

① ∵ $\frac{أ}{جا أ} = \frac{ب}{جا ب} = \frac{جـ}{جا جـ}$

∴ $\frac{أ + ب + جـ}{جا أ + جا ب + جا جـ} = \frac{أ}{جا أ}$

∴ جا أ + جا ب + جا جـ = $\frac{٢ ع جا أ}{أ}$

= $\frac{٢ ع جا أ × ب جـ}{أ ب جـ}$

، ∵ Δ = $\frac{١}{٢}$ ب جـ جا أ

∴ ب جـ جا أ = ٢ Δ

∴ جا أ + جا ب + جا جـ = $\frac{٢ ع × Δ٢}{أ ب جـ} = \frac{٤ ع Δ}{أ ب جـ}$

② ∵ $\frac{١}{جـ جا أ} = \frac{\frac{١}{٢} ب}{\frac{١}{٢} ب جـ جا أ}$

، $\frac{١}{أ جا ب} = \frac{\frac{١}{٢} جـ}{\frac{١}{٢} أ جـ جا ب}$

، $\frac{١}{ب جا جـ} = \frac{\frac{١}{٢} أ}{\frac{١}{٢} ب أ جا جـ}$

وبالجمع : ∴ $\frac{١}{جـ جا أ} + \frac{١}{أ جا ب} + \frac{١}{ب جا جـ}$

= $\frac{\frac{١}{٢} ب}{\frac{١}{٢} ب جـ جا أ} + \frac{\frac{١}{٢} جـ}{\frac{١}{٢} أ جـ جا ب} + \frac{\frac{١}{٢} أ}{\frac{١}{٢} ب أ جا جـ}$

= $\frac{\frac{١}{٢} (ب + جـ + أ)}{Δ} = \frac{ع}{Δ}$

٤٦

∵ مساحة الدائرة = π نق^٢ ، نق = $\frac{أ}{٢ جا أ} = \frac{ب}{٢ جا ب}$

وبالتعويض

∴ مساحة الدائرة = $\frac{π أ ب}{٤ جا أ جا ب}$

إجابات تمارين 20

١

① (جـ) ② (أ) ③ (ب) ④ (د)

٢

∵ ع^٢ = (١٣)^٢ + (١٦)^٢ − ٢ × ١٣ × ١٦ جتا ٩٥° ≈ ٤٦١,٢٦

∴ ع ≈ ٢١,٥ سم

٣

∵ ب^٢ = (٣)^٢ + (٥)^٢ − ٢ × ٣ × ٥ جتا ٦١° ٢١′ = ٩,٨

∴ ب ≈ ٣ سم

٤

∵ جتا جـ = $\frac{(٣)^٢ + (٥)^٢ − (٧)^٢}{٢ (٣) (٥)} = \frac{١}{٢}$

∴ ق (∠ جـ) = ١٢٠°

٥

∵ جتا أ = $\frac{(٥,٨)^٢ + (٣,٤)^٢ − (٧,٦)^٢}{٢ (٥,٨) (٣,٤)}$

∴ ق (∠ أ) ≈ ١٠٨° ٢٤′

، جتا ب = $\frac{(٧,٦)^٢ + (٣,٤)^٢ − (٥,٨)^٢}{٢ (٧,٦) (٣,٤)}$

∴ ق (∠ ب) ≈ ٤٦° ٢٠′

∴ ق (∠ جـ) = ١٨٠° − (١٠٨° ٢٤′ + ٤٦° ٢٠′) = ٢٥° ٩′

٦

∵ جتا ب = $\frac{(١٣)^٢ + (١٥)^٢ - (١٤)^٢}{٢ (١٣) (١٥)}$

∴ ق (∠ب) ≈ ٥٩° ٢٩َ

∴ مساحة Δ أ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ × ١٣ × ١٥ × جا ٥٩° ٢٩َ

≈ ٨٤ سم^٢

٧

∵ أصغر زاوية تقابل أصغر ضلع

∴ جتا س = $\frac{(٢٧)^٢ + (٢٤)^٢ - (١٨)^٢}{٢ × ٢٧ × ٢٤}$

∴ ق (∠س) ≈ ٤٠° ٤٨َ

، ∵ نق = $\frac{١٨}{٢ جا ٤٠° ٤٨َ}$

∴ مساحة الدائرة = π $\left(\frac{١٨}{٢ جا ٤٠° ٤٨َ}\right)^٢$ ≈ ٥٩٦ سم^٢

٨

① جـ^٢ = (٧)^٢ + (٩)^٢ − ٢ (٧) (٩) جتا ٩٦° ٢٣َ = ١٤٤

∴ جـ = ١٢ سم

② مساحة Δ أ ب جـ

= $\frac{١}{٢}$ × ٧ × ٩ × جا ٩٦° ٢٣َ = ٣١ سم^٢

③ نق = $\frac{جـ}{٢ جا جـ}$ = $\frac{١٢}{٢ جا (٩٦° ٢٣َ)}$ ≈ ٦ سم

٩

جـ = ٥٢ − (١٣ + ١٧) = ٢٢ سم

∵ أكبر زاوية تقابل أكبر ضلع

∴ جتا جـ = $\frac{(١٣)^٢ + (١٧)^٢ - (٢٢)^٢}{٢ (١٣) (١٧)}$

∴ ق (∠جـ) ≈ ٩٣° ٢٢َ

، مساحة Δ أ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ × ١٣ × ١٧ × جا ٩٣° ٢٢َ

≈ ١١٠ سم^٢

١٠

∵ أكبر زاوية تقابل أكبر ضلع.

∴ جتا س = $\frac{(١٨)^٢ + (١٠)^٢ - (٢٤.٥)^٢}{٢ × ١٨ × ١٠}$

∴ ق (∠س) ≈ ١١٩° ١٩َ

، ∵ نق = $\frac{٢٤.٥}{٢ جا ١١٩° ١٩َ}$ ≈ ١٤ سم

∴ محيط الدائرة المارة برؤوس المثلث س ص ع

= ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ١٤ = ٨٨ سم

١١

∵ أ^٢ = (٢.٥)^٢ + (٢)^٢ − ٢ × ٢.٥ × ٢ × $\frac{٢}{٥}$

= ٦.٢٥

∴ أ = ٢.٥ سم ∴ أ = جـ

∴ Δ أ ب جـ متساوي الساقين.

١٢

بفرض أن سَ = ٤ ك ، صَ = ٥ ك ، عَ = ٦ ك

، ∵ أصغر زاوية تقابل أصغر ضلع.

∴ جتا س = $\frac{٢٥ ك^٢ + ٣٦ ك^٢ - ١٦ ك^٢}{٢ × ٥ ك × ٦ ك}$ = $\frac{٣}{٤}$

∴ ق (∠س) ≈ ٤١° ٢٥َ

١٣

∵ سَ : صَ : عَ = جا س : جا ص : جا ع = ٧ : ٨ : ١٢

وبفرض أن : سَ = ٧ ك ، صَ = ٨ ك ، عَ = ١٢ ك

، ∵ أكبر زاوية تقابل أكبر ضلع.

∴ جتا ع = $\frac{(٧ ك)^٢ + (٨ ك)^٢ - (١٢ ك)^٢}{٢ × ٧ ك × ٨ ك}$ = $\frac{-٣١}{١١٢}$

∴ ق (∠ع) ≈ ١٠٦° ٤َ

١٤

∵ جـ^٢ = (٥)^٢ + (٥)^٢ − ٢ × ٥ × ٥ × $\frac{١}{٢}$ = ٦٢.٥

∴ جـ ≈ ٧.٨ سم

، ∵ جتا جـ = $\frac{١}{٢}$ ∴ ق (∠جـ) = ١٢٠°

∴ مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ٥ × جا ١٢٠° = ٥$\sqrt{٣}$ سم^٢

١٥

∵ ظا ب = $\frac{٣}{٤}$ ∴ جا ب = $\frac{٣}{٥}$ ، جتا ب = $\frac{٤}{٥}$

∴ مساحة Δ أ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ × ١٦ × ١٨ × $\frac{٣}{٥}$

= ٨٦.٤ سم^٢

، ب^٢ = (١٦)^٢ + (١٨)^٢ − ٢ × ١٦ × ١٨ × $\frac{٤}{٥}$ = ١١٩.٢

∴ ب ≈ ١١ سم

∴ محيط Δ أ ب جـ = ١٦ + ١٨ + ١١ = ٤٥ سم

١٦

بالقسمة على ١٢ ∴ $\frac{جا أ}{٦}$ = $\frac{جا ب}{٤}$ = $\frac{جا جـ}{٣}$

∴ أ : ب : جـ = ٦ : ٤ : ٣

، بفرض أن : أ = ٦ ك ، ب = ٤ ك ، جـ = ٣ ك

، ∵ أصغر زاوية تقابل أصغر ضلع

∴ جتا جـ = $\frac{(٦ ك)^٢ + (٤ ك)^٢ - (٣ ك)^٢}{٢ × ٦ ك × ٤ ك}$ = $\frac{١٣}{٤٨}$

∴ ق (∠جـ) ≈ ٧٣° ٢٦َ

١٧

∵ أ : ب : جـ = ٣ : ٤ : ٥

، وبفرض أن : أ = ٣ ك ، ب = ٤ ك ، جـ = ٥ ك

∴ جتا جـ = $\frac{(٣ ك)^٢ + (٤ ك)^٢ - (٥ ك)^٢}{٢ × ٣ ك × ٤ ك}$ = ٠

∴ ق (∠جـ) = ٩٠°

∵ ٣ ك + ٤ ك + ٥ ك = ٢٤ ∴ ك = ٢

، ∴ أ = ٦ سم ، ب = ٨ سم ، جـ = ١٠ سم

، مساحة Δ أ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٨ = ٢٤ سم^٢

١٨

في المثلث أ ب جـ

∵ $\frac{٨}{جا ٦٠°}$ = $\frac{أ جـ}{جا ٧٥°}$

∴ أ جـ = $\frac{٨ جا ٧٥°}{جا ٦٠°}$ ≈ ٨.٩٢ سم

، ∵ ق (∠جـ) = ١٨٠° − (٦٠° + ٧٥°) = ٤٥°

∴ (أ ب)^٢ = (٨.٩٢)^٢ + (٤)^٢ − ٢ × ٨.٩٢ × ٤ جتا ٤٥°

≈ ٤٥

∴ أ ب ≈ ٦.٧ سم

١٩

في المثلث أ ب جـ :

∵ جتا ب = $\frac{(٨)^٢ + (٩)^٢ - (٧)^٢}{٢ × ٨ × ٩}$

= $\frac{٢}{٣}$

∴ ق (∠ب) ≈ ٤٨° ١١َ

∴ في المثلث أ ب ء :

(أ ء)^٢ = (٩)^٢ + (٤)^٢ − ٢ × ٩ × ٤ جتا ٤٨° ١١َ ≈ ٤٩

∴ أ ء = ٧ سم ، نق = $\frac{٧}{٢ جا ٤٨° ١١َ}$ ≈ ٤.٧ سم

٢٠

∵ (أ ب)^٢

= (٨)^٢ + (١٠)^٢ − ٢ × ٨ × ١٠ جتا ٥٠°

∴ أ ب ≈ ٨ سم

في المثلث أ م ء :

∵ ق (∠أ م ء) = ١٨٠° − ٥٠° = ١٣٠°

∴ (أ ء)^٢ = (٨)^٢ + (١٠)^٢ − ٢ × ٨ × ١٠ جتا ١٣٠°

∴ أ ء ≈ ١٦ سم

٢١

في Δ أ ب حـ :

∵ جتا

$= \frac{(٩)^٢ + (١٣)^٢ - (٢٠)^٢}{٢ (٩) (١٣)}$

∴ ق (∠ب) ≈ ٥٢َ ١٢٩°

∴ ق (∠ب أ ء) = ١٨٠° − ٥٢َ ١٢٩° ≈ ٨َ ٥٠°

في Δ أ ب ء :

(ب ء)² = (٩)² + (١٣)² − ٢ (٩) (١٣) × جتا ٨َ ٥٠°

∴ ب ء ≈ ١٠ سم

٢٢

نفرض أن أ ب = ٢ س

، ب حـ = ٣ س

، نصف محيط متوازي الأضلاع = ١٠ سم

∴ ٢ س + ٣ س = ١٠ ∴ س = ٢ سم

∴ أ ب = ٤ سم ، ب حـ = ٦ سم

في Δ أ ب ء : ∵ جتا أ = $\frac{(٤)^٢ + (٦)^٢ - (٨)^٢}{٢ (٤) (٦)}$

∴ ق (∠أ) ≈ ٢٩َ ١٠٤°

∴ ق (∠أ ب حـ) = ١٨٠° − ٢٩َ ١٠٤° = ٣١َ ٧٥°

∴ (أ حـ)² = (٤)² + (٦)² − ٢ (٤) (٦) جتا ٣١َ ٧٥°

∴ أ حـ ≈ ٦,٣ سم

٢٣

نصف محيط متوازي الأضلاع = ٢٢ سم

بفرض أن : أ ب = س

∴ أ ء = ٢٢ − س

∴ في Δ أ ب ء :

∴ (ب ء)² = (س)² + (٢٢ − س)²

− ٢ س (٢٢ − س) جتا ٦٠°

∴ ١٩٦ = ٢ س² − ٦٦ س + ٤٨٤

∴ ٢ س² − ٦٦ س + ٢٨٨ = ٠

∴ س² − ٣٣ س + ٩٦ = ٠

∴ (س − ٦) (س − ١٦) = ٠ ∴ س = ٦

∴ أ ب = ٦ سم ، أ ء = ١٦ سم

∴ $\frac{٦}{\text{جا (د أ ء ب)}} = \frac{١٤}{\text{جا ٦٠°}}$

∴ جا (د أ ء ب) = $\frac{٦ \text{ جا ٦٠°}}{١٤}$

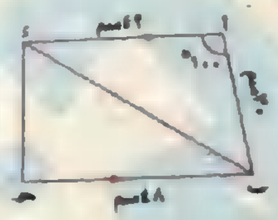
∴ ق (∠د أ ء ب) ≈ ٤٧َ ٢١°

، مساحة متوازي الأضلاع أ ب حـ ء

= ٢ مساحة المثلث أ ب ء

= ٢ × $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ١٦ جا ٦٠° ≈ ٨٣ سم²

٢٤



في Δ أ ب ء :

(ب ء)² = (٣٠)² + (٤٢)²

− ٢ × ٣٠ × ٤٢ جتا ١٠٠°

∴ ب ء ≈ ٥٥,٧ سم

، جتا (∠د أ ء ب) = $\frac{(٣٠)^٢ - (٤٢)^٢ + (٥٥,٧)^٢}{٢ \times ٥٥,٧ \times ٤٢}$

≈ ٠,٨٤٨

، ∵ $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

∴ ق (∠د ب حـ) = ق (∠د أ ء ب) (بالتبادل)

∴ جتا (∠د ب حـ) = ٠,٨٤٨

∴ (حـ ء)² = (٥٥,٧)² + (٤٨)² − ٢

× ٥٥,٧ × ٤٨ × ٠,٨٤٨

∴ حـ ء ≈ ٣٠ سم

٢٥

في Δ أ ب حـ

جتا = $\frac{(٩)^٢ + (٥)^٢ - (١١)^٢}{٢ \times ٩ \times ٥} = -\frac{١}{٢}$

، في Δ أ ء حـ

جتا ء = $\frac{(٩)^٢ + (٨)^٢ - (١١)^٢}{٢ \times ٩ \times ٨} = \frac{١}{٢}$

∴ جتا + جتا ء = ٠

∴ ق (∠ب) + ق (∠ء) = ١٨٠°

∴ الشكل رباعي دائري.

٢٦

∵ أ ب حـ ء

شكل رباعي دائري

∴ جتا ب = − جتا ء

∴ $\frac{(٩)^٢ + (٥)^٢ - (\text{أ حـ})^٢}{٥ \times \cancel{٩} \times \cancel{٣}}$

$= \frac{-(٩)^٢ - (٨)^٢ + (\text{أ حـ})^٢}{٨ \times \cancel{٩} \times \cancel{٣}}$

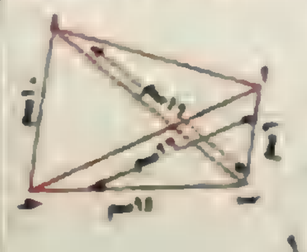
∴ $\frac{١٠٦ - (\text{أ حـ})^٢}{٥} = \frac{-١٤٥ + (\text{أ حـ})^٢}{٨}$

∴ ٨٤٨ − ٨ (أ حـ)² = −٧٢٥ + ٥ (أ حـ)²

∴ ١٣ (أ حـ)² = ١٥٧٣ ∴ (أ حـ)² = ١٢١

∴ أ حـ = ١١ سم

٢٧



في المثلث أ ب حـ :

جتا (∠ب أ حـ)

= $\frac{(٦)^٢ + (١٦)^٢ - (١٤)^٢}{٢ \times ٦ \times ١٦} = \frac{١}{٢}$

، في المثلث ب حـ ء :

جتا (∠ب ء حـ) = $\frac{(١٠)^٢ + (١٦)^٢ - (١٤)^٢}{٢ \times ١٠ \times ١٦} = \frac{١}{٢}$

∴ ق (∠ب أ حـ) = ق (∠ب ء حـ)

∴ الشكل رباعي دائري.

٢٨

في Δ أ ء حـ

جتا (∠ء أ حـ)

= $\frac{(١٢)^٢ + (١٨)^٢ - (٨)^٢}{٢ \times ١٢ \times ١٨} = \frac{١٠٨}{١٠٨}$

∴ ق (∠ء أ حـ) = ٠° ٦٠

، في Δ حـ أ ب

جتا (∠حـ أ ب) = $\frac{(٢٧)^٢ + (١٨)^٢ - (١٢)^٢}{٢ (٢٧) (١٨)} = \frac{١٠٨}{١٠٨}$

∴ ق (∠ء أ حـ) = ق (∠حـ أ ب)

أي أن $\overline{\text{أ حـ}}$ ينصف ∠ب أ ء

∴ مساحة الشكل أ ب حـ ء

= مساحة Δ أ ء حـ + مساحة Δ أ حـ ب

= $\frac{١}{٢}$ × ١٢ × ١٨ × جا ٦٠° + $\frac{١}{٢}$ × ١٨ × ٢٧ × جا ٦٠°

= ١٢٤ سم²

٢٩

في Δ أ ء ب

أ ب = $\sqrt{(١٠)^٢ - (٨)^٢}$

= ٦ سم

، جتا ب = $\frac{٣}{٥}$ ∴ ق (∠ب) ≈ ٥٣َ ٨°

في Δ ء ب حـ : ء ب = $\frac{١}{٢}$ ء حـ

∴ ء حـ = ٢٠ سم ، ب حـ = ١٠ $\sqrt{٣}$ سم

في Δ أ ب حـ :

ق (∠أ ب حـ) = ٩٠° + ٥٣َ ٨° = ١٤٣َ ٨°

∴ (أ حـ)² = (٦)² + (١٠ $\sqrt{٣}$)²

− ٢ (٦) (١٠ $\sqrt{٣}$) جتا ١٤٣َ ٨°

∴ أ حـ ≈ ٢٢ سم

٣٠

∵ $حـ^2 = (٣ب)^2 + ب^2 - ٢ \times ٣ب \times ب$ جتا ٦٠°

$= ٧ب^2$

∴ $حـ = \sqrt{٧}\, ب$

∴ جتا ب $= \frac{٧ب^2 + ٩ب^2 - ب^2}{٢ \times \sqrt{٧}\, ب \times ٣ب} = \frac{١٥}{٦\sqrt{٧}} = \frac{٥}{٢\sqrt{٧}}$

∴ ق(∠ب) ≈ ١٩° ٦′

، ∵ ق(∠أ) + ق(∠ب) = ١٢٠°

∴ ق(∠أ) = ١٠٠° ٥٤′

٣١

∵ $١٠\sqrt{٣} = \frac{١}{٢} \times ٥ \times حـ$ جا ١٢٠°

∴ حـ = ٨ سم

∴ $ب^2 = (٥)^2 + (٨)^2 - ٢ \times ٥ \times ٨$ جتا ١٢٠° = ١٢٩

∴ ب = $\sqrt{١٢٩}$ ≈ ١١,٣٦ سم

∴ جتا أ = $\frac{١٢٩ + (٨)^2 - (٥)^2}{٢ \times \sqrt{١٢٩} \times ٨}$

∴ ق(∠أ) ≈ ٢٢° ٢٥′

٣٢

∵ ب : حـ = ٣ : ٤

ويفرض أن : ب = ٣ك ، حـ = ٤ك

، ∵ مساحة Δ أ ب حـ = ٦٤

∴ $\frac{١}{٢} \times ٣ك \times ٤ك \times$ جا ١٢٠° = ٦٤

∴ ك = $\frac{٨}{\sqrt{٣}}$ ∴ ب = $\frac{٢٤}{\sqrt{٣}}$ سم ، حـ = $\frac{٣٢}{\sqrt{٣}}$

∴ $أ^2 = \left(\frac{٣٢}{\sqrt{٣}}\right)^2 + \left(\frac{٢٤}{\sqrt{٣}}\right)^2$

$- ٢ \times \frac{٣٢}{\sqrt{٣}} \times \frac{٢٤}{\sqrt{٣}} \times$ جتا ١٢٠°

∴ أ = ٩,٥ سم

∴ محيط Δ أ ب حـ = ٤١,٨ سم

٣٣

مساحة Δ أ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ أ ب جا حـ

∴ ٢٠ = $\frac{١}{٢} \times ٦ \times ١٠$ جا حـ

∴ جا حـ = $\frac{٢}{٣}$

∴ ق(∠حـ) ≈ ١٣٨° ١١′ (∠حـ منفرجة)

∴ $حـ^2 = (٦)^2 + (١٠)^2 - ٢ \times ٦ \times ١٠$ جتا ١٣٨° ١١′

∴ حـ ≈ ١٥ سم

٣٤

∵ $\frac{جا أ}{١} = \frac{جا ب}{١,٥} = \frac{جا حـ}{٢}$

∴ أ : ب : حـ = ١ : ١,٥ : ٢

∴ أ = ك ، ب = ١,٥ ك ، حـ = ٢ ك

، ∵ حـ − أ = ٤ سم ∴ ٢ك − ك = ٤

∴ ك = ٤

∴ أ = ٤ سم ، ب = ٦ سم ، حـ = ٨ سم

∴ جتا أ = $\frac{(٦)^2 + (٨)^2 - (٤)^2}{٢ \times ٦ \times ٨} = \frac{٧}{٨}$

∴ ق(∠أ) = ٢٨° ٥٧′ ٦٨

٣٥

∵ جا أ : جا ب : جا حـ = ٣ : ٥ : ٧

∴ أ : ب : حـ = ٣ : ٥ : ٧

ويفرض أن : أ = ٣ك ، ب = ٥ك ، حـ = ٧ك

∴ جتا أ = $\frac{(٥ك)^2 + (٧ك)^2 - (٣ك)^2}{٢ \times ٥ك \times ٧ك} = \frac{١٣}{١٤}$

، جتا ب = $\frac{(٣ك)^2 + (٧ك)^2 - (٥ك)^2}{٢ \times ٣ك \times ٧ك} = \frac{١١}{١٤}$

، جتا حـ = $\frac{(٣ك)^2 + (٥ك)^2 - (٧ك)^2}{٢ \times ٣ك \times ٥ك} = -\frac{١}{٢}$

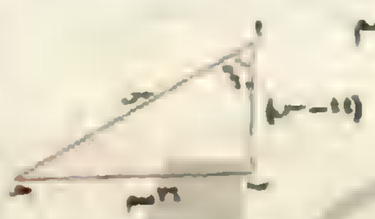
∴ جتا أ : جتا ب : جتا حـ = $\frac{١٣}{١٤} : \frac{١١}{١٤} : \frac{-١}{٢}$ = ١٣ : ١١ : −٧

٣٦

① (ب) ② (جـ) ③ (د)

④ (جـ) ⑤ (ب) ⑥ (أ)

٣٧



∵ محيط Δ أ ب حـ = ٧٠ سم

، أ = ٢٦ سم

∴ ب + حـ = ٧٠ − ٢٦

= ٤٤ سم

، بفرض ب = س

∴ حـ = ٤٤ − س

∴ $(٢٦)^2 = س^2 + (٤٤ - س)^2$

$- ٢س(٤٤ - س)$ جتا ٦٠°

∴ $س^2 - ٤٤س + ٤٢٠ = ٠$

∴ (س − ٣٠)(س − ١٤) = ٠

∴ س = ٣٠ أو س = ١٤

ب حـ = ٣٠ × ١٤ = ٤٢٠

∴ مساحة Δ أ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ ب حـ جا أ

= $\frac{١}{٢} \times ٤٢٠ \times$ جا ٦٠°

= ١٠٥ $\sqrt{٣}$ سم²

٣٨

∵ ٣٤ = ١٢ + (٦ + حـ) + حـ

∴ حـ = ٨ سم ، ب = ١٤ سم

، ∵ أصغر زاوية تقابل أصغر ضلع وهو حـ

، ∵ جتا حـ = $\frac{(١٢)^2 + (١٤)^2 - (٨)^2}{٢ \times ١٢ \times ١٤} = \frac{٣٣}{٢٨}$

∴ ق(∠حـ) = ٢٤° ٤٦′ ٤٩

، مساحة المثلث أ ب حـ = $\frac{١}{٢} \times ١٢ \times ١٤$ جا ٢٤° ٤٦′ ٤٩

≈ ٤٧,٩ سم²

٣٩

∵ (أ + ب + حـ)(أ + ب − حـ) = ٣ أ ب

∴ $(أ + ب)^2 - حـ^2 = ٣ أ ب$

∴ $أ^2 + ب^2 + ٢ أ ب - حـ^2 = ٣ أ ب$

∴ $أ^2 + ب^2 - حـ^2 = أ ب$ وبقسمة الطرفين على ٢ أ ب

∴ $\frac{أ^2 + ب^2 - حـ^2}{٢ أ ب} = \frac{١}{٢}$

∴ جتا حـ = $\frac{١}{٢}$ ∴ ق(∠حـ) = ٦٠°

٤٠

∵ جتا حـ = $\frac{أ^2 + ب^2 - حـ^2}{٢ أ ب}$

∴ جتا ١٢٠° = $\frac{(ب - ٢)^2 + ب^2 - (ب + ٢)^2}{٢(ب - ٢)(ب)}$

∴ $-\frac{١}{٢} = \frac{ب^2 - ٤ب + ٤ + ب^2 - ب^2 - ٤ب - ٤}{٢(ب - ٢)(ب)}$

∴ $-١ = \frac{ب^2 - ٨ب}{ب(ب - ٢)}$ ∴ $-١ = \frac{ب(ب - ٨)}{ب(ب - ٢)}$

∴ ٢ − ب = ب − ٨ ∴ ٢ب = ١٠

∴ ب = ٥ ∴ أ = ٣ ، حـ = ٧

٤١

∵ س حـ = ١٠

∴ أكبر الزوايا هي المقابلة للضلع الذي طوله ١٤ سم

∴ جتا ١٢٠° = $\frac{(١٠)^2 + س^2 - (١٤)^2}{٢ \times ١٠ \times س}$

∴ $-\frac{١}{٢} = \frac{س^2 - ٩٦}{٢٠س}$

∴ $-س^2 + ٩٦ = ١٠س$

∴ $س^2 + ١٠س - ٩٦ = ٠$

(س + ١٦)(س − ٦) = ٠

∴ س = ٦ أو س = −١٦ (مرفوض)

٤٢

∵ (أ + ب + حـ) (أ + ب − حـ) = ك أ ب

∴ (أ + ب)² − حـ² = ك أ ب

∴ أ² + ب² + ٢ أ ب − حـ² = ك أ ب

∴ $\frac{أ^2 + ب^2 - حـ^2}{٢ أ ب} = \frac{(ك - ٢) أ ب}{٢ أ ب}$

∴ جتا حـ = $\frac{ك - ٢}{٢}$

، ∵ صفر < ق (∠حـ) < ١٨٠°

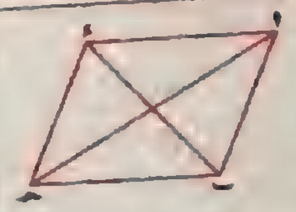
∴ −١ < جتا حـ < ١ ∴ −١ < $\frac{ك - ٢}{٢}$ < ١

∴ −٢ < ك − ٢ < ٢ ∴ صفر < ك < ٤

∴ ك ∈]٠ ، ٤[، عندما ك = ١

∴ جتا حـ = $\frac{١}{٢}$ ∴ ق (∠حـ) = ١٢٠°

٤٣



من Δ أ ب حـ :

(أ حـ)² = (أ ب)² + (ب حـ)²

− ٢ (أ ب) × (ب حـ) جتا (∠أ ب حـ) (١)

، من Δ ب حـ د :

(ب د)² = (ب حـ)² + (د حـ)² − ٢ (ب حـ)

× (د حـ) جتا (∠د حـ ب)

، ∵ د حـ = أ ب ، جتا (∠د حـ ب) = − جتا (∠أ ب حـ)

∴ (ب د)² = (ب حـ)² + (أ ب)² + ٢ (ب حـ)

× (أ ب) جتا (∠أ ب حـ) (٢)

وبجمع (١) ، (٢) :

∴ (أ حـ)² + (ب د)² = ٢ (أ ب)² + ٢ (ب حـ)²

٤٤

من Δ أ ب د :

(أ ب)² = (أ د)² + (ب د)²

− ٢ (أ د) (ب د) جتا (∠أ د ب) (١)

من Δ أ ب حـ :

(أ حـ)² = (أ د)² + (حـ د)²

− ٢ (أ د) (حـ د) جتا (∠أ د حـ) (٢)

، ∵ جتا (∠أ د ب) = − جتا (∠أ د حـ) ، حـ د = ب د

وبجمع (١) ، (٢) :

∴ (أ ب)² + (أ حـ)² = ٢ (أ د)² + ٢ (ب د)²

∴ (٥)² + (٨)² = ٢ (أ د)² + ٢ (٦)²

∴ أ د = $\frac{\sqrt{٣٤}}{٢}$ سم

٤٥

ظتا ب + ظتا حـ = $\frac{جتا ب}{جا ب} + \frac{جتا حـ}{جا حـ}$

= $\frac{أ^2 + حـ^2 - ب^2}{٢ أ حـ جا ب} + \frac{أ^2 + ب^2 - حـ^2}{٢ أ ب جا حـ}$

= $\frac{أ^2 + حـ^2 - ب^2}{٤ Δ} + \frac{أ^2 + ب^2 - حـ^2}{٤ Δ}$

= $\frac{٢ أ^2}{٤ Δ} = \frac{أ^2}{٢ Δ}$

٤٦

∵ ب² = حـ² − ٢ حـ أ + أ² + حـ أ

∴ ب² = حـ² + أ² − حـ أ

، ∵ ب² = حـ² + أ² − ٢ أ حـ جتا ب

∴ حـ أ = ٢ أ حـ جتا ب ∴ جتا ب = $\frac{١}{٢}$

∴ ق (∠ب) = ٦٠°

٤٧

في Δ س ص ع :

∵ س² = ص² + ع² − ٢ ص ع جتا س

، ∵ س² = ص² + ع² − ص ع ظتا س

∴ ٢ جتا س = ظتا س

∴ ٢ جتا س = $\frac{جتا س}{جا س}$

∴ ٢ جتا س جا س − جتا س = ٠

∴ جتا س (٢ جا س − ١) = ٠

∴ إما جتا س = ٠ ومنها س = ٩٠°

أو جا س = $\frac{١}{٢}$ ∴ س = ٣٠° أو ١٥٠°

∴ ق (∠س) = ٩٠° أو ٣٠° أو ١٥٠°

٤٨

∵ جتا ب = $\frac{أ^2 + حـ^2 - ب^2}{٢ أ حـ}$

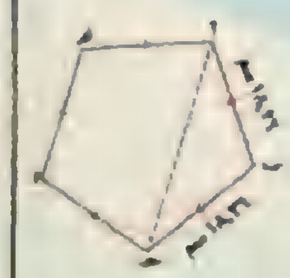
∴ $\frac{حـ}{أ} = \frac{أ^2 + حـ^2 - ب^2}{٢ أ حـ}$

∴ حـ² = أ² + حـ² − ب²

∴ أ² = ب² ∴ أ = ب

∴ Δ أ ب حـ متساوي الساقين.

٤٩



∵ أ ب حـ د هـ

خماسي منتظم

∴ ق (∠ب) = ١٠٨°

∴ (أ حـ)²

= (١٨,٣٦)² + (١٨,٣٦)²

− ٢ (١٨,٣٦) (١٨,٣٦) × جتا ١٠٨°

∴ أ حـ ≈ ٢٩,٥ سم

٥٠

حل زياد خطأ لأن قانون الجيب يجعل جيب الزاوية الحادة أو المنفرجة دائمًا موجبًا رغم أن الزاوية هنا منفرجة ويؤكد ذلك استخدام قاعدة جيب التمام في حل كريم.

٥١

(١) (ب) (٢) (د) (٣) (ب) (٤) (ب)

(٥) (ب) (٦) (أ) (٧) (ب) (٨) (د)

(٩) (ب) (١٠) (ب) (١١) (أ)

إرشادات لحل رقم ٥٢

(١) ∵ أ ب = $\sqrt{(٣ - ٠)^2 + (٤ - ١)^2} = ٣\sqrt{٢}$

، ب حـ = $\sqrt{(١ - ٣)^2 + (٤ - ٣)^2} = \sqrt{٥}$

، أ حـ = $\sqrt{(١ - ٠)^2 + (٣ - ١)^2} = \sqrt{٥}$

∴ جتا (∠أ حـ ب)

= $\frac{(\sqrt{٥})^2 + (\sqrt{٥})^2 - (٣\sqrt{٢})^2}{٢ × \sqrt{٥} × \sqrt{٥}}$

= $\frac{-٤}{٥}$

(٢) • إذا علم طول $\overline{أب}$ تعين ق (∠أ حـ ب) وبالتالي ق (∠د حـ هـ) ، طول $\overline{د هـ}$

• إذا علم مساحة Δ أ ب حـ تعين ق (∠أ حـ ب) وبالتالي ق (∠د حـ هـ) ، طول $\overline{د هـ}$

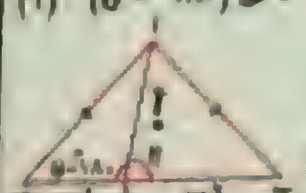
• إذا علم محيط Δ أ ب حـ علم طول $\overline{أب}$ وبالتالي تعين ق (∠أ حـ ب) ، ق (∠د حـ هـ) ، طول $\overline{د هـ}$

∴ معرفة أي مما سبق يصلح لإيجاد طول $\overline{د هـ}$

(٣) ∵ (أ ب)² = (٥)² + (٦)² − ٢ × ٥ × ٦ جتا θ (١)

، (أ حـ)² = (٥)² + (٤)²

− ٢ × ٥ × ٤ جتا (١٨٠° − θ) (٢)



، ∵ أ ب = أ حـ

ومن (١) ، (٢) :

∴ ٢٥ + ٣٦ − ٦٠ جتا θ

= ٢٥ + ١٦ + ٤٠ جتا θ

∴ ١٠٠ جتا θ = ٢٠ ∴ جتا θ = $\frac{١}{٥}$

∴ (أ ب)² = ٢٥ + ٣٦ − ٦٠ × $\frac{١}{٥}$ = ٤٩

∴ أ ب = ٧ سم

(٥) ∵ (١ + $\frac{أ}{ب}$) (١ + $\frac{حـ}{أ}$) (١ + $\frac{ب}{حـ}$)

(١) ∵ الشكل أ ب حـ د رباعي دائري.

⑤ ∵ المضلع أ ب ء د رباعي دائري

∴ جتا أ = − جتا جـ

∴ في Δ أ ب ء :

(ب ء)² = (٣)² + (٣)² − ٢ × ٣ × ٣ جتا أ (١)

، في Δ جـ ب ء :

(ب ء)² = (٣)² + (٤)² − ٢ × ٣ × ٤ جتا جـ (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ ٩ + ٤ − ١٢ جتا أ = ٩ + ١٦ + ٢٤ جتا أ

∴ ٣٦ جتا أ = − ١٢ ∴ جتا أ = − $\frac{١}{٣}$

⑥ ∵ $\overline{أجـ}$ ، $\overline{ءب}$ وتران متقاطعان في الدائرة في النقطة هـ

∴ أ هـ × هـ جـ = ء هـ × هـ ب

∴ ٣ × ٤ = ٢ × هـ ب ∴ هـ ب = ٦ سم

∴ جتا (∠ب أ هـ) = $\frac{(٣)^٢ + (٨)^٢ - (٦)^٢}{٢ \times ٣ \times ٨} = \frac{٢٧}{٢٨}$

∴ ق (∠ب أ هـ) = ٣٤° ٢٩َ

⑦ في Δ أ ب جـ :

∵ (أ ب)² = (٦)² + (١٢)² − ٢ × ٦ × ١٢ × جتا (٠,٤)°

∴ أ ب = ٦,٩ سم

، ∵ ق° = $\frac{ل}{نق}$

∴ طول $\overset{\frown}{ب جـ}$ = ٠,٤° × ٦ = ٢,٤ سم

∴ محيط الجزء المظلل = ٦,٩ + ٢,٤ + ٦ = ١٥,٣

⑧ ∵ جتا أ = $\frac{ب^٢ + جـ^٢ - أ^٢}{٢ ب جـ}$

∴ ب² + جـ² − أ² = ٢ ب جـ جتا أ

∴ (ب² + جـ² − أ²) ط أ

= ٢ ب جـ ط أ × $\frac{ط أ}{ط أ}$ = ٢ ب جـ ط أ

= ٤ × ($\frac{١}{٢}$ ب جـ ط أ) = ٤ × ١٢ = ٤٨

⑨ (١ − $\frac{١}{ب}$ + $\frac{١}{جـ}$) (١ + $\frac{١}{ب}$ − $\frac{١}{جـ}$)

= ($\frac{جـ + أ + ب}{جـ}$) ($\frac{ب + جـ - أ}{ب}$)

= $\frac{(ب + جـ)^٢ - أ^٢}{ب جـ}$ = $\frac{ب^٢ + جـ^٢ - أ^٢ + ٢ ب جـ}{ب جـ}$

= $\frac{ب^٢ + جـ^٢ - أ^٢}{ب جـ}$ + ٢

= ٢ جتا أ + ٢ = ٢ ($\frac{١}{٢}$) + ٢ = ٣

∵ $\frac{أ^٢ + ب^٢ + جـ^٢}{أ + ب + جـ}$ = أ²

∴ أ² + ب³ + جـ³ = أ² + ب² أ + جـ² أ

∴ ب³ + جـ³ = ب² أ + جـ² أ

∴ (ب + جـ) (ب² − ب جـ + جـ²) = أ² (ب + جـ)

∴ أ² = ب² − ب جـ + جـ²

∴ ب² + جـ² − أ² = ب جـ

∴ $\frac{ب^٢ + جـ^٢ - أ^٢}{٢ ب جـ}$ = $\frac{١}{٢}$ ∴ جتا أ = $\frac{١}{٢}$

∴ ق (∠أ) = ٦٠°

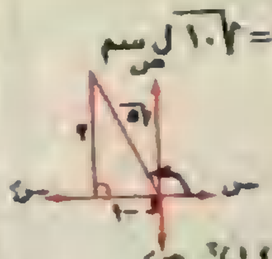
⑩ بفرض طول ضلع المربع الصغير = ل سم

∴ طول ضلع المربع الأكبر = ٣ ل سم

∴ س هـ = $\sqrt{ل^٢ + ل^٢}$ = $\sqrt{٢}$ ل سم

، ب س = $\sqrt{ل^٢ + (٣ ل)^٢}$ = $\sqrt{١٠}$ ل سم

، ب هـ = ٤ ل سم



∴ جتا (∠ب س هـ)

= $\frac{(\sqrt{٢} ل)^٢ + (\sqrt{١٠} ل)^٢ - (٤ ل)^٢}{٢ \times \sqrt{٢} ل \times \sqrt{١٠} ل}$

= $\frac{-٤ ل^٢}{٤ \sqrt{٥} ل^٢}$ = $\frac{-١}{\sqrt{٥}}$

∴ جا (∠ب س هـ) = $\frac{٢}{\sqrt{٥}}$

∵ المضلع أ ب جـ د رباعي دائري

∴ أ جـ + جـ د = أ ب + ب د (لأن آ مقطعان)

∴ ٨٠ + جـ د = ٦٠ + (١٠٠ − جـ د)

∴ ٢ جـ د = ٨٠

∴ جـ د = ٤٠ سم ، ب د = ٦٠ سم

في Δ أ ب د :

∴ (أ د)² = (٦٠)² + (٦٠)² − ٢ (٦٠) (٦٠) جتا ب

∵ جتا ب = $\frac{٦٠}{١٠٠}$ = ٠,٦

∴ (أ د)² = ٣٦٠٠ + ٣٦٠٠ − ٢ × ٣٦٠٠ × ٠,٦

∴ أ د = ٢٤ $\sqrt{٥}$ سم

٥٢

∵ $\frac{أ^٢ + جـ^٢ - ب^٢}{٢ أ جـ}$ = $\frac{ب^٢ + جـ^٢ - أ^٢}{٢ ب^٢ جـ}$

∴ أ² ب² + ب² جـ² − ب⁴ = أ² ب² + أ² جـ² − أ⁴

∴ (أ² − ب²) جـ² − (أ² − ب²) (أ² + ب²) = ٠

∴ (أ² − ب²) (جـ² − أ² − ب²) = ٠

∴ أ² = ب² أو جـ² = أ² + ب²

∴ أ = ب أي المثلث أ ب جـ متساوي الساقين

أو المثلث أ ب جـ قائم الزاوية في جـ

٥٣

∵ ق (∠أ هـ ب) = ق (∠أ هـ جـ)

= ق (∠ب هـ جـ) = $\frac{٣٦٠}{٣}$ = ١٢٠°

في Δ أ ب هـ :

(أ ب)² = ٣٦ + ١٠٠ − ٢ × ٦ × ١٠ × جتا ١٢٠°

∴ أ ب = ١٤ سم

وبفرض هـ جـ = س

∵ (أ جـ)² = ١٠٠ + س² − ٢ × ١٠ × س جتا ١٢٠°

∴ (أ جـ)² = ١٠٠ + س² + ١٠ س

في Δ ب هـ جـ

(ب جـ)² = ٣٦ + س² − ٢ × ٦ × س جتا ١٢٠°

∴ (ب جـ)² = ٣٦ + س² + ٦ س

، من Δ أ ب جـ (أ جـ)² = (أ ب)² + (ب جـ)²

∴ ١٠٠ + س² + ١٠ س = ١٩٦ + ٣٦ + س² + ٦ س

∴ ٤ س = ١٣٢ ∴ س = ٣٣ سم

∴ هـ جـ = ٣٣ سم

٥٤

بفرض أن :

، أ م = م ب = ب جـ = س

، أ ب = ص

من Δ أ ب م :

جتا أ = $\frac{ص^٢ + س^٢ - ٩}{٢ س ص}$

∴ $\frac{ص}{٢ س}$ = $\frac{ص^٢ + س^٢ - ٩}{٢ س ص}$

∴ ٢ ص² = ٢ ص² + ٢ س² − ٢٧

∴ ص² + ٣ س² = ٢٧ (١)

من Δ أ ب جـ

جتا أ = $\frac{ص^٢ + ٤ س^٢ - ١٦}{٢ \times ص \times ٢ س}$

∴ $\frac{ص}{٢ س}$ = $\frac{ص^٢ + ٤ س^٢ - ١٦}{٤ س ص}$

∴ ٤ ص² = ٢ ص² + ١٢ س² − ٤٨

∴ − ص² + ١٢ س² = ٤٨ (٢)

بجمع (١) ، (٢) :

∴ ١٥ س² = ٧٥ ∴ س² = ٥ ∴ س = $\sqrt{٥}$ سم

وبالتعويض في (١) :

∴ ص² + ١٥ = ٢٧ ∴ ص² = ١٢

∴ ص = ٢$\sqrt{٣}$ سم

∴ ب جـ = $\sqrt{(٢\sqrt{٥})^{٢} - ١٢}$ = $\sqrt{٨}$

∴ محيط Δ أ ب جـ = أ ب + ب جـ + أ جـ

= ٢$\sqrt{٣}$ + $\sqrt{٨}$ + ٢$\sqrt{٥}$ ≃ ١٠٫٧٦ سم

٥٥

① ∵ $\frac{\text{جتا أ}}{\text{أ}} = \frac{\text{ب}^{٢} + \text{جـ}^{٢} - \text{أ}^{٢}}{\text{٢ أ ب جـ}}$

، $\frac{\text{جتا ب}}{\text{ب}} = \frac{\text{أ}^{٢} + \text{جـ}^{٢} - \text{ب}^{٢}}{\text{٢ أ ب جـ}}$ ، $\frac{\text{جتا جـ}}{\text{جـ}} = \frac{\text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢} - \text{جـ}^{٢}}{\text{٢ أ ب جـ}}$

∴ $\frac{\text{جتا أ}}{\text{أ}} + \frac{\text{جتا ب}}{\text{ب}} + \frac{\text{جتا جـ}}{\text{جـ}}$

= $\frac{\text{ب}^{٢} + \text{جـ}^{٢} - \text{أ}^{٢} + \text{أ}^{٢} + \text{جـ}^{٢} - \text{ب}^{٢} + \text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢} - \text{جـ}^{٢}}{\text{٢ أ ب جـ}}$

= $\frac{\text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢} + \text{جـ}^{٢}}{\text{٢ أ ب جـ}}$

② ∵ أ² + ب² + جـ² = ب² + جـ² − ٢ ب جـ جتا أ

+ جـ² + أ² − ٢ أ جـ جتا ب + أ² + ب² − ٢ أ ب جتا جـ

∴ أ² + ب² + جـ²

= ٢ أ² + ٢ ب² + ٢ جـ² − ٢ ب جـ جتا أ − ٢ أ جـ جتا ب

− ٢ أ ب جتا جـ

∴ أ² + ب² + جـ²

= ٢ (ب جـ جتا أ + أ جـ جتا ب + أ ب جتا جـ)

③ $\frac{\text{جا أ}}{\text{جا ب}} = \frac{\text{جا أ}}{\text{جا جـ}} \cdot \frac{\text{جا جـ}}{\text{جا ب}} \cdot \frac{\text{جا أ}}{\text{جا ب}} \cdot \frac{\text{جا جـ}}{\text{جا أ}}$

= $\frac{١}{\text{جـ}} \cdot \frac{\text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢} - \text{جـ}^{٢}}{\text{٢ أ}} \cdot \frac{\text{٢ ب جـ}}{\text{ب}^{٢} + \text{جـ}^{٢} - \text{أ}^{٢}}$

= $\frac{\text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢} - \text{جـ}^{٢}}{\text{ب}^{٢} + \text{جـ}^{٢} - \text{أ}^{٢}}$

إجابات تمارين 21

أولاً

١

ق(∠ب) = ١٨٠° − (٦٧° + ٤٦°) = ٦٧°

∴ $\frac{\text{أ}}{\text{جا ٦٧°}} = \frac{١١}{\text{جا ٦٧°}} = \frac{\text{جـ}}{\text{جا ٤٦°}}$

∴ أ = ١١ سم ، جـ = ٨٫٦ سم

٢

ق(∠م) = ١٨٠° − (٣٣° ١٦َ + ٤٤° ١٩َ) = ١٠٢° ٢٥َ

∴ $\frac{\text{ل}}{\text{جا ٣٣° ١٦َ}} = \frac{١٧}{\text{جا ١٠٢° ٢٥َ}} = \frac{\text{ن}}{\text{جا ٤٤° ١٩َ}}$

∴ ل = ٩٫٥ سم ، ن = ١٢٫٢ سم

٣

ق(∠أ) = ٨٠° ، ق(∠ب) = ٤٠°

∴ ق(∠جـ) = ١٨٠° − (٨٠° + ٤٠°) = ٦٠°

∴ $\frac{\text{ب جـ}}{\text{جا ٨٠°}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{جا ٤٠°}} = \frac{٩}{\text{جا ٦٠°}}$

∴ ب جـ = ١٠٫٢ سم ، أ جـ = ٦٫٧ سم

، مساحة المثلث = ½ × ب جـ × أ جـ × جا جـ

= ½ × ١٠٫٢ × ٦٫٧ × جا ٦٠°

= ٣٠ سم²

٤

ق(∠ع) = ١٨٠° − (٧٥° ١٢َ + ٤٨° ١٥َ) = ٥٦° ٣٣َ

∴ $\frac{\text{ص ع}}{\text{جا ٧٥° ١٢َ}} = \frac{\text{س ع}}{\text{جا ٤٨° ١٥َ}} = \frac{٣}{\text{جا ٥٦° ٣٣َ}}$

∴ ص ع = ٣٦٫٤ سم ، س ع = ٢٥٫٨ سم

، الارتفاع المطلوب = ص ع × جا ص

= ٣٦٫١ جا ٤٩° ١٦َ ≃ ٢٦٫٦ سم

ثانياً

٥

جـ² = (٥)² + (٧)² − ٢ (٥) (٧) جتا ٦٥°

∴ جـ = ٦٫٧ سم

∴ جتا ب = $\frac{(٥)^{٢} + (٦٫٧)^{٢} - (٧)^{٢}}{٢ \times ٥ \times ٦٫٧}$

∴ ق(∠ب) = ٧١° ٥َ

∴ ق(∠أ) = ١٨٠° − (٧١° ٥َ + ٦٥°) = ٤٣° ٥٥َ

٦

أ² = (٦)² + (٦)² − ٢ × ٦ × ٦ جتا ١٥٣° ١٢َ

∴ أ = ١١٫٦٧ سم

، ق(∠ب) = ق(∠جـ) = $\frac{١٨٠° - ١٥٣° ١٢َ}{٢}$ = ١٣° ٢٤َ

٧

ق(∠م) = ٢٠٫٣ = ٦٨° ٤٤َ

∴ م² = (١٢٫٥)² + (٧٫٩٥)² − ٢ × ١٢٫٥

= ٧٫٩٥ جتا ٦٨° ٤٤َ

∴ م = ١١٫٦٩ سم

∴ جتا ل = $\frac{(١١٫٦٩)^{٢} + (٧٫٩٥)^{٢} - (١٢٫٥)^{٢}}{٢ \times ١١٫٦٩ \times ٧٫٩٥}$

∴ ق(∠ل) = ٧٦° ٢٥َ

∴ ق(∠ن) = ١٨٠° − (٦٨° ٤٤َ + ٧٦° ٢٥َ)

= ٣٤° ٥١َ

٨

(ل س)² = (٤٨٫٥)² + (٤٦)² − ٢ × ٤٨٫٥ × ٤٦

× (−٠٫٦)

∴ ل س = ٨٤٫٥٣ سم

، جتا ل = $\frac{(٤٨٫٥)^{٢} + (٨٤٫٥٣)^{٢} - (٤٦)^{٢}}{٢ \times ٤٨٫٥ \times ٨٤٫٥٣}$

∴ ق(∠ل) = ٢٥° ٤٨َ ، ق(∠س) = ١٢٦° ٥٢َ

∴ ق(∠ن) = ٢٧° ٢٠َ

ثالثاً

٩

① جتا أ = $\frac{(٣٧)^{٢} + (٢٤)^{٢} - (١٥)^{٢}}{٢ \times ٣٧ \times ٢٤}$

∴ ق(∠أ) = ٣٣° ٣٣َ

، جتا ب = $\frac{(١٥)^{٢} + (٣٧)^{٢} - (٢٤)^{٢}}{٢ \times ١٥ \times ٣٧}$

∴ ق(∠ب) = ٢٣° ١١َ

، ق(∠جـ) = ١٨٠° − (٣٣° ٣٣َ + ٢٣° ١١َ) = ١٢٣° ١٦َ

② جتا أ = $\frac{(٢٥)^{٢} + (١٧)^{٢} - (٢٨)^{٢}}{٢ \times ٢٥ \times ١٧}$

∴ ق(∠أ) = ٨١° ١٠َ

، جتا ب = $\frac{(٢٨)^{٢} + (١٧)^{٢} - (٢٥)^{٢}}{٢ \times ٢٨ \times ١٧}$

∴ ق(∠ب) = ٦١° ٩َ ، ق(∠جـ) = ٣٧° ٤١َ

١٠

جتا أ = $\frac{(١٤)^{٢} + (١٥)^{٢} - (١٣)^{٢}}{٢ \times ١٤ \times ١٥}$

∴ ق(∠أ) = ٥٣° ٨َ

، جتا ب = $\frac{(١٥)^{٢} + (١٣)^{٢} - (١٤)^{٢}}{٢ \times ١٥ \times ١٣}$

∴ ق(∠ب) = ٥٩° ٢٩َ

∴ ق(∠جـ) = ١٨٠° − (٥٣° ٨َ + ٥٩° ٢٩َ) = ٦٧° ٢٣َ

١١

جتا أ = $\frac{(٨)^{٢} + (٤)^{٢} - (٥)^{٢}}{٢ (٤) (٨)}$

∴ ق(∠أ) = ٣٠° ٤٥َ

∴ ق(∠ب) = ٩ ١٢٥°

∴ ق(∠حـ) = ١٨٠° − (٣٠ ٤٥° + ٩ ١٢٥°) = ٩ ٢٤°

١٢

جا أ = $\frac{(٤\sqrt{٢})^٢ + (٢\sqrt{٥})^٢ - (٢)^٢}{٢ \times ٤\sqrt{٢} \times ٢\sqrt{٥}}$

∴ ق(∠أ) = ٣٦ ١٨°

، جتا ب = $\frac{(٢)^٢ + (٢\sqrt{٥})^٢ - (٤\sqrt{٢})^٢}{٢ \times ٢ \times ٢\sqrt{٥}}$

∴ ق(∠ب) = ٣٤ ١١٦°

∴ ق(∠حـ) = ١٨٠° − (٣٦ ١٨° + ٣٤ ١١٦°) = ٤٥°

رابعًا حساب طول ضلع/ضلعين وقياس زاوية مقابلة لأحدهما

١٣

$\frac{١٠}{جا أ} = \frac{٩}{جا ٥٧°} = \frac{جـ}{جا حـ}$ ∴ جا أ = $\frac{١٠ جا ٥٧°}{٩}$

∴ ق(∠أ) = ٤٤ ٦٨° أ، ق(∠أ) = ٦٦ ١١١°

ومنها ق(∠حـ) = ١٦ ٥٤° أ، ق(∠حـ) = ٤٤ ١١°

، ∵ $\frac{٩}{جا ٥٧°} = \frac{جـ}{جا حـ}$

∴ جـ = ٨,٧ سم أ، جـ = ٢,٢ سم

١٤

$\frac{٤}{جا ٥٠°} = \frac{٣}{جا ب} = \frac{جـ}{جا حـ}$ ∴ جا ب = $\frac{٣ جا ٥٠°}{٤}$

∴ ق(∠ب) = ٤ ٣٥°

أ، ق(∠ب) = ٥٦ ١٤٤° (مرفوض)

∴ ق(∠حـ) = ٥٦ ٩٤°

∴ $\frac{جـ}{جا ٥٦ ٩٤°} = \frac{٤}{جا ٥٠°}$ ∴ جـ = ٥,٢ سم

١٥

$\frac{١٢}{جا ١١٦°} = \frac{١٠}{جا أ} = \frac{ب}{جا ب}$ ∴ جا أ = $\frac{١٠ جا ١١٦°}{١٢}$

∴ ق(∠أ) = ٣٠ ٤٨°

أ، ق(∠أ) = ٣٠ ١٣١° (مرفوض)

، ق(∠ب) = ١٨٠° − (٣٠ ٤٨° + ١١٦°) = ٣٠ ١٥°

∴ $\frac{ب}{جا ٣٠ ١٥°} = \frac{١٢}{جا ١١٦°}$ ∴ ب = ٣,٦ سم

١٦

① ∵ △أ منفرجة ، أ > ب ∴ يوجد حل وحيد.

∴ $\frac{١٥}{جا ١٢٠°} = \frac{١٠}{جا ب}$ ∴ جا ب = $\frac{١٠ جا ١٢٠°}{١٥}$

∴ ق(∠ب) = ٣٥°

، ق(∠حـ) = ١٨٠° − (٣٥° + ١٢٠°) = ٢٥°

∴ $\frac{جـ}{جا ٢٥°} = \frac{١٥}{جا ١٢٠°}$ ∴ جـ = ٧,٣ سم

② ∵ △حـ منفرجة ، جـ > أ ∴ يوجد حل وحيد

∴ $\frac{١٦}{جا ١١٥°} = \frac{٤}{جا أ}$ ∴ جا أ = $\frac{٤ جا ١١٥°}{١٦}$

∴ ق(∠أ) = ١٣°

، ق(∠ب) = ١٨٠° − (١١٥° + ١٣°) = ٥٢°

، $\frac{١٦}{جا ١١٥°} = \frac{ب}{جا ٥٢°}$ ∴ ب = ١٣,٩ سم

③ ∵ △أ منفرجة ، أ < ب

∴ الشروط لا تحقق وجود أي مثلث على الإطلاق

④ ∵ △أ حادة ، ع = ٢٨ جا ٤٢° = ١٨,٧ سم

، ١٨,٧ < ٢٠ < ٢٨ ∴ يوجد للمثلث حلان.

∴ $\frac{٢٠}{جا ٤٢°} = \frac{٢٨}{جا ب}$

∴ ق(∠ب) = ٧٠° أ، ق(∠ب) = ١١٠°

∴ ق(∠حـ) = ١٨٠° − (٧٠° + ٤٢°) = ٦٨°

أ، ق(∠حـ) = ١٨٠° − (١١٠° + ٤٢°) = ٢٨°

، ∵ $\frac{جـ}{جا حـ} = \frac{٢٠}{جا ٤٢°}$

∴ جـ = ٢٧,٧ سم أ، جـ = ١٤ سم

∴ ل(∠ب) = ٨٤,٥٣ سم

∴ ق(∠أ) = ٤٥ ٢٠°

∴ أ < ع

∴ الشروط لاتحقق وجود أي مثلث على الإطلاق.

⑥ ∵ △أ حادة ، أ < جـ ∴ يوجد حل وحيد.

∴ $\frac{١٢}{جا ٢٧°} = \frac{٧}{جا حـ}$ ∴ ق(∠حـ) = ١٥°

∴ ق(∠ب) = ١٨٠° − (١٥° + ٢٧°) = ١٣٨°

∴ $\frac{ب}{جا ١٣٨°} = \frac{١٢}{جا ٢٧°}$ ∴ ب = ١٧,٧ سم

⑦ ∵ △ب حادة ، ع = ٤$\sqrt{٣}$ جا ٦٠° = ٦ سم

∵ ع = ب

∴ يوجد مثلث وحيد قائم الزاوية.

∴ $\frac{٦}{جا ٦٠°} = \frac{٤\sqrt{٣}}{جا أ}$ ∴ ق(∠أ) = ٩٠°

∴ ق(∠حـ) = ١٨٠° − (٩٠° + ٦٠°) = ٣٠°

∴ $\frac{جـ}{جا ٣٠°} = \frac{٦}{جا ٦٠°}$ ∴ جـ = ٣,٥ سم

⑧ ∵ △أ حادة ، ع = ٨ جا ٤٧° = ٥,٩ سم

∴ ع < أ < ب ∴ يوجد للمثلث حلان.

∴ $\frac{٦}{جا ٤٧°} = \frac{٨}{جا ب}$

∴ ق(∠ب) = ٧٧° أ، ق(∠ب) = ١٠٣°

∴ ق(∠حـ) = ١٨٠° − (٤٧° + ٧٧°) = ٥٦°

أ، ق(∠حـ) = ١٨٠° − (١٠٣° + ٤٧°) = ٣٠°

، ∵ $\frac{جـ}{جا حـ} = \frac{٦}{جا ٤٧°}$ ∴ جـ = ٦,٨ سم

أ، جـ = ٤,١ سم

١٧

∵ △ب حادة ، ع = ٤٢ جا ٥٨° = ٣٥,٦٢ سم

∴ لا يكون للمثلث حل إذا كان ب < ٣٥,٦٢ سم

١٨

∵ △أ ب حـ متساوي الساقين ، ق(∠أ) = ١١٠°

∴ ق(∠ب) = ق(∠حـ) = $\frac{١٨٠° - ١١٠°}{٢}$ = ٣٥°

∴ $\frac{٨}{جا ١١٠°} = \frac{ب}{جا ٣٥°} = \frac{جـ}{جا ٣٥°}$

∴ ب = جـ = ٤,٩ سم

١٩

∵ جتا ب = $\frac{٣}{٥}$ (موجبة)

∴ △ب حادة

∴ ق(∠ب) = ٥٣,٨° ، ق(∠حـ) = ٣٢,٣٧°

∴ ق(∠أ) = ١٠٤,٦٥°

∴ $\frac{٢١}{جا ١٠٤,٦٥°} = \frac{ب}{جا ٥٣,٨°} = \frac{جـ}{جا ٣٢,٣٧°}$

∴ ب = ١٧,٣ سم ، جـ = ٨,٣ سم

٢٠

∵ مساحة المثلث أ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ أ جـ جا ب

∴ ١٠$\sqrt{٣}$ = $\frac{١}{٢}$ × ٥ جـ جا ١٢٠°

∴ جـ = ٨ سم

∴ ب² = (٥)² + (٨)² − ٢ × ٥ × ٨ جتا ١٢٠°

∴ ب = ١١,٣٦ سم

∴ جتا أ = $\frac{(١١,٣٦)^٢ + (٨)^٢ - (٥)^٢}{٢ \times ١١,٣٦ \times ٨}$

∴ ق(∠أ) = ٢٤ ٣٢° ∴ ق(∠حـ) = ٣٦ ٣٧°

٢١

ق(∠أ) = $\frac{٤}{١٥}$ × ١٨٠° = ٤٨°

، ق(∠ب) = $\frac{٥}{١٥}$ × ١٨٠° = ٦٠°

، ق(∠حـ) = $\frac{٦}{١٥}$ × ١٨٠° = ٧٢°

∵ $\frac{أ}{جا أ} = \frac{ب}{جا ب} = \frac{جـ}{جا جـ} = \frac{أ + ب + جـ}{جا أ + جا ب + جا جـ}$

∴ $\frac{أ}{جا ٤٨°} = \frac{ب}{جا ٦٠°} = \frac{جـ}{جا ٧٢°} = \frac{٥٠}{٠,٥٦}$

∴ أ = ١٤,٥ سم ، ب = ١٦,٩ سم ، جـ = ١٨,٦ سم

٢٢

بفرض أن

جا أ = ٣ ك ، جا ب = ٤ ك ، جا جـ = ٦ ك

∴ $\frac{أ}{٣ك} = \frac{ب}{٤ك} = \frac{جـ}{٦ك} = \frac{أ + ب + جـ}{١٣ك}$

∴ $\frac{أ}{٣} = \frac{ب}{٤} = \frac{جـ}{٦} = \frac{٥٢}{١٣}$

∴ أ = ١٢ سم ، ب = ١٦ سم ، جـ = ٢٤ سم

∴ جتا أ = $\frac{(١٦)^٢ + (٢٤)^٢ - (١٢)^٢}{٢ \times ١٦ \times ٢٤}$

∴ ق(∠أ) = ٢٦° ٣٣َ

، جتا ب = $\frac{(١٢)^٢ + (٢٤)^٢ - (١٦)^٢}{٢ \times ١٢ \times ٢٤}$

∴ ق(∠ب) = ٣٦° ٢٠َ ∴ ق(∠جـ) = ١١٧° ١٧َ

٢٣

$\frac{٢١}{جا أ} = \frac{٢٥}{جا ب} = \frac{جـ}{جا جـ} = ٢٨$

∴ ق(∠أ) = ٤٨° ٢٥َ ، ق(∠ب) = ٦٣° ١٤َ

∴ ق(∠جـ) = ٦٨° ١١َ

∴ جـ = ٢٨ جا ٦٨° ١١َ = ٢٦ سم

٢٤

$\frac{أ}{جا ٨٢°} = \frac{ب}{جا ب} = \frac{٥}{جا جـ} = ١٦$ ∴ أ = ١٥,٨ سم

، ∵ أ > جـ ∴ ∠جـ حادة.

، ∵ جا جـ = $\frac{٥}{١٦}$ ∴ ق(∠جـ) = ١٨° ١٣َ

∴ ق(∠ب) = ١٨٠° − (٨٢° + ١٨° ١٣َ) = ٧٩° ٤٧َ

∴ ب = ١٦ جا ٧٩° ٤٧َ = ١٥,٧ سم

٢٥

∵ ٢ = $\frac{٢٢}{٧}$ × نق = ٤٤ ∴ ٢ نق = ١٤

∴ $\frac{٧}{جا أ} = \frac{ب}{جا ٤٠°} = \frac{جـ}{جا جـ} = ١٤$

∴ ب = ١٤ جا ٤٠° = ٩ سم

، ∵ ب > أ ∴ ∠أ حادة.

، ∵ جا أ = $\frac{٧}{١٤}$ ∴ ق(∠أ) = ٣٠°

∴ ق(∠جـ) = ١٨٠° − (٤٠° + ٣٠°) = ١١٠°

∴ جـ = ١٤ جا ١١٠° = ١٣ سم

٢٦

ق(∠ص) = ١٨٠° − (٨٢° + ٥٦°) = ٤٢°

∴ $\frac{سـ}{جا ٨٢°} = \frac{صـ}{جا ٤٢°} = \frac{ع}{جا ٥٦°} = ك$

∴ سـ = ك جا ٨٢° ، صـ = ك جا ٤٢°

∴ ٩٠٠ = $\frac{١}{٢}$ (ك جا ٨٢°) (ك جا ٤٢°) جا ٥٦°

∴ ك = ٥٧ ويرفض الحل السالب.

∴ سـ = ٥٦ سم ، صـ = ٣٨ سم ، ع = ٤٧ سم

٢٧

ق(∠جـ) = ١٨٠° − (٣٥° + ٧٥°) = ٧٠°

∴ $\frac{أ}{جا ٣٥°} = \frac{ب}{جا ٧٥°} = \frac{جـ}{جا ٧٠°} = \frac{أ + ٣جـ}{جا ٣٥° + ٣ جا ٧٠°}$

$= \frac{٢٥}{جا ٣٥° + ٣ جا ٧٠°}$

∴ أ = ٤,٢ سم ، ب = ٧,١ سم ، جـ = ٦,٩ سم

٢٨

∵ $\frac{أ}{جا أ}$ = ٢ نق ∴ $\frac{١٣}{جا أ}$ = ١٦

∴ ق(∠أ) = ٥٤° ٢٠َ أو ١٢٥° ٤٠َ

عندما ق(∠أ) = ٥٤° ٢٠َ

∴ ق(∠جـ) = ٨٣° ٤٠َ

∴ $\frac{١٣}{جا ٥٤° ٢٠َ} = \frac{ب}{جا ٤٢°} = \frac{جـ}{جا ٨٣° ٤٠َ}$

∴ ب = ١٠,٧ سم ، جـ = ١٤,٩ سم

عندما ق(∠أ) = ١٢٥° ٤٠َ

∴ ق(∠جـ) = ١٣° ٢٠َ

∴ $\frac{١٣}{جا ١٢٥° ٤٠َ} = \frac{ب}{جا ٤٢°} = \frac{جـ}{جا ١٣° ٢٠َ}$

∴ ب = ١٠,٧ سم ، جـ = ٣,٤ سم

٢٩

① جتا أ = $\frac{(٧,٦٣)^٢ + (٦,٤)^٢ - (٣,٢)^٢}{٢ \times ٧,٦٣ \times ٦,٤}$

∴ ق(∠أ) = ٢٤° ٢٤َ

، جتا ب = $\frac{(٣,٢)^٢ + (٦,٤)^٢ - (٧,٦٣)^٢}{٢ \times ٣,٢ \times ٦,٤}$

∴ ق(∠ب) = ٩٩° ٥٢َ

∴ ق(∠جـ) = ٥٥° ٤٤َ

② جـ² = $(١٢)^٢ + (٢١)^٢ - ٢ \times ١٢ \times ٢١$ جتا ٩٥°

∴ جـ = ٢٥,٠٧٨ سم

، ∵ $\frac{٢٥,٠٧٨}{جا ٩٥°} = \frac{١٢}{جا أ} = \frac{٢١}{جا ب}$

∴ ق(∠أ) = ٢٨° ٢٨َ ، ق(∠ب) = ٥٦° ٣٢َ

③ لا يمكن تكوين المثلث لأن أ + جـ = ب

عندما ق(∠أ) = ١٠٠° جتا ٤٢° = ٢,٦٩ سم

∴ ب > أ > جـ

∴ يوجد حلان للمثلث

∴ $\frac{٢}{جا ٢٢°} = \frac{١}{جا ب} = \frac{جـ}{جا جـ}$

∴ ق(∠ب) = ٥٠° ٤٣َ

وعندما ق(∠جـ) = ٥٠° ٤٣َ

، جـ = ٢,٥ سم

أو ق(∠ب) = ٢٠° ٥٧َ

وعندما ق(∠جـ) = ٢٠° ٥٧َ

، جـ = ٤,٠ سم

٣٠

① (أ) ② (جـ) ③ (ب)

إرشادات لحل رقم ٣٠

① ∵ $\frac{أ}{جا أ} = \frac{ب}{جا ب}$ ∴ $\frac{٣}{\frac{٥}{١٣}} = \frac{٥}{جا ب}$

∴ جا ب = $\frac{٥}{١٣}$ (مرفوض)

∴ الشروط لا تحقق وجود أي مثلث على الإطلاق

∴ عدد المثلثات = صفر

② ∵ ٨ جا ٤٠° = ب جا أ ∴ ب جا أ < أ < ب

∴ يمكننا رسم مثلثين

③ ∵ ٨ جا ٤٠° = ب جا أ ∴ أ < ب جا أ

∴ لا يمكن رسم المثلث

إرشادات التمارين العامة على الوحدة الرابعة

١

∵ ق (∠ب) = ١٨٠° − (١٠٨° + ٥٢°) = ٢٠°

∴ $\frac{\text{أحـ}}{\text{جا ٢٠°}} = \frac{١٦٠}{\text{جا ٥٢°}} = \frac{\text{بحـ}}{\text{جا ١٠٨°}}$

∴ أحـ ≈ ٦٩ كم ، بحـ ≈ ١٩٣ كم

أى أن : المسافة بين أ ، حـ ≈ ٦٩ كم

، المسافة بين ب ، حـ ≈ ١٩٣ كم

٢

فى △ أ ب حـ :

① ق (∠حـ) = ١٨٠° − (٥٣° + ٧٢°) = ٥٥°

∴ $\frac{١٧}{\text{جا ٥٥°}} = \frac{\text{أحـ}}{\text{جا ٥٣°}}$ ∴ أحـ ≈ ١٦,٥٧ م

∴ المسافة بين العلامتين ≈ ١٧ م

② نسقط عمود من حـ على $\overline{\text{أب}}$ وليكن $\overline{\text{حـ ء}}$

∴ فى △ أ حـ ء :

$\frac{\text{حـ ء}}{\text{جا ٧٢°}} = \frac{١٦,٥٧}{\text{جا ٩٠°}}$

∴ حـ ء ≈ ١٥,٧٦ م

∴ المسافة بين حافتى الجسر ≈ ١٥,٧٦ م

٣

(ب حـ)² = (−٣٠)² + (−٣٠)²

− ٢ (−٣٠) (−٣٠) جتا −٥°

∴ ب حـ ≈ ٢٥ سم

٤

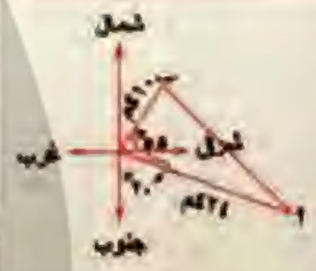
(ب حـ)² = (٩٨)² + (٦٤)²

− ٢ (٩٨) (٦٤) جتا ٥٢°

∴ ب حـ ≈ ٧٧,٣ م

∴ طول السياج = ٩٨ + ٦٤ + ٧٧,٣ ≈ ٢٣٩ م

٥



(أ ب)² = (٢٤)² + (١٠)²

− ٢ (٢٤) (١٠) جتا ٧٥°

∴ أ ب ≈ ٢٣,٥ كم

٦

(أ حـ)² = (٩)² + (١٥)² − ٢ (٩) (١٥) جتا ١٢٠°

أ حـ = ٢١ كم

، ∵ الزمن = $\frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}}$

، $\text{ن}_{١}$ = $\frac{١٥}{٣٦}$ × ٦٠ = ٢٥ دقيقة.

$\text{ن}_{٢}$ = $\frac{٩}{٣٦}$ × ٦٠ = ١٥ دقيقة.

$\text{ن}_{٣}$ = $\frac{٢١}{٤٢}$ × ٦٠ = ٣٠ دقيقة.

∴ الزمن الكلى = ٢٥ + ١٥ + ٣٠ = ٧٠ دقيقة.

٧

∵ المثمن منتظم

∴ قياس كل زاوية من زواياه = ١٣٥°

، ق (∠ب ج حـ) = ق (∠حـ ج ء) = $\frac{١٣٥°}{٢}$ = ٦٧,٥°

∴ (ج ب)² = (٦)² + (٦)² − ٢ (٦) (٦) جتا ١٣٥°

∴ ج ب ≈ ١١,١ متر

، (ج حـ)² = (١١,١)² + (٦)² − ٢ (١١,١) (٦) جتا ١١٢,٥°

∴ ج حـ ≈ ١٤,٥ متر

، (ج ء)² = (١٤,٥)² + (٦)² − ٢ (١٤,٥) (٦) جتا −٩٠°

∴ ج ء ≈ ١٥,٧ متر

احرص على اقتناء

كتاب المعاصر

فى الرياضيات البحتة

اسم يعنى التفوق

المراجعة النهائية
ونماذج
الامتحانات

للصف 2 الثانوى

الفصل الدراسى الأول

الجـــزء الخـــاص بالإجـــابات

يُصـرف منفـــردًا مع الكـتاب

الآن بالمكتبات

2

ثانوى

2021

المعاصر في

- تطبيقات الرياضيات (علمى)
- الرياضيات العامة (أدبى)
- اللغة الإنجليزية
- اللغة الفرنسية

الصف الثانى الثانوى

مكتبة الطلبة

للطبع والنشر والتوزيع

٣ شارع كامل صدقى - الفجالة

تليفون ٢٥٩٣٧٧٩١ - ٢٥٩٣٩٩٩٧ - ٢٧٢٥٩١٣٤

E mail: info@elmoasserbooks.com

www.elmoasserbooks.com

/ElMoasserBooks

6 223007 310550